This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

HN 2YVS 6

KF 103

A Monsieur George Biddel Airy, Astronome Royal,
à l'observatoire de Greenwich,
hommage respectueux de l'auteur.

ABRISS

der

practischen Astronomie,

vorzüglich in ihrer Anwendung

auf

geographische Ortsbestimmung,

von

Dr. *A. Sawitsch*,

Professor der Astronomie an der Kaiserlichen Universität zu St. Petersburg.

Aus dem Russischen übersetzt

von

Dr. *W. C. Goetze.*

Mit mehreren im Originalwerke nicht vorhandenen vom Herrn Verfasser nachgelieferten Zusätzen und Erweiterungen.

Erster Band.

HAMBURG.

Perthes-Besser & Mauke.

1850.

ABRISS

der

practischen Astronomie,

vorzüglich in ihrer Anwendung

auf

geographische Ortsbestimmung,

von

Dr. *A. Sawitsch*,

Professor der Astronomie an der Kaiserlichen Universität zu St. Petersburg.

Aus dem Russischen übersetzt

von

Dr. *W. C. Goetze.*

Mit mehreren im Originalwerke nicht vorhandenen vom Herrn Verfasser nachgelieferten Zusätzen und Erweiterungen.

Erster Band.

HAMBURG.

Perthes-Besser & Mauke.

1850.

KF 103

Wilson. 3/2

HARVARD COLLEGE
July 18, 1938
LIBRARY

Deposited by
Astronomical Laboratory

Vorrede des Verfassers.

Der Zweck dieses Buches ist Anleitung zu astronomischen Beobachtungen (vorzüglich auf geographische Ortsbestimmung angewandt) mit kleinen und bequemen Instrumenten zu geben, und die Lust dazu zu erwecken.

Das Werk von Bohnenberger: Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung, vorzüglich vermittelst des Spiegelsextanten, verdient gewiss die rühmlichste Anerkennung, jedoch hat sich seit der Herausgabe jenes Buches im Jahre 1795, der Standpunkt der Wissenschaft zu sehr geändert, als dass dieses, sonst classische Werk, heut zu Tage noch genügen könnte. Damals war der Sextant das einzige Instrument, welches von Reisenden bei geographischen Ortsbestimmungen mit Erfolg angewandt wurde, jetzt hingegen, werden in Deutschland eine Menge anderer, zweckmässiger und billiger Instrumente verfertigt, die den Sextanten in Hinsicht der Genauigkeit bei Weitem

übertreffen. Nicht weniger bedeutend sind die Fortschritte, welche die Rechnungs- und Beobachtungsmethoden in unserem Jahrhunderte gemacht haben.

Beim Verfassen dieses Werkes habe ich die ausgezeichneten Schriften von Bohnenberger, Enke, Gauss, besonders aber die von Struve und Bessel, so wie viele Artikel der Zachschen und Schumacherschen Journale, benutzt. Dankend muss ich der Vorträge unseres berühmten Astronomen W. v. Struve an der Universität zu Dorpat erwähnen, die mich mit seiner vortrefflichen Art Beobachtungen anzustellen, bekannt machten. Alle sich mir darbietenden Gelegenheiten, praktisch mit dem Gebrauche der tragbaren astronomischen Instrumente vertraut zu werden, habe ich ebenfalls benutzt. Die in diesem Handbuche auseinander gesetzten Methoden, gehören den berühmtesten Astronomen; bei den Beispielen aber, welche die Anwendung jener Methoden erläutern; habe ich wirklich gemachte, grösstentheils eigene Beobachtungen gebraucht.

Möge es mir erlaubt sein, hier meine tiefste Erkenntlichkeit, dem, um die Wissenschaft so verdienten, Director der Marine-Sternwarte in Nicolaew Hr. Professor Knorre, auszusprechen. Durch seine sorgfältige und lehrreiche Recension, der russichen Ausgabe dieses Buches, hat er mich auf viele Mängel in demselben aufmerksam gemacht, die ich hier zu beseitigen gesucht habe. Dem

Hr. Academiker Lenz danke ich gleichfalls ergebenst für die Durchsicht einiger Theile dieses Buches wodurch es gewiss viel gewonnen hat. Bei der Beschreibung der inneren Construction der Instrumente habe ich den talentvollen Mechaniker der Pulkowaer Sternwarte Hr. Brauer zu Rathe gezogen, dessen Kenntnisse mir von grossem Nutzen waren.

Es schien mir zweckmässig nur die gebräuchlichsten und am wesentlichsten von einander unterschiedenen Instrumente zu beschreiben, diese aber sowohl in theoretischer als auch in praktischer Beziehung ausführlich zu behandeln. Uebrigens wird es nach den angegebenen Erklärungen nicht schwer sein, Werkzeuge auch von grösseren Dimensionen zu benutzen. Ein aufmerksamer Blick auf die Instrumente wird immer ihre Einrichtung deutlicher, als eine lange Beschreibung erklären. Die Hauptaufgabe, muss in der Auseinandersetzung der Art und Weise, wie die Instrumente zu berichtigen sind, bestehen, und wie man sie gebrauchen muss, um den Einfluss ihrer Fehler möglichst zu beseitigen; die hierauf bezüglichen Regeln sind in vielen Fällen einerlei und passen mit geringer Modification, auf grössere und kleinere Instrumente derselben Gattung.

Die allgemeinen Hülfstafeln, welche unter dem Titel: Sammlung von Hülfstafeln. Herausgegeben im Jahre 1822 von H. C. Schumacher.

Neu herausgegeben und vermehrt von G. H. L. Warnstorff 1845, erschienen, sind eben so genau, wie äusserst bequem bei der Berechnung der astronomischen Beobachtungen, und allen Reisenden, die geographische Ortsbestimmungen machen wollen, vorzüglich zu empfehlen. Meinem Buche habe ich am Ende die Struveschen Tafeln, um die genäherten Azimuthe des Polarsternes für jeden Stundenwinkel und bei jeder Polhöhe schnell zu bestimmen, beigefügt; ausserdem ist noch ein Verzeichniss der Lage von 40 Circum-Polarsternen aufgenommen, mit den Hülfstafeln zur Berechnung des jedesmaligen scheinbaren Ortes dieser Sterne. Die geraden Aufsteigungen gründen sich auf sehr genaue Beobachtungen, die Hr. Professor Peters in Pulkowa gemacht hat.

Die Rechnungsvorschriften habe ich gesucht so einfach wie möglich zu entwickeln und in die bequemste Form zu bringen; auch ist immer auf die Grenzen der, in jedem Falle zu erlangenden Genauigkeit, Rücksicht genommen. Ob ich bei der Bearbeitung, dass mir vorgesetzte Ziel erreicht habe, muss ich dem billigen Urtheile meiner Leser überlassen.

Vorrede des Uebersetzers.

Der Uebersetzer bekennt offenherzig, dass er als ihm diese Arbeit aufgetragen ward, nichts vom Russischen verstand. Er kannte nicht einmal das russische Alphabet, und musste die Sprache vorher, ohne die Hülfe eines Lehrers, durch Grammatik und Wörterbuch erlernen. Eben diese Schwierigkeiten machten ihm die Arbeit lieber. Er griff sie mit frischem Muthe an und findet sich durch das Urtheil des Herrn Professors Sawitsch, der die Uebersetzung genau durchgesehen hat,

> dass überall der Sinn des Russischen Originales treu und scharf wiedergegeben sei,

mehr als hinreichend belohnt.

Die Uebersetzung giebt aber nicht allein das russische Original wieder, sondern hat auch vom Herrn Professor Sawitsch bei der Durchsicht bedeutende Zu-

sätze und Verbesserungen erhalten, die sie als eine zweite und vermehrte Auflage des Originales zu betrachten erlauben; so dass sie selbst für die, welche die Sprache des Originales verstehen, Interesse haben wird.

Zu diesen bei der Revision eingeschalteten Zusätzen gehört unter anderen auch die im zweiten Bande dieses Werkes aufgenommene Methode des Herrn Geheimen Hofraths Gauss Sonnenfinsternisse zu berechnen. Der Uebersetzer hat auf den Wunsch des Herrn Professors Sawitsch die totale Sonnenfinsterniss des Jahres 1851 als Beispiel gewählt, und berechnet.

Inhaltsverzeichniss.

Seite

Einleitung. Allgemeine Erklärungen aus der sphärischen Astronomie. 1

Geographische Länge und Breite eines Ortes auf der Erde 5

Gerade Aufsteigung und Abweichung der Gestirne 7

Von der Sternzeit 9

Von der wahren Zeit 10

Von der mittleren Zeit 11

Von der Zeitgleichung 12

Von den trigonometrischen Relationen unter den sphärischen Polarcoordinaten die den Ort eines Gestirnes am Himmel bestimmen 15

Ueber die Constanten welche bei der Reduction des scheinbaren Ortes eines Gestirnes auf seinen mittleren Ort angewandt werden 16

Von der astronomischen Strahlenbrechung oder Refraction 17

	Seite
Von der Parallaxe	18
Von der Höhen-Parallaxe	20
Wirkung der Parallaxe auf die Halbmesser der Gestirne	21
Bestimmung der geocentrischen Breite	22
Von der Parallaxe im Azimuth	23
Einfluss der Abplattung der Erde auf die geocentrischen Coordinaten eines Punktes auf der Erde	24
Die Olbersche Reihenentwickelung zur Bestimmung der Parallaxe:	
In gerader Aufsteigung	28
In Abweichung	30
Im Halbmesser	31
Bestimmung der parallactischen Differenzen bei Finsternissen	32
Bestimmung der Parallaxe in Länge und Breite	34
Von den Winkelmessinstrumenten im Allgemeinen	35
Vom Nonius	38
Vom astronomischen Fernrohre	43
Allgemeine Eigenschaften desselben	45
Vergrösserung des Fernrohres	47
Gesichtsfeld desselben	48
Ueber die Helligkeit und Lichtstärke des Fernrohres nach Olbers	51
Ueber die sphärische und chromatische Abweichung	53
Von den Ocularen	55
Verschiedene practische Methoden zur Bestimmung der Vergrösserung des Fernrohres	57
Ueber das Einspannen der Spinnefäden	62
Einstellung der Fädenplatte und des Oculares auf den Focus	64
Practische Prüfung des Fernrohres in Beziehung auf chromatische und sphärische Abweichung	66

Seite

Vom Niveau 67

Prüfung der Güte desselben und Bestimmung des Werthes eines Niveautheiles 69

Ueber die Füllung der Niveau-Röhre mit Spiritus oder auch mit Schwefeläther 71

Erster Abschnitt. Beschreibung und Gebrauch der Instrumente.

Beschreibung des Durchgangs-Instrumentes . . . 74

Von der Aufstellung des Instrumentes. 81

Allgemeine Bemerkungen über die Eigenschaften des Durchgangs-Instrumentes 86

Berichtigung des Niveaus 87

Bestimmung des Werthes eines Niveautheiles . . 90

Aufstellung des Instrumentes in horizontaler Lage und Bestimmung der Neigung der horizontalen Umdrehungsachse desselben. 94

Untersuchungen, über die Gestalt und die verschiedene Dicke der Zapfen der Horizontal-Achse. . 99

Correction der verschiedenen Theile des Fernrohres am Durchgangs-Instrumente:

Correction des Prismas 105

Correction der Fadenplatte oder des Fadennetzes 108

Correction des verticalen Höhenkreises 110

Ueber die Einstellung des Instrumentes, in die Ebene des Meridianes oder in eine beliebige andere Vertical-Ebene 114

Von der Art und Weise wie man den Durchgang eines Sternes durch die Fäden beobachten muss, und von der dabei zu erlangenden Genauigkeit . 125

Bestimmung des Abstandes der Seitenfäden vom Mittelfaden 130

Bestimmung des Collimationsfehlers 137

Seite

Beschreibung des astronomischen Theodoliten;
Bei der horizontalen Aufstellung der Kreise . . . 146
Bei der verticalen Aufstellung der Kreise . . . 151
Beschreibung des Universal-Instrumentes 156
Von der Berichtigung des Universal-Instrumentes überhaupt; und des Theodoliten bei der horizontalen Aufstellung der Kreise 162
Ueber den Einfluss der Neigung der Umdrehungs-Achse auf die Messung horizontaler Winkel . . 164
Bestimmung der Neigung durch Reflexion in einem Quecksilberhorizonte 166
Bestimmung des Collimationsfehlers des Fernrohres an Instrumenten wo das Fernrohr am äusseren Ende der horizontalen Achse angebracht ist, und Einfluss des Collimations-Fehlers auf gemessene horizontale Winkel. 169
Von der Messung horizontaler Winkel zwischen terrestrischen Gegenständen, und von dem Einflusse einer Durchbiegung der Kreisspeiche bei der Drehung der Micrometerschraube, auf die Ablesung am Limbus 174
Uebertragung eines gemessenen horizontalen Winkels auf einen anderen Beobachtungsort 178
Beobachtung des horizontalen Winkels zwischen einem Gestirne und einem terrestrischen Gegenstande 181
Von der Berichtigung des astronomischen Theodoliten in seiner verticalen Aufstellung.
Berichtigung der Gesichtslinie 185
Berichtigung der Verticalachse. 186
Untersuchung der Winkel der Achsen . . . 187
Das Sicherheits-Niveau am Verticalkreise . . 191
Bestimmung des Werthes eines Niveautheiles am Sicherheits-Niveau 193

Seite

Von der Messung der Zenithdistanzen überhaupt sowohl mit dem Theodoliten, als auch mit dem Universal-Instrumente 195

Bestimmung der Zenithdistanz eines Gestirnes . . 200

Von dem Einflusse des Collimationsfehlers des Fernrohres und der nicht genauen Verticalität des Höhenkreises auf die Messung von Zenithdistanzen 204

Von den Correctionen, welche von dem Einflusse der Schwere auf das Instrument herrühren . . 206

Von den verschiedenen Fehlern der Gradtheilung an Winkelmess-Instrumenten:

1) Von der excentrischen Lage des Umdrehungscentrums und von der Entfernung der Verniere 214

2) Von den Theilungsfehlern des Limbus und Vernieres 222

Von den astronomischen Uhren 230

Zweiter Abschnitt. Bestimmung der Breite und der Zeit durch die Messung von Zenithdistanzen.

Allgemeine Bemerkungen 243

Meridian-Beobachtungen 245

Bestimmung der Breite aus Circummeridian-Höhen 251

Einfluss der Aenderung der Declination auf die Culminations-Zeit der Wandelsterne 257

Allgemeine Vorschriften bei der Bestimmung der Breite eines Ortes aus Zenithdistanzen und Beispiele zu Breitenbestimmung 260

Bestimmung der Breite durch den Polarstern . . 269

Bestimmung der Durchbiegung des Fernrohres aus einem vollständigen Systeme von Beobachtungen, und Herleitung der wahrscheinlichsten Breite eines Ortes aus einem solchen Systeme von Beobachtungen. 274

Seite

Zeitbestimmung aus Zeitdistanzen und Beispiele dazu 278

Zeit und Breitenbestimmung, wenn beide unbekannt sind mit einem Beispiele 284

Zeitbestimmung aus correspondirenden Höhen . . 289

Dritter Abschnitt. Zeit und Breiten-Bestimmung, mittelst des Durchgangs-Instrumentes.

Allgemeine Theorie des Durchgangs-Instrumentes. 296

Zeitbestimmung durch Beobachtungen am Durchgangs-Instrumente:

1) Wenn das Instrument im Meridiane aufgestellt ist, mit Beispielen 314

2) Im Verticale des Polarsternes mit einem Beispiele 331

Allgemeine Bemerkungen über die verschiedenen Methoden zur Zeitbestimmung 348

Besselsche Methode die Polhöhe durch das Durchgangs-Instrument zu bestimmen 349

Practische dabei zu befolgende Regeln und Beispiele 367

Anhang zu Besselschen Methode vom Verfasser mit einem Beispiele 379

Vierter Abschnitt. Von der Bestimmung des Azimuthes eines gegebenen irdischen Gegenstandes mit einem Rechnungsbeispiele. 387

Bestimmung der Zeit und des Azimuthes, aus den gemessenen Azimuth-Unterschieden von Gestirnen mit einem Beispiele 399

Ueber den Einfluss der täglichen Aberration auf die verschiedenen Polarcoordinaten der Gestirne . 407

Einleitung.

1. Die Erde hat eine sphäroidische, beinahe kugelförmige Gestalt, so ungefähr wie sie aus der Umdrehung einer Ellipse um ihre kleine Achse, entstehen würde. Auf welche Weise man nun die Lage eines jeden Punktes auf der Erdoberfläche bestimmen kann, wird uns die Betrachtung der täglichen Bewegung der Gestirne zeigen; der Vollständigkeit wegen, wollen wir erst aber einige allgemeine Erklärungen vorausschicken.

Wenn wir uns auf einem freien Platze befinden, so stellt die Ebene, welche dort die Oberfläche der Erde berührt, unseren scheinbaren Horizont dar; er ist parallel mit der Oberfläche des stillestehenden Wassers, oder senkrecht auf der Richtung der Schwere, welche durch einen, mit einem Gewichte beschwerten, ruhig und freihängenden Faden gegeben wird. Diese Richtung wird lothrecht oder vertical genannt; verlängert man die Lothlinie nach oben, so trifft sie den höchsten Punkt des Himmels, welcher gerade über uns steht und unseren Scheitel oder das Zenith bezeichnet; der entgegengesetzte, unter dem Horizonte liegende Punkt, ist der Nadir. Alle durch die Lothlinie gehenden Ebenen, stehen senkrecht auf dem Horizonte und werden Vertical-Ebenen genannt.

Es ist bekannt, dass sich die Erde täglich, mit gleichförmiger Geschwindigkeit um ihre eigene Achse, in der Richtung von Westen nach Osten dreht; in Folge dieser Umwälzung, scheint der ganze Himmel mit allen Gestirnen, sich um eine Linie zu bewegen, die mit der Verlängerung der Erdachse zusammenfällt und gewöhnlich Weltachse genannt wird. Die Sterne werden also tägliche Bewegungen von Osten nach Westen zu machen scheinen und Kreise beschreiben, welche alle senkrecht auf der Weltachse stehen. Je näher sich ein Stern scheinbar an dieser Achse befindet, desto kleiner wird der Kreis in welchem er seinen täglichen Umlauf vollendet, und desto geringer erscheint uns seine Geschwindigkeit. Die zwei Punkte des Himmels, welche von der Achse getroffen werden, sind dadurch bezeichnet, dass sie bei der allgemeinen Umdrehung des Himmels ganz unbeweglich bleiben; diese beiden Punkte sind die Weltpole. Der uns in Europa sichtbare Pol, heisst der nördliche, der entgegengesetzte der südliche. Denken wir uns eine, durch den Mittelkunkt der Erde senkrecht zur Weltachse gehende Ebene, so durchschneidet sie die Erdoberfläche in einem Kreise, welcher die Erdoberfläche in zwei gleiche Theile, die nördliche und südliche Halbkugel theilt; diese Ebene heisst der Aequator und ist mit der täglichen Bahn eines jeden Sternes parallel.

Es sei o (Fig. 1) der Ort des Beobachters auf der Erdoberfläche, $p\ p'$ die Erdachse, P und P' die beiden Weltpole; $o\,Z$ die Lothlinie, und Z das Zenith des Beobachters. Zieht man nun eine Ebene durch die beiden Weltpole P, P' und durch das Zenith Z, so bekommt man den Meridian; diese Ebene trifft den Aequator und den Horizont unter einem rechten Winkel, weil sie sowohl durch die Erdachse $p\,p'$, als auch durch die Verticallinie $o\,Z$, geht. Der Durchschnitt des Horizonts mit der Ebene des Meridians bildet die sogenannte Mittagslinie; das nach der Gegend des

Nordpols gekehrte Ende derselben, bezeichnet den Nordpunkt des Horizonts, das entgegengesetzte den Südpunkt. Wenn man sich eine horizontale Linie denkt, die senkrecht zur Mittagslinie steht und wendet sich nach Norden, so läuft die rechte Seite dieser Linie nach dem Ostpunkte, die linke aber, nach dem Westpunkte des Horizonts; in der Richtung zwischen diesen Punkten, ist auch der Horizont von der Ebene durchschnitten, die mit dem Aequator parallel durch den Ort des Beobachters geht. Die Verticalebene, welche senkrecht zum Meridian ist, oder von Osten nach Westen geht, heisst der erste Vertical.

Wenn man unter der Höhe eines Sternes denjenigen Winkel versteht, welchen unsere Gesichtslinie, nach dem Sterne zu, mit dem Horizonte bildet, so muss diese Höhe am grössten sein, wenn der Stern den Meridian im höchsten Theile seines täglichen Umlaufs erreicht, am kleinsten, wenn er ihn im tiefsten Theile trifft; im ersten Falle, sagt man: der Stern befinde sich in seiner oberen, im zweiten, in seiner unteren Culmination.

2. Der scheinbare Ort eines Sternes am Himmel, ist durch die Richtung seiner, in unser Auge gelangenden, Lichtstrahlen gegeben, und wird am einfachsten, durch die Winkel bestimmt, welche diese Richtung mit zwei, aufeinander senkrechten Ebenen, z. B. mit dem Meridian und dem Horizonte, bildet. Es ist klar, dass es hier nur auf die gegenseitigen Winkel der verschiedenen Ebenen und Linien, nicht auf die absolute Lage des Sterns oder des Beobachters im Raume ankommt; man kann sich also eine Kugel mit willkührlichem Halbmesser denken und sich sowohl die grössten Kreise der Kugel, parallel mit den Ebenen des Horizonts, Meridians u. s. w. als auch ihre Radien parallel mit der Gesichtslinie nach dem Sterne zu, mit der Erdachse, mit der Verticallinie u. s. w. vorstellen. Offenbar bilden diese Kreise und Radien untereinander ganz dieselben Winkel, als jene

Ebenen und Linien im Raume; die Winkel werden alsdann durch gewisse Kreisbögen an der Oberfläche der Kugel gemessen, und alle hierher gehörigen Aufgaben über die Bestimmung der Winkel, können mit Hülfe der sphärischen Trigonometrie gelöst werden. Der Ort des Mittelpunkts der Kugel, kann an jedem beliebigen Punkte des Raumes vorausgesetzt werden; wir können z. B. annehmen, dass dieser Mittelpunkt da sei, wo der Beobachter sich befindet, oder, dass er im Mittelpunkt der Erde liege, wo der Aequator durch die Erdachse getroffen wird; die Grösse des Radius der Kugel, kommt auch gar nicht in Betracht und wir können ihn so gross wie wir wollen annehmen. Diese Kugel werden wir der Kürze halber, Himmelskugel oder Himmelssphäre nennen; die Ebenen des Aequators, des Meridians etc. werden dann durch die ihnen parallelen grössten Kreise dieser Kugel, dargestellt. Wenn wir uns den Mittelpunkt der Himmelssphäre im Mittelpunkte der Erde denken, und uns durch diesen Punkt eine Ebene, parallel mit dem scheinbaren Horizonte denken, so bekommen wir den sogenannten wahren Horizont des Beobachters. Die Lage des Zeniths, des Weltpols und irgend eines Sterns, wird durch das Zusammentreffen, der Oberfläche der Kugel mit den Radien bezeichnet, von welchen einer die Lothlinie, der andere die Weltachse, der dritte die Gesichtslinie nach dem Sterne zu, vorstellt.

Der Halbmesser der Erde ist so ausserordentlich klein, in Vergleich mit der Entfernung der Fixsterne, dass es bei der Berechnung von Sternbeobachtungen ganz einerlei ist, ob man den Beobachter im Mittelpunkte der Erde voraussetzt, oder ihn in demjenigen Punkte annimmt, wo er sich wirklich auf der Erde befindet. Die erste Annahme ist desshalb gemacht, weil in unseren Mond-Sonnen- und Planeten-Tafeln, die Lage dieser Gestirne, gewöhnlich so gegeben ist, als sähe man sie aus dem Mittelpunkte der Erde; weiterhin wer-

den wir auch zeigen, wie man die Beobachtungen selbst, verändern muss, um sie auf den Mittelpunkt der Erde zu reduciren, damit die Resultate, der in verschiedenen Gegenden angestellten Beobachtungen, mit einander verglichen werden können.

3. Jedem Punkte auf der Erde entspricht ein einziges Zenith, man wird also diesen Punkt bestimmen können, wenn der Ort des Zeniths auf der Himmelskugel gegeben ist; dazu ist es nöthig: 1.) die Lage des Zeniths gegen den Weltpol, und 2.) die Lage des Meridians, der durch das Zenith geht, zu kennen.

Es sei in der Figur 1, $A\ N\ Q$ der Aequator an der Himmelssphäre, $H\ M\ R$ der dem gegebenen Punkte o auf der Erde entsprechende wahre Horizont, und $C\ Z$ die Linie, welche durch den Mittelpunkt der Erde C, parallel der Richtung der Lothlinie geht. Alsdann misst der Bogen $A\ Z$ den Winkel, welcher an dem gegebenen Orte von der Lothlinie mit der Ebene des Aequators gebildet wird; dieser Winkel heisst die geographische Breite des Orts, und bestimmt in der Ebene des Meridians $H\ A\ Z\ P$, die Lage des gegebenen Punktes auf der Erde zum Aequator. Die Breite ist nördlich, wenn der Ort nördlich vom Aequator liegt, und südlich, wenn er südlich von demselben liegt. Da nun die Lothlinie senkrecht auf dem Horizonte, die Erdachse aber senkrecht auf dem Aequator steht, so wird $A\ Z + Z\ P = P\ Z + P\ R = 90°$, und folglich $A\ Z = P\ R$, d. h. die Breite eines Ortes ist gleich der Höhe des Pols über dem Horizonte.

Um die Lage der Ebene des Meridians zu bestimmen, ist es nur nöthig in einer bestimmten Richtung den Winkel zu messen, welcher von diesem Meridiane mit dem Meridiane eines beliebigen andern, bereits bekannten Ortes gebildet wird. Unter dem ersten Meridiane, wird derjenige verstanden, von welchem ab alle anderen gezählt werden; die Engländer

legen ihn durch die Sternwarte zu Greenwich, die Franzosen durch die Pariser Sternwarte und überhaupt kann man den ersten Meridian, ganz willkührlich, durch einen jeden verabredeten Ort auf der Erdoberfläche hindurchlegen.

Da alle Meridiane sich in der Umdrehungsachse der Erde durchschneiden, und senkrecht auf dem Aequator stehen, so ist der Winkel, den die Ebenen zweier Meridiane mit einander bilden, durch die Anzahl von Graden gemessen, welche in dem, zwischen den beiden Meridianen sich befindenden Bogen des Aequators, enthalten sind. Wenn einer dieser Meridiane, der erste Meridian ist, so heisst der erwähnte Winkel die geographische Länge des Orts; wenn jedoch keiner von ihnen der erste ist, so wird jener Winkel, der Längen-Unterschied genannt.

Wegen der Umdrehung der Erde um ihre Achse tritt jedes Gestirn nach und nach in die Ebene der verschiedenen Meridiane, und zwar erfolgen diese Eintritte früher in die östlicheren als in die westlicheren Meridiane. Daraus erhellt, dass Beobachter, welche sich unter verschiedenen Meridianen befinden, in einem und demselben Augenblicke, die Zeit, welche seit dem Eintritte der Sonne, oder irgend eines Sterns, in ihren Meridian, verflossen ist, ganz verschieden zählen müssen. Aber in 24 Stunden vollendet ein Gestirn seine tägliche scheinbare Bahn und nachdem es auf diese Weise 360° durchlaufen hat, gelangt es wieder in denselben Meridian, in welchem es sich vor 24 Stunden befand. Wenn wir also diese Bewegung als gleichförmig annehmen, so muss ein Gestirn von einem Meridiane zum andern, in jeder Stunde von Osten nach Westen einen Bogen von 15° beschreiben. Will man daher den geographischen Längen-Unterschied zweier Orte bestimmen, so muss man eine Erscheinung beobachten, welche an beiden Orten der Erde in demselben Augenblicke wahrgenommen werden kann, wie zum Beispiel, die Verfinsterung eines Jupitertra-

banten; und dann die Anzahl der Stunden, Minuten und Secunden genau angeben, die seit dem Mittag, oder dem Durchgange eines bestimmten Sterns durch den Meridian, bis zum Eintritt des Phänomens verflossen sind. Der Unterschied, der an beiden Beobachtungsorten angegebenen Zeit, in Graden ausgedrückt, 15° auf 1 Stunde gerechnet, giebt den gesuchten Längenunterschied. Uebrigens wird häufig der Längenunterschied unmittelbar in Zeit und nicht in Graden angegeben. Man zählt die Länge vom ersten Meridian aus, sowohl nach Osten, als nach Westen, von 0° oder 0^h bis 180°, oder 12^h, wo das Zeichen h Stunden bedeutet.

4. Auf ähnliche Weise, wie wir die Lage eines Punkts auf der Erdoberfläche bestimmt haben, kann man nun auch die Lage eines Sternes an der Himmelskugel bestimmen. Man denke sich die Ebene desjenigen grössten Kreises an der Himmelskugel, welcher durch den Stern E (Fig. 1) und die beiden Pole des Aequators P und P' hindurchgeht, und es sei $P\,E\,N$ der Quadrant, welcher vom sichtbaren Weltpol, durch den Stern E nach dem Aequator $A\,N\,Q$ geht. Alsdann wird der Bogen $N\,E$ durch den Winkel $N\,C\,E$ ausgedrückt, welchen die Gesichtslinie nach dem Stern zu, mit der Ebene des Aequators bildet; dieser Winkel heisst die Abweichung oder Declination und der Kreis $P\,E\,N$ selbst, der Declinationskreis. Alle solche Kreise stehen senkrecht zum Aequator, und wenn ein Stern an den Meridian tritt, so fällt sein Declinationskreis mit dem Meridiane zusammen. Es ist offenbar, dass die Declination des Zeniths, oder der Bogen $A\,Z$, nichts anders ist, als die geographische Breite des Orts selbst.

Die Declination wird von 0° bis 90° gezählt, und heisst nördlich, wenn das Gestirn sich nördlich vom Aequator befindet, dagegen ist sie südlich, wenn das Gestirn südlich vom Aequator liegt; bei Berechnungen nimmt man die Declination positiv an, wenn sie mit der Breite des Orts

gleichnahmig ist, im entgegengesetzten Falle aber negativ; auf diese Weise werden die nördlichen Declinationen, auf der nördlichen Hälfte der Erde positiv, auf der südlichen aber, negativ werden.

Alle Sterne, welche auf der Sphäre in einem und demselben mit dem Aequator parallelen kleinen Kreise liegen, haben gleiche Declinationen, will man daher die Richtung einer nach dem Sterne führenden Gesichtslinie vollständig im Raume haben, so muss man noch die Lage des Declinationskreises dieses Sternes wissen. Die Astronomen bestimmen nun diese Lage durch den Bogen des Aequators, welcher zwischen dem Declinationskreise und dem Punkt der Frühlings-Tag und Nachtgleiche eingeschlossen ist; der letztgenannte Punkt ist derjenige, in welchem der Aequator von der Ecliptik, d. h. von der Ebene der jährlichen Bahn der Erde um die Sonne, durchschnitten wird, wenn die Sonne in den nördlichen Theil der Ecliptik tritt. Dieser Bogen des Aequators heisst die gerade Aufsteigung oder die Rectascension des Sterns, und wird vom Frühlingspunkt an, in der Richtung der jährlichen Bewegung der Erde, von Westen durch Süden gegen Osten, und so weiter, gezählt, bis 360° herum. Man findet die gerade Aufsteigung eines Sternes, indem man zu verschiedenen Jahreszeiten, besonders um die Zeit der Tag- und Nachtgleichen, Beobachtuugen der Sonne mit denen des Sterns verbindet. Das Nähere hierüber wird in jedem Handbuche der Astronomie erklärt. Meistens drückt man die gerade Aufsteigung, eben so wie die geographische Länge, in Zeit aus, wobei man für 15° eine Stunde annimmt, und sie wird gewöhnlich mit den Buchstaben *AR* (Ascensio recta) bezeichnet.

5. Die Durchgänge der Sterne durch den Meridian, die Beobachtung ihrer Höhe und andere Erscheinungen, welche von der täglichen Bewegung abhängen, können zur Zeitbestimmung benutzt werden. Die gebräuchlichsten Zeitarten

sind: die Sternzeit und die Sonnenzeit; wir wollen hier ganz kurz ihre Bedeutung erklären. Der Sterntag ist derjenige Zeitraum, welcher während zweier aufeinanderfolgender Durchgänge des Frühlingspunkts durch den höheren Theil des Meridians, verstreicht, und fängt im Augenblicke des Durchgangs an. Der Sterntag wird in 24 Stunden, jede Stunde in 60 Minuten u. s. w. getheilt; die Anzahl der, seit dem Durchgange des Frühlingspunkts verflossenen Stunden, Minuten u. s. w. heisst die Sternzeit des Tages und wird ununterbrochen bis 24 Stunden oder bis zum Beginn eines neuen Sterntages fortgezählt.

Obgleich der Frühlingspunkt durch nichts Sichtbares am Himmel bezeichnet ist, so wird man doch die Zeit seines Eintritts in den Meridian bestimmen können, sobald man die gerade Aufsteigung eines Sternes kennt. Denn es ist klar, dass der Frühlingspunkt um so viel früher als irgend ein Stern durch den Meridian geht, als die, in Zeit ausgedrückte gerade Aufsteigung des Sterns beträgt; wenn aber dieser Stern im Meridian erscheint, so muss sein Declinationskreis mit dem Meridian zusammenfallen, folglich misst dann die gerade Aufsteigung des Sterns, den Abstand vom Frühlingspunkt nach Osten bis zum Meridiane; wird nun dieser Abstand in Zeit ausgedrükt, zu 15° auf 1 Stunde gerechnet, so bekommen wir die sogenannte Sternzeit. Wir sehen, dass auf diese Weise während der oberen Culmination irgend eines Gestirns, die Sternzeit, der geraden Aufsteigung desselben immer gleich ist. Mit dem weiteren Fortrücken des Gestirns E' (Fig. 2) entfernt sich sein Declinationskreis $PE'M'$ vom Meridian PZM, und bildet mit ihm den Winkel $M'PM = t$, welcher durch den entsprechenden Bogen MM' des Himmelsaequators gemessen wird, verwandelt man diesen Winkel in Zeit, indem man 15° auf jede Stunde rechnet, so erhält man dadurch die Zeit, welche seit dem Durchgange des Sterns durch den Meridian verflossen ist;

daher heisst der Winkel selbst, der **Stundenwinkel** und wird von Süden nach Westen bis 24 Stunden nach der Richtung der scheinbaren täglichen Bewegung der Gestirne gerechnet; so dass also jetzt:

die Sternzeit = *AR* des Gestirns + Stundenwinkel *t* in Zeit;

hier bedeutet das Zeichen *AR* die gerade Aufsteigung des Gestirns, welche für die gesuchte Sternzeit gilt; ist die Summe grösser als 24 Stunden, so muss man 24 Stunden davon abziehen.

Die scheinbare Umdrehung des Himmels ist so gleichförmig und regelmässig, dass sie uns bequem, gleiche Zeitabtheilungen giebt, die zur Berichtigung unserer Uhren dienen, und unmittelbar aus Sternbeobachtungen abgeleitet werden können. Man kann die Zeit aber, wenn auch nicht auf so einfache Art, durch die Bewegung der Sonne, messen; der dabei zum Grunde gelegte Zeitraum ist der Sonnentag, welcher mit dem **wahren Mittage**, oder mit dem Augenblicke des Durchganges des Mittelpunkts der Sonne durch den Meridian anfängt und bis zum nächsten Mittage fort dauert. Dieser Tag ist ebenfalls in 24 Stunden getheilt, doch sind die Sonnenstunden den Sternstunden nicht gleich. Denn in Folge der jährlichen Bewegung der Erde, scheint uns, die Sonne täglich, bald um etwas mehr, bald um etwas weniger als einen Grad, nach Osten, fortzurücken; auf die von uns sichtbaren Orte der Sterne aber, hat diese Bewegung keinen ähnlichen Einfluss, weil die Sterne, in Vergleich mit dem Durchmesser der Erdbahn, von uns ausserordentlich weit entfernt sind, so dass, die von einem Sterne, nach verschiedenen Punkten der Erdbahn gezogenen geraden Linien, wie parallel gegen einander angesehen werden können. Daher gelangt nach jeder Umwälzung der Erde um ihre Achse, ein Stern wieder in den Meridian des Beobachters, die Sonne dagegen gelangt später in den Meridian, zuweilen um mehr, zuweilen um weniger als $3' 56''$. Während also die Dauer

des wahren Sonnentages zu verschiedenen Jahreszeiten etwas verschieden ausfällt, ist der Sterntag sich immer gleich, da er nur von der Umdrehung der Erde und von dem täglichen, so gut wie gleichmässigen Rückgehen des Frühlingspunkts nach Westen, abhängt. Nimmt man an, dass r die tägliche Verspätung der Sonne gegen die Sterne bedeutet, oder genauer, dass r die im Laufe von 24 Sonnenstunden stattfindende Zunahme der, in Zeit ausgedrückten geraden Aufsteigung der Sonne ist, so werden die 24 wahren Sonnenstunden um r mehr als die 24 Sternstunden betragen und überhaupt sein müssen:

$$N \text{ Sonnenstunden} = \left\{ N \text{ Sternstunden} \times \frac{24^h + r}{24^h} \right\}$$

Die tägliche Zunahme der AR der Sonne ist nicht immer gleich, weil erstens, die Bewegung der Erde um die Sonne nicht gleichförmig ist, und zweitens, weil die Bewegung nicht parallel der Umdrehung der Erde um ihre Achse erfolgt, sondern in der Ebene der Ecliptic geschieht, welche gegen den Aequator um einen Winkel von $23^\circ\ 28'$ geneigt ist. Wenn man durch die Endpunkte der ungleichen Bögen der Ecliptic, welche die Sonne täglich scheinbar beschreibt, grösste Kreise legt, welche senkrecht auf dem Aequator stehen, so werden die zwischen diesen Kreisen enthaltenen Bögen des Aequators auch mehr oder weniger ungleich sein und die täglichen Zunahmen der AR der Sonne, oder die verschiedenen Verspätungen der Sonne gegen die Sterne während 24 Stunden, bezeichnen.

Um nun die Zeit nach gleichförmiger Bewegung so messen zu können, dass diese Zeit nicht allzu sehr von der wahren Sonnenzeit abweicht, nehmen die Astronomen eine eingebildete, sogenannte mittlere Sonne an, welche ganz genau in einem Jahre mit gleichförmiger Bewegung den Umfang des Aequators durchläuft und setzen dabei voraus, dass wenn die wahre Sonne sich in der Erdnähe befindet, alsdann

die gerade Aufsteigung der eingebildeten Sonne dem Abstande der wahren Sonne in der Ecliptic vom Frühlingspunkte, gleich ist. Hierdurch wird man stets leicht den Ort der eingebildeten Sonne an der Himmelskugel berechnen können; die Zeit, welche zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen derselben durch einen Meridian verfliesst, heisst ein mittlerer Tag, und der Augenblick des Durchganges durch den Meridian selbst, der mittlere Mittag. Der Unterschied zwischen den geraden Aufsteigungen der wahren und eingebildeten Sonne, oder der Zeitunterschied zwischen dem wahren und mittleren Mittage, heisst die Zeitgleichung; sie dient zur Verwandlung der wahren Sonnenzeit in mittlere und umgekehrt, indem man unter wahrer Zeit diejenige versteht, welche durch die Bewegung der wahren Sonne gemessen wird. Die Zeitgleichung ändert sich beständig; man findet sie für den Mittag eines jeden Tages im Jahre, in allen astronomischen Jahrbüchern voraus berechnet; für eine andere Zeit erhält man sie durch Interpolation.

Ein mittlerer Tag wird in 24 Stunden getheilt; seine Dauer ist sich immer gleich und übersteigt die des Sterntages um $3'\ 55'',91$ mittlere, oder $3'\ 56'',55$ Sternzeit; bezeichnet man daher durch m die Zahl von mittleren Stunden, und durch m_* die Zahl von Sternstunden, welche auf einen und denselben Zeitraum gehen, so ist überhaupt

$$m = m_* \cdot \frac{24^h}{24^h + 3'\ 56'',55} = m_* \cdot \left(\frac{24^h - 3'\ 55'',91}{24^h}\right).$$

Um diese Reduction zu erleichtern, hat man Tafeln berechnet, wodurch man bequem jedes Sternzeit-Intervall in das ihm entsprechende, in mittlere Zeit ausgedrückte verwandeln kann und umgekehrt. Aus dem oben Erwähnten, lässt es sich nun leicht erklären, wie man aus Sternzeit, Sonnenzeit oder umgekehrt, ableiten kann. Drückt man nämlich den Stundenwinkel der Sonne in Zeit aus, so erhält man die wahre Zeit, oder die Zahl von Sonnenstunden, welche seit

Mittag verflossen sind; es sei diese Zahl $= n$, und es sei $AR\ \odot$ die gerade Aufsteigung der Sonne für den Mittag desjenigen Orts der Erdoberfläche, für welchen man die Sternzeit s zu bestimmen hat; bezeichnet man alsdann durch Δ die Zunahme der $AR\ \odot$ im Laufe von 24 Sonnenstunden, so erhält man nach § 5. Seite 10.

$$\text{Die Sternzeit } s = AR\ \odot + \frac{n^h}{24^h} \cdot \Delta + n$$

Ist s^h bekannt, und man wünscht n zu finden, so ist:

$$n = s - AR\ \odot - \frac{(s - AR\ \odot)^h}{24^h} \cdot \Delta',$$

wo Δ' die Zunahme der $AR\ \odot$ in 24 Sternstunden bezeichnet, und n^h die Anzahl von Stunden und Bruchtheile von Stunden, welche in n enthalten sind; ebenso muss man den Ausdruck $(s - AR\ \odot)^h$ verstehen.

Sucht man wahre Sonnenzeit, so bezeichnet $AR\ \odot$ die gerade Aufsteigung der wirklichen Sonne im wahren Mittage, und alsdann ist n der Stundenwinkel in Zeit ausgedrückt; sucht man aber mittlere Zeit, so bezeichnet $AR\ \odot$ die gerade Aufsteigung der mittleren Sonne bei ihrem Eintritt in den Meridian, oder, mit anderen Worten, die Sternzeit im mittleren Mittage; im letzteren Falle sind Δ und Δ' beständige Werthe und die Berechnung wird sehr vereinfacht durch den Gebrauch der erwähnten allgemeinen Tafeln.

6. Die Lage eines Gestirns kann unmittelbar aus Beobachtungen gefunden werden, wenn man zu einer bekannten Zeit, die beiden folgenden Winkel bestimmt: 1) die Höhe des Gestirns und 2) den Winkel, welchen der durch den Stern gehende Verticalkreis mit dem Meridiane bildet, und welcher das Azimuth genannt wird; dabei muss angedeutet werden, nach welcher Richtung es vom Meridiane ab, gerechnet wird. Ist aber der Ort eines Gestirns bereits schon durch seine gerade Aufsteigung und Abweichung gegeben, so wird der Zweck der Beobachtung nur darin bestehn, ent-

weder den Beobachtungspunkt auf der Erdoberfläche zu bestimmen, oder die Zeit, zur Regulirung der Uhren zu messen, oder auch das Azimuth zu finden, welches die Richtung irgend einer Linie auf der Erde zeigen muss.

Diese Bestimmungen bilden den Gegenstand dieses Buchs, und wir bemerken vorläufig, dass die meisten der hierher gehörigen Fragen, durch die Betrachtung des sphärischen Dreieckes aufgelöst werden können, welches vom Pol des Aequators P, vom Zenith Z und vom Gestirn E (Fig. 1.) gebildet wird. Es ist also zweckmässig hier die bekannten Formeln mitzutheilen, welche das Verhalten der einzelnen Theile dieses Dreiecks zu einander ausdrücken; zugleich wollen wir auch um unnöthige Wiederholungen zu vermeiden, die Bezeichnungen erwähnen, welche wir in Zukunft beibehalten wollen.

Die Seite $P\,Z$ ist die Ergänzung der Polhöhe; die Seite $P\,E$ die Ergänzung der Abweichung; und die Seite $E\,Z$ die Ergänzung der Höhe des Gestirns zu 90°; $E\,Z$ ist also die Zenithdistanz des Gestirns. Bezeichnet man nun die Polhöhe oder die geographische Breite des Orts durch φ, die Abweichung des Gestirns durch δ; seine Zenithdistanz durch z, seine Höhe durch h, den Stundenwinkel des Gestirns durch t, von der oberen Culmination von Süden durch Westen bis 360° gezählt; das von Norden nach Osten bis 360° gezählte Azimuth durch A; das von Süden nach Westen, nach der Richtung der täglichen Bewegung der Sterne, gezählte Azimuth durch a, und setzt man endlich den Winkel $P\,E\,Z$ welcher in dem Dreiecke von den beiden Seiten $P\,E$ und $E\,Z$ gebildet wird und parallactischer Winkel heisst, gleich q (der aber stets kleiner als 180° angenommen werden soll) so erhält man in dem sphärischen Dreiecke $P\,E\,Z$:

die Seiten: $P\,Z = 90^0 - \varphi$; $P\,E = 90^0 - \delta$; $E\,Z = z = 90^0 - h$;

die Winkel: $PEZ = q$; $ZPE = t$; $PZE = 360^0 - A = 180^0 - a$ } wenn das Gestirn im Westen ist,

$PEZ = q$; $ZPE = 360^0 - t$; $PZE = A = a + 180^0$ } wenn das Gestirn im Osten ist;

folglich wird man überhaupt haben:

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t. \quad \ldots \quad (1)$$

$$-\sin z \sin A = \sin z \sin a = \cos\delta \sin t \quad \ldots \quad (2)$$

$$-\sin z \cos A = \sin z \cos a = -\cos\varphi \sin\delta + \sin\varphi \cos\delta \cos t \quad \ldots \quad (3)$$

$$\sin z \sin q = \cos\varphi \sin t \quad \ldots \quad (4)$$

$$\sin z \cos q = \sin\varphi \cos\delta - \cos\varphi \sin\delta \cos t \quad \ldots \quad (5)$$

$$\cos\tfrac{1}{2}(\varphi - \delta)\, tg\,\tfrac{1}{2}(a - q) = tg\,\tfrac{1}{2} t \sin\tfrac{1}{2}(\varphi + \delta) \quad \ldots \quad (6)$$

$$\sin\tfrac{1}{2}(\varphi - \delta)\, tg\,\tfrac{1}{2}(a + q) = tg\,\tfrac{1}{2} t \cos\tfrac{1}{2}(\varphi + \delta) \quad \ldots \quad (7)$$

$$\cos q = \sin\varphi \sin a \sin t + \cos a \cos t \quad \ldots \quad (8)$$

$$\sin\varphi = \cos\delta \sin z \cos q + \sin\delta \cos z \quad \ldots \quad (9)$$

$$\sin\delta = \cos z \sin\varphi - \sin z \cos\varphi \cos a \quad \ldots \quad (10)$$

7. Die geraden Aufsteigungen und Abweichungen der Sonne, des Mondes und der Planeten werden für die verschiedenen Tage des Jahres in allen guten Astronomischen Jahrbüchern gegeben, unter welchen der Nautical Almanac, sich durch seine grosse Vollständigkeit ganz besonders auszeichnet. Man kann aber die Orte der erwähnten Gestirne unmittelbar aus den Astronomischen Tafeln berechnen; die Carlinischen Tafeln der Sonne und die Burckhardtschen des Mondes sind jetzt die gebräuchlichsten; es lässt sich aber hoffen, dass die Untersuchungen des berühmten Astronomen Hansen uns viel genauere Tafeln dieser Gestirne verschaffen werden.

Die scheinbaren Orte von vielen, so genannten Fundamental-Sternen werden jährlich für verschiedene Tage des Jahres im Nautical Almanac, im Berliner Astronomischen Jahrbuch und in der Connaissance des temps gegeben. Die Positionen anderer Sterne kann man in den vortrefflichen Sternverzeichnissen von Airy, Argelander, Bessel, Struve,

Pond, u. m. a. finden, wo die mittleren Orte der Sterne für eine gewisse Zeitepoche gegeben werden. Argelanders Verzeichniss von 560 Sternen, gewiss eines der genauesten der jetzt vorhandenen, enthält auch in der grössten Vollständigkeit alle Hülfsmittel, die zur bequemen Berechnung der scheinbaren Orte dieser Sterne dienen können. Was die nördlichen Circumpolar-Sterne anbelangt, so sind die Oxfordschen Cataloge von M. S. Johnson, besonders bemerkenswerth. Man kann sich auch mit Vortheil des grossen Cataloges der königl. Astron. Societät zu London bedienen, welcher von Baily ausgearbeitet wurde und die mittleren Orte von 8377 Sterne für das Jahr 1850, nebst Hülfsmitteln für die Berechnung ihrer scheinbaren Positionen, enthält; übrigens ist die Lage mancher Sterne in diesem Cataloge etwas ungenau angegeben.

Die scheinbaren Orte der Fixsterne erleiden nach und nach kleine Veränderungen, welche abhängig sind vom Vorrücken der Tag- und Nachtgleichen, oder von der Praecession, von der eigenen Bewegung der Sterne, von der Aberration und von der Nutation. Die Bestimmung dieser Aenderungen geschieht nach sehr bequemen Formeln von Bessel und Gauss, welche im Naut. Almanac und im Berl. Astron. Jahrbuch immer angeführt werden; man findet sie auch am Ende dieses Buches. Die Resultate der Berechnung hängen aber von gewissen numerischen Coefficienten ab, welche bis jetzt noch nicht ganz übereinstimmend in den Astronomischen Ephemeriden angenommen werden. Die bedeutendsten Unterschiede beziehen sich auf die Constanten der Aberration und der Nutation; in dem Berl. Astron. Jahrbuche ist die erste $= 20''$, 25 und die zweite $= 8''$, 98 festgesetzt; in Nautical Almanac aber sind sie respective $20''$, 36 und $9''$, 25; in den letzten Bänden der Connaissance des temps (übereinstimmend mit Struve und Peters) $20''$, 4451 und $9''$,2285.

Die Beobachtungen, welche in Pulkowa sowohl von H. W. Struve mit dem Passagen-Instrumente im ersten Verticale, als auch von H. Peters mit dem grossen Verticalkreis angestellt wurden, lassen keinen Zweifel übrig, dass der wahre Werth der Aberrations-Constante sehr nahe $= 20'',4451\ldots$ ist. Ebenso scheint es, nach den vielen Untersuchungen der Englischen Astronomen und nach den sehr genauen Beobachtungen der *AR* und der Declination des Polarsterns, welche in Dorpat mit dem Reichenbachschen Meridiankreise gemacht wurden, dass die Nutations-Constante gewiss sehr nahe $= 9'',2235\ldots$ sein muss.

8. Es ist bekannt, dass wenn ein Lichtstrahl in unsere Atmossphäre tritt, er in den verschiedenen Luftschichten eine Brechung erleidet, wodurch die Höhe jedes Gestirns grösser erscheint, als es ohnedem der Fall sein würde; diese Zunahme der Höhe wird die astronomische Strahlenbrechung oder Refraction genannt. Das schwierige Problem der Berechnung der Refaction ist zuerst mit Genauigkeit von Kramp, in seiner: Analyse des refractions astronomiques et terrestres, später jedoch und noch umständlicher von Laplace in der Mécanique celeste T. IV. gelöst worden. Vor 30—40 Jahren gebrauchte man vorzugsweise die französischen Tafeln, welche von Delambre, aus seinen eigenen Beobachtungen, nach der Theorie des Laplace, entworfen waren. Aber jetzt bedient man sich der weit genaueren Tafeln der Strahlenbrechung von Bessel und Struve. Die Tafeln von Struve findet man in den Observat. Dorpat. Vol. VI., sive novae serei III.; und in der Breitengradmessung in den Ostsee-Provinzen Russlands. T. I. p. 208; Bessels Refractionstafeln sind sowohl in den Tabulis Regiomontanis. S. 538 ff., als auch in der Sammlung allgemeiner Hülfstafeln gegeben, welche vom Hr. Conferenzrath Schuhmacher, Directors der Altonaer Stern-

warte, im Jahre 1822 herausgegeben wurden *), dort findet man auch die, in der Nähe des Horizontes stattfindende Strahlenbrechung nach Argelanders Bestimmung.

In den Refractionstafeln sind immer vollständige Anweisungen gegeben, wie man für jede bestimmte Höhe oder Zenithdistanz, die entsprechende Refraction zu finden hat. Wir bemerken nur, dass es sehr wichtig ist bei den Beobachtungen den Zustand der Luft genau anzugeben d. h. die Temperatur der Luft, durch die Angabe des äusseren oder im Freien sich befindenden Thermometers zu bemerken, ebenso den Luftdruck durch die Höhe des Quecksilbers im Barometer zu messen, und den Wärmezustand dieses Instruments durch das mit ihm verbundene, sogenannte innere Thermometer, aufzuzeichnen. Sowohl Thermometer als Barometer müssen stets im Schatten aufgehängt sein und durchaus nicht dem directen Einflusse der Sonnenstrahlen ausgesetzt werden, denn im entgegengesetzten Falle würden ihre Angaben unbrauchbar sein.

9. In den astronomischen Tafeln und Ephemeriden werden die Oerter der Sonne, des Mondes und der Planeten etc. so gegeben, als sähe man diese Gestirne aus dem Mittelpunkte der Erde. Um daher diese Angaben benutzen zu können, ist es nöthig den Winkel zu kennen, welcher von den zwei Linien gebildet wird, die aus dem Mittelpunkte des Gestirns nach dem Beobachtungsorte und nach dem Centrum der Erde gehen. Ein solcher Winkel wird gewöhnlich die Parallaxe genannt.

Es sei C der Mittelpunkt der Erde (Fig. 3), O der Ort des Beobachters auf der Erdoberfläche, S der Mittelpunkt des Gestirns und Z' der Punkt, wo die Verlängerung

*) Sammlung von Hülfstafeln. Herausgegeben im Jahre 1822 von H. C. Schuhmacher. Neu herausgegeben und vermehrt von G. H. L. Warnstorff. 1845. Altona.

der Linie, welche vom Centrum der Erde nach dem Beobachter in O geht, die Himmelssphäre trifft; dieser Punkt ist in der Astronomie unter dem Namen des geocentrischen Zeniths bekannt. Nehmen wir nun an, dass die Beobachtung bereits von Strahlenbrechung befreit sei, so wird alsdann das Gestirn S, von O aus nach der Richtung der Linie $O\,S$, von C aus aber, nach der Richtung der Linie $C\,S$, wahrgenommen werden. Den Winkel $Z'\,O\,S$, oder die sogenannte scheinbare Entfernung des Gestirns vom geocentrischen Zenithe, setze man $= z'$, den Winkel $Z'\,C\,S$ dagegen, welcher die wahre Distanz des Gestirns vom geocentrischen Zenith heisst, bezeichne man mit z; alsdann wird der Winkel $O\,S\,C = Z'\,O\,S - Z'\,C\,S = z' - z$ werden; setzt man nun der Kürze wegen, $O\,S\,C = q$, so drückt q aus, um wie viel Minuten und Secunden das Gestirn dem Beobachter weiter vom Zenith ab erscheint, als wenn es vom Mittelpunkte der Erde aus gesehen würde. Setzt man nun die liniäre Entfernung des Centrums des Gestirns vom Centrum der Erde $= C\,S = d$; die Entfernung des Beobachters vom Centrum der Erde $= C\,O = r$, so erhält man aus dem ebenen Dreiecke $O\,S\,C$, dessen Seiten $C\,S = d$, $C\,O = r$, und Winkel $S\,O\,C = 180^0 - z'$, $O\,S\,C = q$ sind:

$$sin\ q = \frac{r}{d}\ sin\ z'$$

Wenn $z' = 90^0$ wird, so erlangt $O\,S\,C = q$ seinen grössten Werth und wird die Horizontal-Parallaxe genannt; setzt man sie gleich π, so hat man:

$$sin\ \pi = \frac{r}{d},\ \text{und}\ sin\ q = sin\ \pi\ sin\ z';\ z = z' - q.$$

Kennt man daher π und z' so wird man q und z leicht berechnen können, wenn dagegen π und z gegeben sind, und man wünscht q und z' zu finden, so hat man zur Bestimmung

von q folgende Gleichung: $\sin q = \sin \pi \sin (z + q)$, woraus alsdann folgt:

$$tg\ q = \frac{\sin \pi \sin z}{1 - \sin \pi \cos z}$$

oder vermittelst einer bekannten Umformung findet man: *)

$$q = \frac{\sin \pi \sin z}{\sin 1''} + \frac{\sin^2 \pi \sin 2z}{2 \sin 1''} + \frac{\sin^3 \pi \sin 3z}{3 \sin 1''} + \ldots\ldots$$

q ist hier in Secunden ausgedruckt, und diese drei Glieder reichen stets aus, sogar noch beim Monde, dessen Horizontal-Parallaxe π stets kleiner als $62'$ ist.

Wenn die Erde genau kugelförmig wäre, so würde jeder Erdhalbmesser senkrecht auf der Erdoberfläche stehen, und das geocentrische Zenith, welches in der Richtung des Erdradius liegt, würde genau zusammen fallen mit dem scheinbaren Zenithe, welches durch die Lothlinie bestimmt

---

*) Ueberhaupt hat man, wenn $tg\ q = \frac{x \sin z}{1 - x \cos z}$, und q und x so klein sind, dass man sich auf Glieder der 3ten Ordnung von q und x beschränken kann:
$tg\ q = x \sin z + x^2 \sin z \cos z + x^3 \sin z \cos^2 z$ und $q = tg\ q - \frac{1}{3} tg^3 q$; folglich:

$$q = x \sin z + \frac{x^2}{2} \sin 2z + x^3 \sin z \cos^2 z - \tfrac{1}{3}(x \sin z + \ldots\ldots)^3, \text{ oder:}$$

$$q = x \sin z + \frac{x^2}{2} \sin 2z + \frac{x^3}{3} \sin z (3 \cos^2 z - \sin^2 z) + \ldots\ldots$$

$$q = x \sin z + \frac{x^2}{2} \sin 2z + \frac{x^3}{3} \sin 3z + \ldots\ldots$$

Hier drückt q die Länge des Bogens in Theilen des Radius aus; um daher q in Secunden auszudrücken, muss man die vorhergehende Gleichung noch durch $\sin 1''$ dividiren, und alsdann erhält man:

$$q = \frac{x \sin z}{\sin 1''} + \frac{x^2 \sin 2z}{2 \sin 1''} + \frac{x^3 \sin 3z}{3 \sin 1''} + \ldots\ldots$$

wird. Nimmt man nun an, dass $O\,h'$ (Fig. 3) der scheinbare Horizont ist; $C\,h$ aber der wahre, so wird $S\,O\,h' = 90^0 - z'$ die scheinbare Höhe, und $S\,C\,h = 90^0 - z$, die wahre Höhe des Gestirns sein; der Winkel $O\,S\,C = q$ ist alsdann gleich dem Unterschiede der wahren und scheinbaren Höhe des Gestirns, und zeigt uns um wie viel die erstere grösser als die zweite ist; der Winkel q selbst wird die **Höhen-Parallaxe** genannt.

10. Durch die Parallaxe ändert sich auch der scheinbare Halbmesser des Gestirns. Nimmt man an, dass das Gestirn S (Fig. 3) kugelförmig ist, und zieht alsdann von O und C aus die beiden Tangenten $O\,t'$ und $C\,t$; so wird, wenn man $t'\,O\,S = R'$ und $t\,C\,S = R$ setzt, R' der scheinbare und R der wahre Winkelhalbmesser des Gestirns sein, und daher $sin\ R' : sin\ R = C\,S : O\,S$, oder:

$$sin\ R' : sin\ R = sin\ z' : sin\ z.$$

11. Die Ebene des Meridians geht durch die Erdachse $p\,C\,p'$ (Fig. 4) und durch den Ort des Beobachters in O; daher liegt das geocentrische Zenith stets in der Ebene des Meridians. Der Durchschnitt der Meridian-Ebene mit der Oberfläche der Erde ist eine Ellipse $a'\,p\,a\,p'$, deren kleine Achse $p\,p'$ die Erdachse, und deren grosse Achse $a\,a'$ gleich dem Durchmesser des Erd-Aequators ist. Die Ebene welche das Erd-Sphäroid in O berührt, ist der scheinbare Horizont, auf welchem, die Richtung der Lothlinie $Z\,O\,N$, die am Himmel den Ort des scheinbaren Zeniths bestimmt, senkrecht steht. Da die Linie $a'\,a$ der Durchschnitt des Meridians mit dem Aequator ist, so ist offenbar der Winkel $O\,N\,a = \varphi$, die geographische Breite des Orts. Die Verlängerung des Radius $O\,C$ bestimmt am Himmel, den Ort des geocentrischen Zeniths Z' und der Winkel $O\,C\,a = \varphi'$, welcher die Neigung des Radius $O\,C$ gegen den Aequator ausdrückt, heisst die geocentrische Breite des Orts O. Die Lothlinie $N\,O$ ist die Normale an die Ellipse für den Punkt O; und wenn man von O aus, das Perpendikel $O\,U$ auf $C\,a$

fällt, so wird der Ort des Punktes O im Meridian, durch die Abscisse $C\ U = x$ und Ordinate $O\ U = y$ bestimmt. Es sei ferner die grosse Halbachse $C\ a = a$, die kleine Halbachse $C\ p = b$; so ist bekanntlich in der Ellipse die Subnormale $N\ U = \frac{b^2}{a^2} . x$, aber:

$$O\ U = N\ U\ tg\ O\ N\ U = C\ U\ tg\ O\ C\ U \text{ oder:}$$

$$\frac{b^2}{a^2} . x\ tg\ \varphi = x\ tg\ \varphi'; \text{ folglich:}$$

$$tg\ \varphi' = \frac{b^2}{a^2} . tg\ \varphi; \text{ setzt man nun } a^2 e^2 = a^2 - b^2, \text{ so wird:}$$

$$tg\ (\varphi - \varphi') = \frac{tg\ \varphi - tg\ \varphi'}{1 + tg\ \varphi\ tg\ \varphi'} = \frac{e^2\ sin\ \varphi\ cos\ \varphi}{1 - e^2 sin^2 \varphi}$$

$$= \frac{e^2}{2} sin\ 2\ \varphi + \frac{e^4}{2} sin\ 2\ \varphi\ sin^2\ \varphi + \ldots\ldots$$

Da bekanntlich e^2 ein sehr kleiner Werth ist, so kann man folglich ohne merklichen Fehler annehmen dass:

$$\varphi - \varphi' = \tfrac{1}{2} e^2 (1 + \tfrac{1}{2} e^2) . \frac{sin\ 2\varphi}{sin\ 1''} - \frac{e^4}{8} . \frac{sin\ 4\varphi}{sin\ 1''} + \ldots\ldots$$

Aus Bessel's vortrefflicher Untersuchung über die Gestalt der Erde findet man (Astron. Nachr. No. 438):

$$e^2 = 0.\ 006675$$

Man kann auch $\varphi - \varphi'$, vermittelst der Abplattung der Erde $\frac{a - b}{a} = \mu$ ausdrücken; alsdann ist:

$$\varphi - \varphi' = \frac{\mu}{2} (2 + \mu) . \frac{sin\ 2\ \varphi}{sin\ 1''} - \frac{\mu^2}{2} . \frac{sin\ 4\ \varphi}{sin\ 1''} + \ldots\ldots$$

Alle parallactischen Berechnungen beziehen sich auf das geocentrische Zenith, und daher muss man bei diesen Berechnungen stets die geocentrische und niemals die geographische Breite brauchen.

12. Aus den Beobachtungen findet man unmittelbar die Zenithdistanz $Z\ S' = \zeta'$, oder den Abstand des scheinbaren Orts des Gestirnes S' (Fig. 5) vom scheinbaren Zenithe

Z; dagegen bestimmt man die Zenithdistanz $Z'S' = z'$ in Beziehung auf das geocentrische Zenith Z' durch Berechnung. Beide Zenithe Z' und Z liegen im Meridiane, und immer steht Z' weiter vom Pol des Aequators P ab als Z; es wird folglich der Winkel $Z'ZS' = a$, das scheinbare Azimuth des Gestirns von Süden aus gezählt, wie es unmittelbar aus den Beobachtungen folgt, ausdrücken. Fällt man nun aus Z' den Bogen $Z'X$ senkrecht auf ZS', so wird man alsdann das kleine sphärische Dreieck $Z'XZ$, dessen Seite ZZ' niemals grösser als $12'$ sein wird, als geradlinigt annehmen können, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, dann ist aber $ZX = \zeta' - z'$; ferner $ZX = ZZ' \cos Z'ZS'$ und $ZZ' = \varphi - \varphi'$, folglich:

$$\zeta' - z' = (\varphi - \varphi') \cos a.$$

13. Es ist leicht einzusehen, dass die Parallaxe ein Gestirn nicht aus der Ebene desjenigen grössten Kreises herausbringt, welcher durch das Gestirn S' und das geocentrische Zenith Z' geht; wenn daher S' der scheinbare Ort des Gestirnes (Fig. 5) ist, so liegt der wahre Ort S, oder derjenige, wie das Gestirn vom Centrum der Erde aus erscheint, in dem grössten Kreise $Z'S'$.

Legt man durch das scheinbare Zenith Z, die Bögen ZS' und ZS, so wird alsdann der von ihnen eingeschlossene Winkel $SZS' = \Delta a$ die Parallaxe in Azimuth ausdrücken. Aus den sphärischen Dreiecken $SS'Z$ und $ZZ'S'$ findet man:

$$\frac{\sin SS'}{\sin ZS} = \frac{\sin \Delta a}{\sin SS'Z} \text{ und } \frac{\sin ZZ'}{\sin Z'S'} = \frac{\sin SS'Z}{\sin a}$$

Aber $ZS = \zeta$, $Z'S' = z'$, $ZZ' = \varphi - \varphi'$, $\sin SS' = \sin \pi \sin z'$, wo π die Horizontal-Parallaxe bezeichnet, folglich:

$$\sin \Delta a = \frac{\sin \pi \sin a \sin (\varphi - \varphi')}{\sin \zeta}$$

Hierfür kann man mit hinlänglicher Genauigkeit, in den meisten Fällen annehmen:

$$\Delta a = (\varphi - \varphi') . \frac{\sin \pi \sin a}{\sin \zeta}$$

14. Der Sinus der Horizontal-Parallaxe π ist dem zugehörigen Halbmesser der Erde r proportional; unter dem Aequator nimmt π seinen allergrössten Werth an, welcher die Aequatorial-Horizontal-Parallaxe genannt wird; sie sei $= \Pi$, so folgt alsdann aus den Gleichungen $\sin \pi = \frac{r}{d}$ und $\sin \Pi = \frac{a}{d}$, die folgende:

$$\sin \pi = \sin \Pi . \frac{r}{a},$$

wo a der Halbmesser der Erde am Aequator oder die halbe grosse Achse der Erde ist, und r den Halbmesser der Erde am Beobachtungsorte bezeichnet. Wird dieses angenommen, und dieselbe Bezeichnung wie in §. 11. beibehalten, so findet man aus (Fig. 4), dass $r^2 = x^2 + y^2$, wo $y = N\,U\,tg\,\varphi = \frac{b^2}{a^2}\, x\, tg\,\varphi$; aber aus der Gleichung der Ellipse: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, folgt alsdann:

$$x^2 = \frac{a^4}{a^2 + b^2 tg^2 \varphi}; \; y^2 = \frac{b^4 tg^2 \varphi}{a^2 + b^2 tg^2 \varphi}; \; r^2 = \frac{a^4 + b^4 tg^2 \varphi}{a^2 + b^2 tg^2 \varphi}.$$

Nimmt man nun $a^2 e^2 = a^2 - b^2$ an, und vernachlässigt, wegen der Kleinheit von e^2, die Glieder welche mit e^4, e^6 u. s. w. multiplicirt sind, so findet man:

$$\frac{r}{a} = 1 - \frac{e^2}{2} \sin^2 \varphi = 1 - \mu \sin^2 \varphi; \; \Pi - \pi = \Pi\, \mu \sin^2 \varphi.$$

Bemerkt man ferner, dass $x = r \cos \varphi'$ und $y = r \sin \varphi'$, so erhält man aus den vorhergehenden Ausdrücken für x^2 und y^2, die strengen Gleichungen:

$$r \cos \varphi' = \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}; \; r \sin \varphi' = \frac{a (1 - e^2) \sin \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

15. Wir wollen nunmehr untersuchen, wie man bei Gestirnen die Parallaxe in gerader Aufsteigung und Abweichung berechnet; bezeichnen wir hierzu die wahre gerade Aufsteigung und Abweichung des Gestirns, wie sie von einem Beobachter vom Centrum der Erde aus erblickt würden, und wie sie in den astronomischen Ephemeriden gegeben werden, durch α und δ, die scheinbare gerade Aufsteigung und Abweichung dagegen, wie sie vom Beobachtungsorte auf der Erdoberfläche aus, gesehen werden, durch α' und δ', so wird man die Parallaxen $\alpha' - \alpha$ und $\delta' - \delta$ bequem nach der folgenden, von Olbers herrührenden Methode, bestimmen können.

Man denke sich in der Ebene des Aequators $X\ C\ Y$ (Fig. 6) eine gerade Linie $C\ X$, durch den Mittelpunkt der Erde C, so gelegt, dass sie an der Himmelskugel einen Punkt X treffe, dessen gerade Aufsteigung einer willkührlichen Grösse k gleich sei; diese gerade Linie wollen wir nun zur Coordinaten Axe der x wählen; die Achse der Y, sei eine auf ihr senkrechte gerade Linie $C\ Y$, die ebenfalls in der Ebene des Aequators liege, und die an der Himmelskugel einen Punkt treffe, dessen gerade Aufsteigung $90 + k$ sei; endlich sei die Achse der z, die auf beiden senkrechtstehende Linie $C\ P$, welche durch den Mittelpunkt der Erde C und den sichtbaren Pol des Aequators P gehe. Aus dem Mittelpunkte des Gestirns S fälle man auf die Ebene $X\ C\ Y$ das Perpendikel $S\ N = z$, und alsdann aus seinem Endpunkte N auf die Linie $C\ X$, ein Perpendikel $N\ n = y$, endlich sei $C\ n = x$. Wir werden x positiv, von C aus gegen die gerade Aufsteigung k hin zählen, y sei positiv von C aus gegen $90 + k$ und endlich z positiv, von C aus gegen den sichtbaren, das heisst für uns den Nordpol. Nun werden diese drei Senkrechten x, y, z, welche Coordinaten genannt werden, die Lage des Centrums des Gestirns in Bezug auf das Centrum der Erde bestimmen. Bezeichnet man daher die Entfernung

dieser beiden Mittelpunkte CS durch d, so hat man in dem bei N rechtwinklichten Dreiecke CNS, die Seite $CS = d$, $NS = z$ und Winkel SCN, welcher die Neigung der Linie CS gegen den Aequator bestimmt $= \delta$; folglich ist $CN = d \cos \delta$, $z = d \sin \delta$. Im Dreiecke $Cn N$, welches bei n rechtwinklicht ist, ist der Winkel $nCN = \alpha - k$, folglich $Nn = y = CN \sin(\alpha - k) = d \cos \delta \sin(\alpha - k)$ und $Cn = x = d \cos \delta \cos(\alpha - k)$.

Es sei O der Ort des Beobachters auf der Erdoberfläche, so wird die Verlängerung des Erdhalbmessers $CO = r$, die Himmelskugel in einem Punkte Z' treffen, welcher das geocentrische Zenith sein wird; PCZ' wird alsdann der Meridian des Beobachters sein, welcher senkrecht auf dem Aequator steht, und ihn in einer Linie CM durchschneidet, die durch einen Punkt des Himmelsäquators geht, dessen gerade Aufsteigung, der geraden Aufsteigung des Zeniths, oder der Sternzeit s, gleich ist, wobei diese gerade Aufsteigung in Graden, deren 15 auf 1 Stunde gehen, ausgedrückt ist. Fällt man von O aus auf die Ebene YCX die Senkrechte OM, und von ihrem Endpunkte M aus, die Linie Mm senkrecht auf CX, so werden die Coordinaten $OM = \zeta$, $Mm = \eta$ und $Cm = \xi$, die Lage des Beobachtungsortes O zum Mittelpunkte der Erde bestimmen. Die Dreiecke COM und CMm sind bei M und m rechtwinklicht; OCM ist die geocentrische Breite des Orts $= \varphi'$, mCM ist gleich dem Unterschiede der geraden Aufsteigung des Zeniths und dem Ende der Linie CX, oder $= s - k$, die Seite CO endlich $= r$, folglich haben wir:

$$\zeta = r \sin \varphi', \eta = r \cos \varphi' \sin(s - k), \xi = r \cos \varphi' \cos(s - k).$$

Verlegt man jetzt den Ursprung der Coordinaten von C nach dem Punkte O, und legt durch diesen Punkt, die neuen Coordinaten-Achsen OX', OY', OP' den früheren CX, CY und CP, parallel, so werden die neuen Coordinaten $SN' = x'$, $N'n' = y'$ und $On' = x'$, die Lage des Cen-

trums des Gestirns S in Bezug auf den Ort des Beobachters festsetzen. Setzt man nun die Entfernung des Gestirns vom Beobachtungsorte $S\,O = d'$, und bezeichnet die scheinbare beobachtete gerade Aufsteigung seines Centrums durch α', seine scheinbare Abweichung aber durch δ', so wird der Winkel $S\ O\ N' = \delta'$, der Winkel $X'\ O\ N' = \alpha' - k$ werden, und daher:

$x' = d' \sin\delta'$, $y' = d' \cos\delta' \sin(\alpha' - k)$, $x' = d' \cos\delta' \cos(\alpha' - k)$

Da diese neuen Coordinaten, den entsprechenden früheren parallel sind, und ferner nach unserer Figur $x' < x$, $y' < y$ und $z' < z$, so wird offenbar $x' = x - \zeta$, $y' = y - \eta$ und $x' = x - \xi$, oder:

$$d' \sin\delta' = d \sin\delta - r \sin\varphi' \ldots\ldots\ldots\ldots (a),$$

$$d' \cos\delta' \sin(\alpha' - k) = d \cos\delta \sin(\alpha - k) - r \cos\varphi' \sin(s - k) \ldots (b),$$

$$d' \cos\delta' \cos(\alpha' - k) = d \cos\delta \cos(\alpha - k) - r \cos\varphi' \cos(s - k) \ldots (c).$$

Es sei $k = \alpha$, und $\frac{r}{d} = \sin\pi$, so wird π die Horizontal-Parallaxe des Gestirns am Beobachtungsorte ausdrücken; dividirt man darauf die Gleichung (b) durch (c) und alsdann (a) durch (c), so erhält man:

$$\operatorname{tg}(\alpha' - \alpha) = \frac{-\sin\pi \cos\varphi' \sin(s - \alpha)}{\cos\delta - \sin\pi \cos\varphi' \cos(s - \alpha)} \ldots\ldots (a')$$

$$\operatorname{tg}\delta' = \frac{(\sin\delta - \sin\pi \sin\varphi') \cos(\alpha' - \alpha)}{\cos\delta - \sin\pi \cos\varphi' \cos(s - \alpha)} \ldots\ldots (b')$$

Bezeichnet man durch R den Winkel, unter welchem der Halbmesser des Gestirnes vom Centrum der Erde aus erscheinen würde, und durch R' den Winkel, unter welchem er vom Beobachter erblickt wird, so folgt aus §. 10. Seite 21, dass $\sin R' : \sin R = d : d'$ setzt man alsdann anstatt $d : d'$ seinen Werth aus Gleichung (c), so erhält man für $k = \alpha$, und da $\frac{r}{d} = \sin\pi$;

$$\sin R' = \frac{\sin R \cos\delta' \cos(\alpha' - \alpha)}{\cos\delta - \sin\pi \cos\varphi' \cos(s - \alpha)} \ldots\ldots (c').$$

16. Die Parallaxen $\alpha' - \alpha$, $\delta' - \delta$ und $R' - R$ lassen sich bequem mit Hülfe von Reihen ausdrücken. Setzt man $\frac{\sin \pi \cos \varphi'}{\cos \delta} = P$, so hat man:

$$tg\ (\alpha' - \alpha) = \frac{P \sin (\alpha - s)}{1 - P \cos (\alpha - s)} \quad \ldots\ldots\ldots (d)$$

woraus nach §. 9. Seite 20 folgt:

$$\alpha' = \alpha + \frac{P}{\sin 1''} \sin (\alpha - s) + \frac{P^2}{2 \sin 1''} \sin 2 (\alpha - s) + \\ + \frac{P^3}{3 \sin 1''} \sin 3 (\alpha - s) \quad \ldots\ldots (e)$$

17. Die Formel für die Parallaxe in der Declination, werden wir etwas einfacher, als Olbers ableiten; man setze nämlich hierzu $k = \alpha'$, und $\alpha - \alpha' = \Theta$, so erhält man alsdann aus den Gleichungen (b), (a) und (c) die folgenden entsprechenden:

$$\sin \Theta = \frac{\sin \pi \cos \varphi'}{\cos \delta} \sin (s - \alpha') \quad \ldots\ldots\ldots (b'');$$

$$\frac{d'}{d} \sin \delta' = \sin \delta - \sin \pi \sin \varphi' \ldots\ldots\ldots\ldots (a'');$$

$$\frac{d'}{d} \cos \delta' = \cos \delta \cos \Theta - \sin \pi \cos \varphi' \cos (s - \alpha') \ldots (c'');$$

wo $\sin \pi = \frac{r}{d}$; multiplicirt man alsdann die Gleichung (a'') mit $\cos \delta'$, die Gleichung (c'') aber mit $\sin \delta'$, und nimmt ihre Differenz, so erhält man:

$$0 = \sin \delta \cos \delta' - \cos \delta \sin \delta' \cos \Theta - \sin \pi \sin \varphi' \cos \delta' \\ + \sin \pi \cos \varphi' \cos (\alpha' - s) \sin \delta'$$

Nun ist aber $\cos \Theta = 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \Theta$, folglich erhalten wir:

$$\sin (\delta - \delta') = \sin \pi \sin \varphi' \cos \delta' - 2 \cos \delta \sin \delta' \sin^2 \tfrac{1}{2} \Theta \\ - \sin \pi \cos \varphi' \sin \delta' \cos (\alpha' - s).$$

Die beiden letzten Glieder im zweiten Theile dieser Gleichung lassen sich sehr vereinfachen; es sei $s - \frac{1}{2} (\alpha + \alpha') = N$

und $\sin \pi \cos \varphi' = M$; so wird alsdann:

$s - \alpha' = s - \frac{1}{2}(\alpha + \alpha') + \frac{1}{2}(\alpha - \alpha') = N + \frac{1}{2}\Theta$, und

$$\sin \pi \cos \varphi' \cos (\alpha' - s) = M \cos \left(N + \frac{\Theta}{2}\right) =$$

$$= M \cos N \cos \frac{\Theta}{2} - M \sin N \sin \frac{\Theta}{2} \ldots\ldots (d'').$$

Aus der Gleichung (b'') findet man, dass $\cos \delta \sin \Theta = M \sin (N + \frac{1}{2}\Theta)$, oder:

$$2 \cos \delta \sin \tfrac{1}{2}\Theta \cos \tfrac{1}{2}\Theta = M(\sin N \cos \tfrac{1}{2}\Theta + \cos N \sin \tfrac{1}{2}\Theta);$$

$$2 \cos \delta \sin^2 \tfrac{1}{2}\Theta = M \sin N \sin \tfrac{1}{2}\Theta + M \cos N \frac{\sin^2 \frac{1}{2}\Theta}{\cos \frac{1}{2}\Theta} \ldots (e'')$$

Verbindet man die Gleichungen (d'') und (e'') mit einander, so erhält man:

$$2 \cos \delta \sin^2 \tfrac{1}{2}\Theta + \sin \pi \cos \varphi' \cos (\alpha' - s) =$$

$$= M \cos N \left\{ \frac{\sin^2 \frac{1}{2}\Theta}{\cos \frac{1}{2}\Theta} + \cos \tfrac{1}{2}\Theta \right\} =$$

$$= \frac{M \cos N}{\cos \frac{1}{2}\Theta} = \frac{\sin \pi \cos \varphi' \cos (s - \frac{1}{2}(\alpha + \alpha'))}{\cos \frac{1}{2}(\alpha - \alpha')}$$

Hieraus folgt nun:

$$\sin (\delta - \delta') = \sin \pi \cos \delta' \sin \varphi' -$$

$$- \frac{\sin \pi \cos \varphi' \cos (s - \frac{1}{2}(\alpha + \alpha')) \sin \delta'}{\cos \frac{1}{2}(\alpha - \alpha')}$$

Es sei nun: $\frac{tg\, \varphi' \cos \frac{1}{2}(\alpha - \alpha')}{\cos (s - \frac{1}{2}(\alpha + \alpha'))} = tg\, \eta \ldots\ldots\ldots (f)$

alsdann ist: $\sin (\delta - \delta') = \frac{\sin \pi \sin \varphi' \sin (\eta - \delta')}{\sin \eta} \ldots (b''')$

Setzt man darauf: $\frac{\sin \pi \sin \varphi'}{\sin \eta} = Q \ldots\ldots\ldots\ldots (g)$,

so wird $\sin (\delta - \delta') = Q \sin (\eta - \delta')$, oder:

$$\sin (\delta - \delta') = Q [\sin (\eta - \delta) \cos (\delta - \delta')$$

$$+ \cos (\eta - \delta) \sin (\delta - \delta')] \text{ also endlich:}$$

$$tg (\delta - \delta') = \frac{Q \sin (\eta - \delta)}{1 - Q \cos (\eta - \delta)}; \text{ oder:}$$

$$\delta' = \delta + \frac{Q}{\sin 1''} \sin(\delta - \eta) + \frac{Q^2}{2 \sin 1''} \sin 2(\delta - \eta) + \frac{Q^3}{3 \sin 1''} \sin 3(\delta - \eta) \quad \ldots\ldots\ldots (h)$$

Die Gleichungen (b'') und (b''') werden alsdann gebraucht, wenn die scheinbare gerade Aufsteigung und Abweichung gegeben sind, und man ihre Parallaxen berechnen will.

18. Um nun $R' - R$ zu berechnen, kehren wir zur Proportion: $\sin R' : \sin R = \sin z' : \sin z$ zurück, wo z' die scheinbare Zenithdistanz, und z die wahre Zenithdistanz des Gestirns vom geocentrischen Zenithe Z' bezeichnet. Es sei P der Pol des Aequators, B der scheinbare und A der wahre Ort des Gestirnes (Fig. 7); halbirt man alsdann den Winkel $A\,P\,B$ durch den Bogen eines grössten Kreises $P\,M$ und fällt von Z' aus, den Bogen eines grössten Kreises $Z'\,m$ senkrecht auf $P\,M$, so wird alsdann der Bogen $Z'\,m$ die beiden Bögen $P\,A$ und $P\,B$ in zwei Punkten a und b schneiden, die gleichweit von P entfernt sind. Aber $m\,P\,a = \frac{1}{2}(\alpha' - \alpha)$ und $Z'\,P\,m = \alpha - s + \frac{1}{2}(\alpha' - \alpha) = \frac{\alpha' + \alpha}{2} - s$, folglich haben wir aus den Dreiecken $a\,m\,P$ und $Z'\,m\,P$, wo $Z'\,P = 90^0 - \varphi'$:

$$tg\,P\,a = \frac{tg\,P\,m}{\cos m\,P\,a} = \frac{cotg\,\varphi' \cos\left(\frac{\alpha' + \alpha}{2} - s\right)}{\cos\left(\frac{\alpha' - \alpha}{2}\right)} = cotg\,\eta$$

d. h. $P\,b = P\,a = 90^0 - \eta$; $A\,a = P\,A - P\,a = 90^0 - \delta - (90 - \eta) = \eta - \delta$ und $B\,b = \eta - \delta'$. Aber der Winkel $Z'\,a\,A = P\,a\,b = P\,b\,a = 180^0 - Z\,b\,B$ und aus den Dreiecken $Z'\,A\,a$ und $Z'\,B\,b$ wird $\sin Z'\,A : \sin Z'\,B = \sin A\,a : \sin B\,b$; folglich $\sin R' : \sin R = \sin z' : \sin z = \sin(\eta - \delta') : \sin(\eta - \delta)$, denn $Z'\,A = z$ und $Z'\,B = z'$. Hieraus folgt nun mit genügender Annäherung:

$$R' - R = R \left\{ \frac{\sin(\eta - \delta') - \sin(\eta - \delta)}{\sin(\eta - \delta)} \right\}, \text{ oder}$$

$$R' - R = R \left((\delta' - \delta) \sin 1'' . \cot g (\delta - \eta) - \tfrac{1}{2} (\delta' - \delta)^2 . \sin^2 1'' \right) . . (i)$$

19. Diese Formeln wendet man bei Finsternissen an. Zu Anfang und Ende einer Verfinsterung scheinen sich die scheinbaren Ränder beider Gestirne zu berühren; folglich werden alsdann die Orte beider Gestirne einander sehr nahe sein; und ausserdem noch die Parallaxe des einen Gestirns, weit grösser als die des anderen sein. Um zu erläutern, wie in solchen Fällen der Unterschied der Wirkung der Parallaxen beider Gestirne am kürzesten berechnet werden kann, wollen wir zum Beispiel, die Rechnung auf die Sonne und den Mond anwenden; es sei daher die wahre:

AR des Mondscentrums $= \alpha$; des Sonnencentrums $= A$
Declination des „ $= \delta$; „ „ $= D$
Horiz. Parallaxe des Mondes $= \pi$; der Sonne . . . . . $= \Pi$
Winkelhalbmesser „ $= R$; „ „ . . . . . $= \varrho$

Die Differenzen $A - \alpha$ und $D - \delta$ werden in diesem Falle nur wenige Minuten in Bogen betragen; der mittlere Werth von π ist ungefähr $= 58' 0''$, für Π hingegen $= 8''.5$. Bei der ausserordentlichen Kleinheit von Π, werden wir keinen merklichen Fehler begehen, wenn wir bei der Berechnung der Glieder 2ter Ordnung in den Ausdrücken für $A' - A$, $D' - D$ und $\varrho' - \varrho$, wo A', D' und ϱ' die scheinbare AR, Declination und Halbmesser der Sonne bedeuten, statt A und D, die von ihnen wenig verschiedenen Werthe α und δ nehmen. Es bleibt daher nur noch übrig zu zeigen, welche Veränderung man mit den Gliedern der 1sten Ordnung vornehmen muss, damit man sogleich den Unterschied dieser Glieder in Beziehung auf beide Gestirne erhalten kann.

Es sei $A = \alpha + x$, $D = \delta + y$, und $\pi : \Pi = m : 1$; setzt man nun anstatt $\sin \pi$ seinen Werth $\pi \sin 1''$, so findet man für den Unterschied der Glieder 1ster Ordnung in

dem Ausdrucke $\alpha' - \alpha - (A' - A)$, wenn dieser Unterschied $= n$ gesetzt wird, sogleich den Werth:

$$n = \pi . \frac{\cos \varphi'}{\cos \delta} . \sin (\alpha - s) - \frac{\pi}{m} \cos \varphi' . \frac{\sin (\alpha + x - s)}{\cos (\delta + y)},$$

vernachlässigt man alsdann, die Glieder, in welchen $\frac{\pi}{m}$ mit x^2, y^2, xy und mit höheren Potenzen, von x und y multiplicirt ist, so erhält man:

$$n = \pi \cos \varphi' . \left\{ \frac{\sin (\alpha - s)}{\cos \delta} \left(1 - \frac{1}{m}\right) - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{\sin (\alpha - s)}{m \cos \delta} \operatorname{tg} \delta \sin y + \frac{\cos (\alpha - s)}{m \cos \delta} \sin x \right) \right\}.$$

Nimmt man jetzt an, dass $n = (\pi - \Pi) \cos \varphi' . \frac{\sin (\alpha - s + t)}{\cos (\delta + u)}$, wo $\pi - \Pi = \pi \left(1 - \frac{1}{m}\right)$; so kann man, wegen der Kleinheit von t und u annehmen, dass $\cos t = 1$ und $\cos u = 1$; und alsdann wird man t und u aus der Vergleichung entsprechender Glieder in den folgenden identischen Gleichungen, bestimmen können:

$$(\pi - \Pi) \cos \varphi' . \left\{ \frac{\sin (\alpha - s)}{\cos \delta} + \frac{\sin (\alpha - s)}{\cos \delta} \operatorname{tg} \delta \sin u + \right.$$

$$\left. + \frac{\cos (\alpha - s)}{\cos \delta} \sin t + \ldots . \right\}$$

$$= \pi \cos \varphi' \left\{ \frac{\sin (\alpha - s)}{\cos \delta} \left(1 - \frac{1}{m}\right) - \frac{\sin (\alpha - s)}{m \cos \delta} \operatorname{tg} \delta \sin y - \right.$$

$$\left. - \frac{\cos (\alpha - s)}{m \cos \delta} \sin x + \ldots . \right\};$$

folglich $- \sin y = (m - 1) \sin u$; $- \sin x = (m - 1) \sin t$ oder sehr nahe: $\frac{-y}{m-1} = u$ und $\frac{-x}{m-1} = t$.

Untersucht man auf ähnliche Weise nur die Glieder der 1sten Ordnung in dem Ausdrucke $\delta' - \delta - (D' - D)$, so erhält man ganz genau dasselbe Resultat; folglich kann man

überhaupt folgende Regel annehmen: „Wenn es sich bei einer Finsterniss darum handelt den Unterschied des Einflusses der Parallaxe auf beide Gestirne genau zu bestimmen, so kann man die Parallaxe in AR und Declination, mit dem Unterschiede der Horizontal-Parallaxen beider Gestirne $= \pi - \Pi$ berechnen, indem man hierbei die gerade Aufsteigung $= \alpha + \frac{\alpha - A}{m - 1}$ und die Abweichung $= \delta + \frac{\delta - D}{m - 1}$ annimmt."

20. Es seien p und q die Parallaxen in den Declinationen des Mondes und der Sonne; alsdann kann man ohne merklichen Fehler annehmen, dass $p - q = p\left(1 - \frac{1}{m}\right)$ und $q = \frac{p}{m}$, setzt man alsdann $p - q = \Delta\,\delta$, so wird $p = \frac{m.\ \Delta\ \delta}{m - 1}$. Nimmt man jetzt noch an, dass $\varrho = \mu . R$; so wird der mittlere Werth von μ für Mond und Sonne sehr nahe $= 1$ werden, der mittlere Werth von m ist bei diesen beiden Himmelskörper dagegen, nahe zu $= \frac{58'}{8''.5} = 409$; man kann daher unter dieser Voraussetzung die Grösse $\frac{m^2 \pm \mu}{(m \pm \mu)\ (m - 1)}$ mit grosser Annäherung $= 1$ setzen, und dann folgt unter Zuziehung der Gleichung (*t*). §. 18. Seite 31. der folgende sehr genäherte Ausdruck für $\varrho' \pm R'$ nämlich:

$$\varrho' \pm R' = \varrho \pm R + \left(\frac{\mu \pm m}{m - 1}\right) R\,[\Delta\,\delta\ sin\ 1''\ cotg\ (\delta - \eta) - \\ - \tfrac{1}{2}\ sin^2\ 1''\ \Delta\ \delta^2].$$

wo $\Delta\,\delta = p - q = \delta' - \delta - (D' - D)$ gesetzt ist.

21. Man kann auch noch die Lage eines Gestirnes in Beziehung auf die Ecliptic bestimmen. Das, was wir beim Aequator die gerade Aufsteigung und Abweichung nannten, entspricht in Beziehung auf die Ecliptic der Länge und

Breite eines Gestirns; die Parallaxe in Länge und Breite wird nach ganz ähnlichen Formeln, wie die früher entwickelten, berechnet. Man hat alsdann nur nöthig zu bemerken, dass sich die gerade Aufsteigung, in die Länge, und die Declination, in die Breite des Gestirns verwandelt, anstatt der Declination des geocentrischen Zeniths, oder der geocentrischen Breite des Beobachtungsorts φ', braucht man nur die Breite β dieses Zeniths zu nehmen und anstatt der geraden Aufsteigung des Zeniths oder der Sternzeit s muss man die Länge λ des Zeniths setzen. Um β und b zu bestimmen, denke man sich das sphärische Dreieck, welches vom Pole des Aequators, vom Pole der Ecliptic und vom geocentrischen Zenithe gebildet wird, dessen Seiten sein werden: ω oder die Neigung der Ecliptic gegen den Aequator, $90^0 - \varphi'$ und $90^0 - \beta$, der Winkel aber am Pole des Aequators wird $= 90 + s$ und am Pole der Ecliptic $= 90 - \lambda$; alsdann hat man:

$$tg\ \psi = cotg\ \varphi'\ sin\ s,$$

und endlich:

$$tg\ \lambda = tg\ s.\ \frac{sin\ (\psi + \omega)}{sin\ \psi},\quad sin\ \beta = sin\ \varphi'.\ \frac{cos\ (\psi + \omega)}{cos\ \psi}$$

Der Punkt der Ecliptic, dessen Länge $= \lambda$ ist, heisst der **Nonagesimus**. Für hohe Breiten kann der Winkel β eine Grösse erreichen, bei welcher der Sinus ihn nicht mehr scharf bestimmt; in diesem Falle ist es besser die Winkel λ und β nach folgenden Formeln zu berechnen, indem man zuerst setzt:

$$g\ sin\ \psi = cos\ \varphi'\ sin\ s$$
$$g\ cos\ \psi = sin\ \varphi'$$

wodurch alsdann:

$$sin\ \lambda\ cos\ \beta = g\ sin\ (\psi + \omega)$$
$$cos\ \lambda\ cos\ \beta = cos\ \varphi'\ cos\ s$$
$$sin\ \beta = g\ cos\ (\psi + \omega).$$

Von den Winkelmessinstrumenten im allgemeinen; vom Nonius; vom astronomischen Fernrohr und vom Niveau oder von der Wasserwage.

Von den Winkelmessinstrumenten im allgemeinen.

22. Um ganz im allgemeinen die Einrichtung der Winkelmessinstrumente zu erläutern, wollen wir zuerst der Einfachheit wegen annehmen, dass man zwischen irgend zwei beliebigen irdischen Objecten, die in einer horizontalen Ebene liegen, den Winkel zu bestimmen wünscht, welcher von den Gesichtslinien eingeschossen ist, die vom Beobachtungsorte aus nach diesen beiden Objecten gehen.

Man denke sich nun hierzu einen messingnen kreisförmigen Streifen *A B* (Fig. 8.), in Grade eingetheilt, und horizontal aufgestellt; vom Umfange dieses Kreises aus, laufen die messingnen Stücke *r*, *r*, *r*, *r*, wie Speichen eines Rades dem Centrum zu, und verbinden den Kreis mit einem festen Untergestell. Man kann sich nun vorstellen, dass im Mittelpunkte des Kreises, sich eine cylindrische Oeffnung befindet, in der sich eine cylindrische Achse dreht, und dass an dieser Achse ein messingner Arm *a a'* befestigt ist, welcher wiederum ganz fest mit einem Fernrohr *F f* verbunden ist. In eines der beiden auf den Kreis aufliegenden Enden dieses Arms *a a'* sei nach der Richtung des Halbmessers, ein kurzer Strich oder kleines Abzeichen eingeschnitten. Sobald man nun das Fernrohr *F f* bewegt, wird sich der Arm *a a'* ebenfalls, um eben so viel bewegen; richtet man daher das Fernrohr auf irgend einen gegebenen Gegenstand, so wird man auf dem unbeweglichen Kreise *A B D*, den Theilstrich, welcher mit dem kleinen Abzeichen am Ende der Stange *a a'* zusammentrifft, leicht beobachten können; wenn man alsdann das Fernrohr fortrückt, und es auf einen zweiten Gegenstand richtet, so kann man wiederum die Anzahl

der Grade und Minuten ablesen, welche auf dem unbeweglichen Kreise *A B D*, dem Abzeichen auf dem Arme *a a'*, bei dieser neuen Lage entsprechen. Nimmt man alsdann die Differenz zwischen den in diesen beiden Fällen bemerkten Graden, und Minuten, so erhält man dadurch den gesuchten Winkel, welcher zwischen beiden Gegenständen eingeschlossen ist. Es ist leicht einzusehen, dass wenn die Achse des Fernrohrs, oder der Punkt, um welchen es sich bewegt, nicht ganz genau im Centrum, des in Grade eingetheilten, unbeweglichen Kreises *A B D* liegt, alsdann auch der gemessene Winkel unrichtig sein wird, und zwar wird er grösser als sein wahrer Werth werden, wenn der Bogen welcher den beiden Lagen, des Abzeichens, auf dem beweglichen Arme, entspricht, näher am Centrum der Umdrehung, als am Centrum des eingetheilten Kreises liegt; im entgegengesetzten Falle wird er kleiner werden. Um diesen Fehler zu vernichten, macht man an beiden sich diametral gegenüberstehenden Enden des Armes (in *a* und *a'* Fig. 8) kleine Striche oder Abzeichen, und beim Beobachten liest man alsdann die Grade der Kreistheilung ab, welche jedem dieser beiden Abzeichen entsprechen. Auf diese Weise wird man zwei Bögen messen, von denen der eine grösser, der andere kleiner als der gesuchte Winkel sein wird; und nach einem sehr bekannten Lehrsatze der Geometrie weiss man dann, dass die halbe Summe der abgelesenen Bögen ganz genau dem wahren Winkel zwischen den beobachteten Gegenständen gleich sein wird.

23. Um nun zu zeigen, wie man die Zenithdistanz oder die Höhe eines Gegegenstandes messen kann, muss man sich einen Kreis *A D B* (Fig. 9) denken, welcher an seinem Umfange in Grade und Minuten eingetheilt ist; dieser Kreis wird lothrecht aufgestellt, doch so, dass seine Ebene sich frei um die vertikale Achse *K K'* herumbewegen lässt.

Im Centrum dieses Kreises befindet sich eine cylindrische Oeffnung, welche senkrecht auf der Ebene des Kreises steht, und in diese cylindrische Oeffnung, passt eine horizontale Achse hinein, auf welcher der mit dem Fernrohr *O o* verbundene Messing-Arm *a a'*, festgemacht ist. Bewegt man also das Fernrohr *O o*, so wird der an seinen Enden mit Abzeichen versehene Arm *a a'* sich um eben so viel bewegen. Richten wir nun das Fernrohr auf einen bestimmten entfernten terrestrischen Gegenstand *g*, so kann man leicht die Anzahl von Graden und Minuten ablesen, welche jedem der Abzeichen, welche sich an den Enden des Armes *a a'* befinden, auf der Kreistheilung entsprechen. Dreht man darauf den Kreis *A B D*, mit alle seinem Zubehör, so dass seine Ebene eine halbe Umdrehung oder 180° um die Vertical-Achse *K K'* macht, so wird der Punkt *A* des Kreises, welcher vorher noch links gerichtet war, nunmehr nach rechts gerichtet sein (Fig. 10); folglich nimmt das Fernrohr auch die entgegengesetzte Lage *O' o'* an, und ist nicht mehr auf den Gegenstand *g* gerichtet. Dreht man nun das Objectiv-Ende des Fernrohrs, längs der Richtung des Bogens *B A* (Fig. 10) herum, ohne die Ebene des Vertikalkreises zu verrücken, so wird das Fernrohr, ehe es in der Richtung des Gegenstandes *g* gelangt, durch die Richtung der Lothlinie, oder durch das Zenith hindurchgehen müssen, und nachher auf den Gegenstand *g* treffen, in dieser Lage wird das Fernrohr um eben so viel links auf dem Kreise vom Zenith abstehen, als es vorher rechts auf dem Kreise von demselben abstand. Zieht man daher die Anzahl von Graden und Minuten bei der Beobachtung des Gegenstandes *g* in der Lage des Instruments, wenn *A* nach links gerichtet war, von der abgelesenen Anzahl von Graden und Minuten in der zweiten Lage des Instruments, wenn *A* nach rechts gerichtet war ab, so wird der gefundene Unterschied der Ablesungen, die doppelte Winkel-Entfernung des Gegenstandes

g vom Zenith ausdrücken; und die Ergänzung dieses halben Unterschiedes zu 90° die Höhe des Gegenstandes sein. Der Kreis $A\ D\ B$, der an seinem Rande in Grade eingetheilt ist, heisst der Limbus, der Messingarm $a\ a'$ dagegen die Alhidade; welche Benennungen wir der Kürze wegen, künftig beibehalten wollen. Damit die Lage des Fernrohrs und der Alhidade, nicht durch den Einfluss der Schwerkraft oder auch sonst durch irgend einen Zufall geändert werden kann, so sind sie so gleichförmig wie möglich balancirt, und werden nach Beendigung einer jeden Beobachtung, mit dem Kreise vermittelst einer Druckschraube oder Klemme befestigt.

Vom Nonius oder Vernier.

24. Damit man nun, nicht nur die Grade und Minuten der Kreistheilung, sondern auch die Secunden, welche jeder Lage der Alhidade entsprechen, mit Leichtigkeit ablesen kann, bringt man an den Enden der Alhidade statt eines einfachen Abzeichens, eine besondere Vorrichtung an, welche nach ihren Erfindern Nonius oder Vernier genannt wird; wir wollen hier kurz angeben, worin sie besteht.

Es sei der Limbus, seinem ganzen Umfange nach, in 360 gleiche Theile oder Grade, und wiederum jeder Grad, zum Beispiel in 6 Theile, eingetheilt; so wird alsdann zwischen zwei aufeinanderfolgenden Strichen ein Bogen von 10′ eingeschlossen sein, und 59 solche Theile werden einen Bogen von 9° 50′ betragen. Stellt man sich nun die Alhidade an ihren beiden Enden hinlänglich breit vor, so kann man sich auf dieser Alhidade anstatt eines Striches, einen Bogen angebracht denken, der in 60 gleiche Theile getheilt, und einem Bogen des Limbus von 9° 50′ gleich und concentrisch ist. Ein jeder Theil des Bogens auf der Alhidade, wird etwas kleiner als die Länge eines Theils auf dem Limbus sein, nach dem Verhältniss von 59 zu 60; nimmt man

nun an, dass der Bogen auf der Alhidade beinahe den Umfang des Kreises berührt, so wird der Unterschied zwischen der Länge eines Theils des Limbus und der Länge eines Theils der Alhidade, nur $\frac{1}{60}$ des Theils auf dem Limbus betragen, und daher $= \frac{1}{60}$. $10' = 10''$ sein. Nehmen wir nun an, dass der Anfang der Zählung oder der Nullpunkt auf dem Bogen der Alhidade, genau zusammentreffe mit irgend einem Theilstriche der Theilung des Limbus; und betrachten alsdann ferner die Striche auf der Alhidade nach der Ordnung der Zunahme der Theilung, so werden wir bemerken, dass der erste Strich nach dem Nullpunkte auf der Alhidade, nicht mehr mit dem ersten folgenden Striche auf dem Limbus zusammenfällt; ihre Entfernung von einander wird, wie wir gesehen haben, gleich einem Bogen von $10''$ seien. Der zweite Theilstrich entfernt sich um $20''$, der dritte um $30''$, und so fort; der 6te um $60''$ oder $1'$; der 12te und $2'$, und endlich der 60te Theilstriche des Limbus entfernt sich von 60sten Theilstriche der Alhidade um $600''$ oder $10'$, so dass letzterer mit dem 59sten Theilstriche des Limbus zusammenfällt. Wir wollen nun annehmen, dass die Alhidade so verrückt würde, dass nicht mehr ihr erster Strich (Nullpunkt), sondern der darauf zunächst folgende, mit irgend einem bestimmten Striche der Limbustheilung genau zusammenfiele; so ist es alsdann klar, dass der Abstand des Nullpunkts auf der Alhidade, von demjenigen Striche des Limbus, welcher ihm unmittelbar vorhergeht gleich $10''$ sein wird; bewegen wir die Alhidade so, dass ihr zweiter Strich nach dem Nullpunkt mit einem Striche des Limbus genau zusammentrifft, so wird der Nullpunkt auf der Alhidade um $20''$, von dem ihm unmittelbar vorhergehenden Striche des Limbus entfernt sein und überhaupt, wenn der b^{te} Strich nach dem Nullpunkte, auf der Alhidade, mit irgend einem

Striche des Limbus zusammenfällt, so wird der Nullpunkt der Alhidade, von dem ihm unmittelbar vorangehenden Striche der Limbustheilung, um $b \times 10''$ abstehen. Die Anwendung dieses Bogens auf der Alhidade, welcher Nonius oder Vernier genannt wird, lässt sich daher leicht begreifen. Richtet man nämlich das Fernrohr auf einem bestimmten Gegenstand, und wünscht man die Anzahl von Graden, Minuten und Secunden zu wissen, welche auf dem Limbus, dem Nullpunkte des Verniers entsprechen, so muss man zuerst die Anzahl von Grade und ganzen Minuten, welche auf dem Limbus, dem Nullpunkte des Verniers unmittelbar vorangehen ablesen, und darauf auf dem Bogen des Verniers, die Anzahl der Striche, zwischen seinem Nullpunkte und demjenigen Striche zählen, welcher mit einem Striche des Limbus genau zusammentrifft. Multiplicirt man diese Anzahl mit 10″, so erhält man die Zahl von Secunden, welche man zu der vorhin abgelesenen Zahl von Graden und ganzen Minuten zulegen muss, um die genaue Lage des Nullpunkts des Verniers auf dem Limbus zu erhalten.

Zur Erleichterung der Ablesung, sind, unter die entsprechenden Striche auf dem Limbus, die Zahlen 0°, 5°, 10° u. s. w. von 5 zu 5 Grade von 0° bis zu 355° hingeschrieben. Die ganzen Grade, werden mit langen Strichen bezeichnet, die halben Grade mit etwas kleineren, die übrigen mit noch kleineren, die nur halb so gross sind. Auf dem Vernier wird der Nullpunkt und alsdann der 6te, 12te, 18te u. s. w. 54ste und 60ste Strich, durch längliche Striche bezeichnet, und ausserdem findet man unter dem Nullpunkte, dem 12ten, 24sten, 36sten, 48sten und 60sten Striche, die Zahlen 0, 2, 4, 6, 8 und 10 angemerkt, welche bei dem genauen Zusammentreffen ihrer entsprechenden Striche, mit den Strichen des Limbus, die gerade Zahl von ganzen Minnten anzeigen, um welche der Nullpunkt des Verniers, von dem unmittelbar vorhergehenden Striche des Limbus absteht; ebenso bezeichnen die langen Striche die Minuten, die halbsolangen, die halben

Minuten, und die übrigen noch kleineren, die Zehner der Secunden, der grösste Theil der in diesem Buche beschriebenen Instrumente hat die oben erwähnte Eintheilung des Limbus und Verniers; übrigens ist es leicht sich aus dem vorigen Beispiele die Regel für jede beliebige andere Art von Eintheilung abzuleiten. Es sei daher ganz allgemein der Umfang des Limbus in irgend eine Anzahl gleicher Theile eingetheilt, und einer dieser Theile sei gleich m Minuten, nimmt man nun an, dass ein concentrischer Bogen auf dem Vernier, der $(n - 1)$ Theilen auf dem Limbus gleich sei, selbst wiederum in n gleiche Theile eingetheilt wäre, so wird alsdann die Länge eines Theils auf dem Limbus, sich zu der Länge eines Theils auf dem Vernier wie $n : n - 1$ verhalten, und der Unterschied dieser beiden Längen wird $\frac{m}{n}$ Theile einer Minute oder $\frac{60.m}{n}$ Secunden betragen.

Wir haben auch noch vorausgesetzt, dass die Theilung auf dem Verniere nach derselben Richtung wie die Theilung auf dem Limbus fortschreitet, dieses wird auch beinahe immer stattfinden; im entgegengesetzten Falle aber, wenn nämlich die Theilung auf dem Verniere, in umgekehrter Richtung wie diejenige auf dem Limbus fortschreitet, wird es leicht sein die Regel für die Benutzung solcher Verniere abzuleiten, indem man dann die Ergänzung der Angaben zu der ganzen Grösse des Vernier-Bogens nimmt.

25. Zur Bequemlichkeit der Ablesung, ist die Limbus-Theilung, meistentheils, auf einem silbernen Kreis-Streifen angebracht, welcher in den Limbus eingelassen ist; die Theilung des Verniers wird ebenfalls auf einer Silber-Platte gemacht. Der Vernier ist so befestigt, dass sein eingetheilter Bogen beinahe den getheilten Kreis auf dem Limbus berührt, aber das andere etwas dickere Ende ein wenig höher liegt als der Limbus. Auf diese Weise werden die Theil-

striche des Verniers, der Länge nach von oben nach unten auf die Theilstriche des Limbus zulaufen, und dadurch ihr genaues Zusammentreffen, schärfer beobachtet werden können. Aber ungeachtet dessen, kann man die Theilung, mit Hülfe des Verniers an der Alhidade, nur bei sehr günstiger Beleuchtung bequem ablesen; in allen anderen Fällen erscheint das Zusammentreffen der Theilstriche des Verniers mit den Theilstrichen des Limbus nicht deutlich genug, und daher findet man jetzt bei gut eingerichteten Instrumenten, nach dem Grundsatze Reichenbachs; anstatt der Alhidaden mit den Vernieren, einen Vollkreis, dessen Radius nahe zu, dem des Limbus gleich ist; an diesem Kreise, welcher Alhidadenkreis genannt wird, sind entweder zwei Verniere, welche sich diametral gegenüberstehen, oder auch viere angebracht, von denen jeder alsdann von dem andern um einen Quadranten absteht. Beide, sowohl Alhidadenkreis als auch Limbus, liegen in derselben Ebene, und sind so in einander eingepasst, dass zwischen ihnen überall ein gleicher Zwischenraum stattfindet, welcher jedoch so sehr klein ist, dass er mit dem blossen Auge, als eine feine schwarze Kreislinie erscheint. Alsdann sieht man, die Theilstriche auf dem Limbus und die Theilstriche auf den Vernieren des Alhidadenkreises, wenn sie genau zusammentreffen, als ob die einen die Verlängerungen der anderen wären, und man kann daher dieses Zusammentreffen selbst, immer sehr genau und bequem beobachten.

Zur Ablesung, befinden sich an den Vernieren gewöhnlich Mikroscope. Sie müssen so gestellt werden, dass die Theilstriche am deutlichsten erscheinen, und dass die Linie des genauen Zusammenfallens des Theilstriches des Verniers, mit einem gewissen Theilstriche des Limbus, durch die Mitte des Gesichtsfeldes des Mikroscops geht. Sollte es sich nun ereignen, dass kein Strich des Verniers ganz genau mit einem Striche des Limbus zusammenfällt, so wird alsdann irgend

ein ganzer Theil *a b* (Fig. 11) des Verniers, zwischen einem ganzen Theile *A B* des Limbus enthalten sein. Alsdann muss man bemerken, ob *a* näher *A*, als *b* näher an *B* ist. Nehmen wir zum Beispiel an, dass die Theilung von *P* nach *Q* fortschreitet, und dass man nach Augenmass geschätzt hätte, dass *b* noch einmal so nahe an *B*, als *a* an *A* sei, so muss man alsdann zu der vollen Zahl von Graden, Minuten und Secunden, welche wir erhalten hätten, wenn der Strich *a* mit dem Striche *A* genau zusammengefallen wäre, noch zwei drittel der Zahl von Secunden zulegen, um welche ein Theil des Limbus grösser als ein Theil des Verniers ist. Die nöthige Geschicklichkeit kann man durch Uebung bald erlangen, und sehr leicht die Entfernung des unmittelbar vorhergehenden und nachfolgenden Striches des Limbus, von denjenigen beiden Strichen des Verniers schätzen, welche am nächsten mit ihnen zusammenfallen. Gewöhnlich liest man die Grade nur am 1sten Vernier ab, dagegen die Minuten und Secunden an allen; nimmt man alsdann das Mittel aus allen diesen Minuten und Secunden, und setzt die am 1sten Vernier abgelesene Anzahl von Graden hinzu, so erhält man das Mittel der Ablesungen an allen Vernieren.

Vom astronomischen Fernrohr.

26. Bei allen astronomischen Beobachtungen wendet man Fernröhre an, um mit deren Hülfe, die zu beobachtenden Gegenstände deutlich und genau sehen zu können. Die Theorie des astronomischen Fernrohrs ist vorzüglich dargestellt, in J. Herschel's: Traité de la lumiére; in Littrow's; Analytischer Dioptrik und in anderen Werken. Eine Vollständige Anweisung zur Construction des Fernrohrs findet man in dem schönen Werke von Prechtel; betitelt: Practische Dioptrik. Wir werden uns hier damit begnügen, nur ganz im Allgemeinen, die Einrichtung des Fernrohrs zu beschrei-

ben, und die Regeln, welche man bei seiner Anwendung, und Correction befolgen muss, näher zu erläutern.

Das astronomische Fernrohr in seiner einfachsten Gestallt, besteht aus zwei bi-convexen Linsen; die grössere von beiden *A B* (Fig. 12), welche auf den zu beobachtenden Gegenstand gerichtet wird, heisst die Objectivlinse, und die andere, weit kleinere, durch welche der Beobachter sieht, heisst die Ocular- oder Augenlinse. Die vordern und hinteren Oberflächen jeder dieser beiden Linsen, bilden Ausschnitte sphärischer Oberflächen, von verschiedenen Radien, welche Krümmungs-Halbmesser genannt werden. Unter der optischen Achse einer Linse, versteht man diejenige Linie, welche durch die Mittelpunkte der sphärischen Oberflächen geht, welche diese Linse begränzen. Wenn ein Fernrohr gut zusammengestellt ist, so müssen die Achsen des Objectivs und des Oculars, in einer geraden Linie liegen, welche die Mitte des Objectivs und Oculars verbindet; diese gerade Linie heisst die optische Achse des Fernrohrs.

Wir wollen nun annehmen, dass unser Fernrohr, oder genauer ausgedrückt, seine optische Achse, auf irgend einen beliebigen Stern gerichtet sei; so kann man wegen der grossen Entfernung der Sterne annehmen, dass die von diesem Sterne ausgehenden Strahlen *S A*, *S C*, *S B* und die übrigen (Fig. 12), alle unter sich parallel auf das Objectiv *A B* fallen; einer von diesen Strahlen *S C*, geht durch die optische Achse des Fernrohrs selbst, und behält dabei seine ursprüngliche Richtung, denn indem er an die Linsen tritt, geht er senkrecht durch ihre Oberflächen hindurch; aber alle anderen Strahlen, welche durch die biconvexe Linse des Objectivs durchgehen, erleiden eine Brechung, wodurch ihre anfängliche Richtung geändert wird, und wenn die Linsen in Vergleich zu den Krümmungs-Halbmesser ihrer Oberflächen sehr klein sind, so werden diese Strahlen aus der Objectivlinse convergent oder zusammenlaufend austre-

ten, und sich sämmtlich in einem gemeinschaftlichen Punkte *F*, welcher sich in der Achse des Fernrohrs befindet, durchschneiden. Dieser Vereinigungspunkt der Strahlen, heisst der Brennpunkt des Objectivs und es entsteht in ihm ein deutliches Bild des Sterns. Die Entfernung *F C*, zwischen der Mitte der Objectivlinse *C* und ihrem Brennpunkte *F*, heisst die Brennweite des Objectivs; sie hängt ab von der Brechung der Lichtstrahlen in der Objectivlinse, und von den Halbmessern ihrer sphärischen Oberflächen. Ebenso wie nun parallele Lichtstrahlen, welche auf die biconvexe Linse fallen, vermöge der Brechung sich im Brennpunkte vereinigen, ebenso lässt sich auch leicht einsehen, dass wenn man in diesem Brennpunkte einen leuchtenden Punkt aufstellt, alsdann die von ihm auseinanderlaufenden Strahlen, welche zu derselben biconvexen Linse gelangen, auf ihrer vorderen Seite, untereinander parallel austreten werden. Weiter unten werden wir viele wichtige Folgerungen aus dieser Eigenschaft der Linsen ziehen, aber fürs erste wollen wir nur bemerken, dass wenn man hinter dem Objective *A B* (Fig. 12), nach dem Beobachter zu, eine zweite biconvexe Linse oder die Ocularlinse *g g'* aufstellt, und zwar so, dass sowohl die Achsen beider Linsen, wie auch ihre Brennpunkte zusammenfallen, alsdann auch das helle Bild des Sterns sich zugleich im Brennpunkte *F* der beiden Linsen befinden wird; und daher werden die von diesem Brennpunkte *F* ausgehenden, divergirenden Lichtstrahlen, wenn sie zur Linse *g g'* gelangen, aus dieser unter einander parallel austreten, und indem sie dann zum Auge des Beobachters gelangen, werden sie ihm dadurch ein ganz deutliches Bild des Sternes gewähren. Ohne Fernrohr würden wir nur diejenigen Lichtstrahlen des Sternes sehen, welche auf die Pupille unseres Auges fallen; wenn wir aber das Bild des Sternes durch ein Fernrohr erblicken, so sehen wir diesen mit grösserer Deutlichkeit, weil alsdann alle Strahlen, welche auf das Objectiv fallen, sich

im Brennpunkte des Fernrohrs vereinigen, und die Oberfläche des Objectivs ungleich grösser als die Oberfläche der Pupille ist. Hierin besteht der erste Vorzug des Sehens durch ein Fernrohr. Wenn man im Brennpunkte des Oculares einen sehr feinen Faden aufspannt, so werden wir diesen Faden durch das Ocular sehen und fällt jener Brennpunkt mit dem Brennpunkte der Objectivlinse zusammen, so werden wir das Bild des Sternes und diesen Faden zugleich deutlich sehen, falls das Fernrohr auf den Stern gerichtet wird. Spannt man statt eines Fadens, zwei Fäden so auf, dass sie sich in dem Gesichtsfelde des Fernrohrs durchkreuzen, so wird ihr Durchschnittspunkt, einen ganz festen Punkt bestimmen, welchen man auf den zu beobachtenden Gegenstand richten kann; diese zweite Eigenschaft des Fernrohrs gewährt ein vorzügliches Hülfsmittel beim genauen Beobachten.

27. Wir wollen jetzt annehmen, dass das Fernrohr, auf irgend einen sehr entfernten Gegenstand *D L* (Fig. 13.) gerichtet sei. Aus seinem obersten Punkte *D*, fallen alsdann eine Menge Strahlen auf das Objectiv *A B*, welche man alle als parallel mit der geraden Linie *D C d* ansehen kann, die aus *D* durch die Mitte *C* des Objectivs *A B* hindurchgeht; darauf treten diese Strahlen aus der Linse heraus und sammeln sich alle auf der Linie *D C d* im Punkte *d*, dessen senkrechter Abstand von der Objectivlinse, gleich der Brennweite dieser Linse $= F$ ist; es stellt sich daher auf der entgegengesetzten Seite der Objectivlinse in *d*, ein deutliches Bild des Punktes *D* dar. Auf ähnliche Weise, bildet sich ein jeder andere Punkt des Gegenstandes, auf derjenigen Linie ab, welche durch diesen Punkt und die Mitte *C* des Objectivs hindurchgeht, so dass also der unterste Punkt *L* des Gegenstandes, sich auf der Linie *L C l* im Punkte *l* abbildet, dessen senkrechter Abstand vom Objectiv eben so gross wie der des Punktes *d* ist, und gleich der Brennweite

des Objectivs $= F$ sein wird. Dadurch entsteht also eine vollständige Abbildung $d\ l$ des Gegenstandes $L\ D$; sie wird aber umgekehrt sein, d. h. der unterste Punkt des Gegenstandes wird zu oberst, der oberste Punkt des Gegenstandes dagegen zu unterst erscheinen. Wenn der Brennpunkt des Oculars $g\ g'$ mit dem Brennpunkte des Objectivs zusammenfällt, und daher auch mit dem Bilde $d\ l$, so werden die Strahlen, welche vom Punkte d aus, auf das Ocular nach divergirenden Richtungen fallen, aus diesem wiederum alle untereinander, und mit der Linie $d\ c\ k$ parallel austreten, welche letztere durch den Punkt d und die Mitte c des Oculars hindurchgehen wird; ganz ähnlich verhält es sich mit allen anderen Strahlen die von irgend einem anderen Punkte des Bildes $d\ l$ ausgehen, und daher treten endlich alle Strahlen, welche von l aus auf das Ocular $g\ g'$ fallen, der Richtung der Linie $l\ c\ n$ parallel aus. Auf diese Weise gelangen die Strahlen in das Auge des Beobachters, welchem das Bild des Gegenstandes unter dem Winkel $n\ c\ k$ erscheint. Ohne Fernrohr aber würde dem Beobachter der Gegenstand unter dem Winkel $D\ C\ L = d\ C\ l$ erscheinen, wenn nämlich sein Auge sich an der Stelle des Objectives befände; ist aber der Gegenstand sehr entfernt, so kann man diesen Winkel mit demjenigen vollkommen verwechseln, welcher von den Strahlen gebildet wird, die von den Grenz-Punkten dieses Gegenstandes aus, nach dem Auge des Beobachters, in der Nähe des Oculars, gehen. Das Verhältniss dieser Winkel, oder $n\ c\ k : d\ C\ l$ wird die Vergrösserung des Fernrohrs genannt. Da diese beiden Winkel immer sehr klein sind, so werden sie sich nahe wie ihre Tangenten verhalten, und in der Annahme dass $C\ l = C\ d = F$ und $c\ l = c\ d = f$, erhält man daher aus den Dreicken $C\ l\ c$ und $C\ d\ c$ mit genügender Annäherung:

$$n\ c\ k : d\ C\ l = F : f,$$

d. h. die scheinbare Grösse eines Gegenstandes,

durch ein Fernrohr gesehen, verhält sich zu seiner scheinbaren Grösse durch das blosse Auge gesehen, ganz ebenso, wie die Brennweite F, des Objectives, sich zu der Brennweite f, des Oculares verhält. Hieraus sieht man, dass wenn ein Fernrohr mit verschiedenen Ocularen versehen ist, man dadurch auch verschiedene Vergrösserungen hervorbringen kann, und jemehr die Brennweite der Ocularlinse abnimmt, desto mehr wird die Vergrösserung zunehmen. Um so viel Mal ein Fernrohr vergrössert, um eben so viel Mal wird ein Gegenstand uns näher erscheinen, und desto grösser wird man seine einzelnen Theile erblicken. Hierin besteht also noch ein wesentlicher Vortheil des Sehens durch Fernröhre.

28. Unter dem Gesichtsfelde des Fernrohrs, versteht man den Raum, welchen man, mit Hülfe des Fernrohrs auf einmal übersehen kann; die Grösse des Gesichtsfeldes, hängt von dem Winkel $g\ C\ g'$ (Fig. 14.) ab, welcher von den Strahlen $C\ g$ und $C\ g'$, die von der Mitte des Objectivs, nach den Rändern des Oculars g und g' zulaufen, gebildet wird. Hieraus sieht man, dass die Grösse des Gesichtsfeldes bei einem Fernrohr, nur von der Grösse des Oculares und seiner Entfernung vom Objective abhängt. Viele Fernröhre haben Diaphragmen oder undurchsichtige flache innere Ringe, damit die Lichtstrahlen dadurch verhindert werden auf die Ränder des Oculars zu gelangen; alsdann hängt die Grösse des Gesichtsfeldes von der freien Oeffnung des Diaphragmas, oder nur von demjenigen Theil des Oculares ab, auf welchen die Lichtstrahlen noch gelangen.

29. Das Bild des Gegenstandes, welches durch das Fernrohr hervorgebracht wird, muss eine hinreichende Helligkeit haben, damit es auf unser Auge einen Eindruck hervorbringen kann. Nehmen wir nun an, dass zwei Fernröhre

gleiche Vergrösserung besitzen, so ist es leicht einzusehen, dass die Helligkeit der Bilder in diesen beiden Fernröhren den Lichtmengen proportional sein wird, welche auf die Oberflächen ihrer Objective gelangen, aber diese Oberflächen verhalten sich untereinander wie die Quadrate der Durchmesser der Objectivlinsen; folglich ist die Helligkeit der Bilder, den Quadraten dieser Durchmesser proportional. Nehmen wir dagegen an, dass die beiden Fernröhre gleiche Objectivlinsen haben, aber verschiedene Vergrösserungen, so ist es klar, dass eine und dieselbe Lichtmenge, auf die Oberfläche des grösseren und kleineren Bildes vertheilt sein wird, und folglich ist die Helligkeit der Bilder in diesem Falle den Quadraten der Vergrösserungen umgekehrt proportional. Es ist noch zu bemerken, dass nicht alle, auf das Objectiv fallende Strahlen in unser Auge gelangen, theils wegen der nicht ganz vollkommenen Durchsichtigkeit des Glases, und mehr noch wegen der von den Oberflächen der Linsen zurückgeworfenen Strahlen. Auch geht zuweilen etwas Licht verloren, wenn die Breite des Oculares nicht gross genug ist, um alle im Brennpunkte des Objectives vereinigte und von da aus kegelförmig sich verbreitende Strahlen eines leuchtenden Punktes aufzufassen, oder wenn die Pupille des Auges nicht gross genug ist, um den vom Oculare durchgelassenen Lichtcylinder aufzunehmen. Es sei z. B. $S\ A\ B\ S$ (Fig. 12) der auf die freie Objectivöffnung einfallende Strahlencylinder; $g'\ k'\ k\ g$ der vom Oculare durchgelassene Lichtcylinder, F der gemeinschaftliche Brennpunkt der Objectiv- und Ocularlinsen. Wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke $A\ B\ F$ und $g'\ g\ F$, verhält sich aber $A\ B$ zu $g'\ g$, oder der Durchmesser des ersten Cylinders, zum Durchmesser des zweiten, wie $C\ F : F\ c$. Nun ist $\frac{C\ F}{F\ c}$ gleich der Vergrösserungszahl (§. 27, Seite 47.), welche wir durch G bezeichnen wol-

len. Folglich ist auch $\frac{A\ B}{g'\ g} = G$ und es werden nur dann alle auf das Objectiv einfallende Strahlen ins Auge kommen, wenn entweder $g'\ g$ dem Durchmesser d der Pupille gleich ist, oder wenn $g'\ g$ kleiner als d ist. Im ersteren Falle wird $G = \frac{A\ B}{d}$, in zweiten $G > \frac{A\ B}{d}$. Wenn aber die Vergrösserung G kleiner als $\frac{A\ B}{d}$ ist, so muss auch $g\ g'$, oder der Durchmesser des Lichtcylinders, beim Austritte aus dem Oculare, grösser als der Durchmesser der Pupille sein, und es geht uns dann das ausserhalb der Pupille befindliche Licht verloren.

Da jeder Punkt eines durch ein Fernrohr gesehenen Gegenstandes, wieder als ein Punkt erscheint, gleich viel ob das Fernrohr viel oder wenig vergrössert, so kann die Lichtstärke oder die Intensität der Beleuchtung der einzelnen Punkte, des im Fernrohr entstehenden Bildes, nur von der Menge der Strahlen abhängen, die von jedem Punkte des Gegenstandes ausgehen und in unser Auge gelangen. Daher ist die Lichtstärke nicht mit der Helligkeit oder dem Eindrucke des ganzen Bildes auf unser Auge, zu verwechseln; die Lichtstärke ist von der Vergrösserung ganz unabhängig; die Helligkeit des Bildes aber muss, wie oben gezeigt ist, umgekehrt dem Quadrate der Vergrösserung proportional sein. Nach diesen Erklärungen wird folgende, vom berühmten Olbers entlehnte, Darstellung der Wirkung der Fernröhre leicht begreiflich sein.

„Wenn H die Helligkeit, L die Lichtstärke eines Gegenstandes, durch ein Fernrohr gesehen, ist, beide für das blosse Auge $= 1$ gesetzt, D der Durchmesser des Objectives, d der Durchmesser der Pupille des Auges, G die Vergrösserung des Fernrohrs, und $1 : m$ das Verhältniss anzeigt, in welchem das Licht bei dem Durchgange durch

die sämmtlichen Gläser des Fernrohrs geschwächt wird, so ist $H = m.\frac{D^2}{d^2.G^2}$; $L = m.\frac{D^2}{d^2}$.

So lange nun $G < \frac{D}{d}$ ist, ein Umstand, der wohl nur bei Fernröhren statt findet, welche eine bedeutende Objectiv-Oeffnung und eine geringe Vergrösserung haben, bleibt H constant und $= m$. Denn wenn G kleiner als $\frac{D}{d}$ ist, so wird der Durchmesser des Lichtbüschels beim Austritte aus dem Oculare grösser, als die Pupille ihn fassen kann; sie nimmt daher nicht mehr von ihm auf, als sie erhalten würde, wenn das Objectiv nur den Durchmesser $G.d$ hätte. Der grösstmöglichste Werth von H ist also auch $= m$, und kann im Fernrohre nie grösser werden. Da nun m bei den besten Achromaten nur $= 0{,}85$ ist, so ist die Helligkeit eines Gegenstandes immer mit blossem Auge am grössten. Sobald G grösser als $\frac{D}{d}$ ist, nimmt die Helligkeit schnell, wie das Quadrat von G, ab.

L hingegen, oder die Lichtstärke ist constant, sobald $G =$ oder $> \frac{D}{d}$ wird, vorausgesetzt, dass das Gesichtsfeld noch immer den ganzen vergrösserten Gegenstand fasst. L kann also sehr gross werden, wenn D gross wird, und diess ist die Ursache warum man ausserordentlich schwache Sterne durch ein Fernrohr mit grossem Objective sehen kann. Der Durchmesser der Pupille d (den man ungefähr $= \frac{1}{8}$ Zoll annimmt) ist nicht allein für verschiedene Beobachter, sondern auch nach der absoluten Lichtstärke des betrachteten Gegenstandes verschieden; z. B. kleiner wenn man den Mond, grösser wenn man den Saturn betrachtet; kleiner wenn man den Mond durch ein Fernrohr von 5 Zoll, als durch eines von 1 Zoll Oeffnung beobachtet.

Der Himmelsgrund hat auch bei Nacht einige, und bei Mondschein, Dämmerung u. s. w., sogar eine beträchtliche Helligkeit. Diese Helligkeit des Himmelsgrundes nimmt nun auch im Fernrohre, wie $m. \frac{D^2}{d^2.G^2.}$ ab, und so bleibt das Verhältniss der Helligkeit des gesehenen Gegenstandes zu der Helligkeit des Himmelsgrundes eigentlich für jede Vergrösserung constant. Dies ist die Ursache, warum wir bei mässigen Vergrösserungen noch keine so grosse Abnahme der Helligkeit bemerken. Aber wenn wir diese Helligkeit des Himmelsgrundes, h nennen, so bleibt zwar für jede Vergrösserung des Verhältniss $H : h$. dasselbe, aber unser Auge kann den Unterschied der Helligkeiten H und h nicht mehr empfinden, wenn $H - h$ sehr klein ist. Darum werden schwache Nebelflecke, der Schweif der Cometen u. s. w. bei starken Vergrösserungen unsichtbar. Die Lichtstärke des Theils des Himmelsgrundes, den wir im Fernrohr sehen, steht nahe im umgekehrten Verhältniss mit G^2. Diese Lichtstärke des Theiles des Sehrohrfeldes kann so gross sein, dass wir deswegen kleine Gegenstände von geringer Lichtstärke gar nicht empfinden. Diess ist die Ursache, warum wir durch Cometensucher (ein Fernrohr mit ziemlich grossem Objective und kleiner Vergrösserung) bei Tage auch keine Fixsterne erster Grösse sehen können, die wir doch ohne Mühe durch stärker vergrösserende Fernröhre von viel kleinerer Objectiv-Oeffnung erblicken; und ferner warum wir bei stärkerer Vergrösserung oft noch kleine Fixsterne wahrnehmen, die uns bei schwächerer Vergrösserung mit demselben Fernrohre unsichtbar bleiben."

Je vollkommener das Fernrohr ist, desto mehr wird das Bild eines Sternes einem leuchtenden Punkte ähnlich sein, und nach oben Gesagtem kann man bei der Beobachtung der Fixsterne ohne Besorgniss, die stärksten Vergrösserungen anwenden.

30. Fernröhre von so einfacher Construction, wie sie oben beschrieben sind, würden sehr bedeutende Mängel haben; denn was wir früher vom Brennpunkte gesagt haben, würde nur dann annährend wahr sein, wenn das Fernrohr bei einer sehr kleinen Objectivlinse eine bedeutende Brennweite hätte. Im entgegengesetzten Falle werden die Strahlen, welche auf die Ränder der Linse fallen, sich nicht in demjenigen Punkte bei ihrem Austritte aus der Objectivlinse vereinigen, in welchem die durch die Mitte der Linse durchgehenden Strahlen zusammenfallen; dadurch würde das Bild eines Fixsterns nicht mehr ein scharf begrenzter Punkt, sondern ein undeutlicher Fleck sein, und alle Bilder von verschiedenen Gegenständen, würden desto mehr verzerrt erscheinen, je grösser das Objectiv wäre. Dieser Mangel der Fernröhre heisst die sphärische Aberration, oder die Abweichung wegen der Kugelgestalt.

Bei den einfachen Fernröhren würde aber noch ein anderer, weit grösseren Fehler stattfinden; denn die weissen Lichtstrahlen würden, nach ihrer Brechung in der Objectivlinse, sich in die sieben Farben des Regenbogens zerstreuen, und dadurch das Bild des Gegenstandes mit farbigem Lichte umringt und verwischt erscheinen. Dieser Mangel des Fernrohrs heisst die chromatische Aberration. Euler war der erste, welcher die Möglichkeit wahrscheinlich machte, ein Fernrohr ohne solche Fehler zu construiren (im Jahre 1747); zuerst jedoch construirte der englische Künstler Dollond um das Jahr 1758 herum, wirklich ein solches, ziemlich fehlerfreies Fernrohr. Dessenungeachtet hatten die Fernröhre noch immer nicht die gewünschte Vollkommenheit; nur erst in jüngster Zeit ist es dem unsterblichen Genie Frauenhofers gelungen so ausgezeichnete Fernröhre zu verfertigen, dass sie den heutigen Anforderungen der Astronomen in hohem Grade entsprechen.

Es ist hier nicht der Ort die Construction eines aplanatisch-achromatischen Fernrohrs, d. h. eines solchen Fernrohrs, welches keine sphärische- und chromatische Aberration hat, näher zu beschreiben; hierüber kann man die vorher obenerwähnten Werke nachlesen. In solchen Fernröhren besteht das Objectiv (Fig. 15) aus zwei Linsen *A B* und *A' B'*; die erste dieser Linsen, *A B*, welche auf den Gegenstand gerichtet wird, ist eine bi-convexe Linse, aus Kronglas (oder gewöhnlichem Glase) verfertigt; die zweite Linse, *A' B'*, ist eine Meniscus aus Flintglas (oder von solchem Glase, welches eine kleine Menge Bleioxyd enthält). Dieser Meniscus liegt mit seiner concaven Seite auf der Kronglaslinse, ohne sie jedoch zu berühren, indem zwischen beiden Linsen drei kleine Staniolblättchen an den Rändern beider Linsen sich befinden, welche um 120° von einander abstehen, so dass überall ein kleiner Zwischenraum zwischen beiden Linsen bleibt. Diese Linsen sind sphärisch geschliffen, und ihre Oberflächen haben alle, verschiedene Krümmungen, welche von der Brechung und Zerstreuung des Lichts in Kron- und Flintglase abhängen und so berechnet werden, dass die Fehler der Kronglaslinse durch die Fehler der Flintglaslinse aufgehoben werden.

Achromatische Oculare giebt es zweierlei Art. Das erste von ihnen, das sogenannte Huygensche Ocular, besteht aus zwei plan-convexen Kronglaslinsen (Fig. 15), welche beide ihre convexe Seite dem Objective zukehren, und so construirt sind, dass die Brennweite der ersten Linse des Oculares (derjenigen, welche dem Objectiv zunächst liegt) sich zur Entfernung der ersten Linse von der zweiten Linse und zur Brennweite der letzteren verhält, wie 3 : 2 : 1; so dass also die erste Linse, um ihre halbe Brennweite näher am Objective liegen muss, als der Brennpunkt der zweiten Linse des Oculares. Die erste Linse dieses Oculares fängt also die Lichtstrahlen, welche aus der Objectivlinse treten

auf, ehe sie im Focus derselben das Bild des Gegenstandes entworfen haben, und bringt dieses Bild näher zum Objective hin; diese Linse heisst daher auch die Collectivlinse, während die andere Linse das eigentliche Ocular bildet, und das in ihrem Focus befindliche Bild vergrössert. Wollte man nun einen Faden anbringen, so müsste er im Focus des eigentlichen Oculares aufgespannt werden, damit das Auge des Beobachters ihn zugleich mit dem Bilde deutlich sehen könnte; dann würden aber beide Aberrationen, die sphärische und die chromatische, anders auf das Bild und auf den Faden wirken, da die Lichtstrahlen des Bildes durch die Collectivlinse und die Ocularlinse; die Lichtstrahlen des Fadens aber nur durch die Ocularlinse gehen. Die Gläser sind so geschliffen, dass beide zusammen die Aberrationen möglichst verringern; eines allein aber nicht; es wird also das Bild des beobachteten Gegenstandes dem Auge in seiner richtigen Form, das Bild des Fades aber durch die Aberration verzerrt erscheinen, und daher zu allen Micrometermessungen untauglich sein. Dies ist der Grund, warum das Huygensche Ocular bei Messungen nicht gebraucht wird.

Das Ocular der zweiten Art (das Ramsdensche) besteht ebenfalls aus zwei plan-convexen Linsen (Fig. 16), aber hier sind ihre convexe Seiten einander zugekehrt, und folglich die plane Seite der ersten Linse dem Objective, die plane Seite der zweiten Linse aber, dem Auge des Beobachters zugewandt. Die Brennweite der 2ten Linse ist = ⅔ der Brennweite der 1sten Linse, und die Entfernung zwischen beiden Linsen = ⅔ der Brennweite der 1sten. Man stellt dieses Ocular in das Fernrohr immer so ein, dass der gemeinschaftliche Brennpunkt seiner beiden Linsen mit dem Brennpunkte des Objectives zusammenfällt, wo auch die Fäden ebenfalls angebracht werden müssen.

In optischer Beziehung sind die Huygensche Oculare vorzüglicher, weil sie weniger der sphärischen Aberration

unterworfen sind, als die Ramsdenschen; man kann sie daher auch mit Vortheil bei solchen Fernröhren anwenden, die nicht zu Winkelmessungen, sondern nur zur Betrachtung der Gestirne, zur Beobachtung der Finsternisse u. s. w. bestimmt sind.

Die Linsen des Oculares, sind immer für sich in einem besonderen Röhrchen angebracht, welches sich in das Hauptrohr des Fernrohrs einschieben lässt, und welches man dem Auge näher oder entfernter stellen kann. Für Kurzsichtige muss man das Ocular, zugleich mit dem Bilde des Gegenstandes und den Fäden näherstellen, für weitsichtige aber, es etwas entfernen.

31. Wir wollen jetzt einige practische Methoden angeben, wie man die Vergrösserung eines Fernrohrs finden kann, wobei wir voraussetzen, dass das Fernrohr auf den Focus gestellt sei; d. h. dass die Bilder sehr entfernter Gegenstände die grösst-möglichste Präcision und Schärfe haben. Wenn wir alsdann das Fernrohr nach dem Tageslichte richten, so wird sich in der Nähe des Oculares ein kleiner heller Kreis bilden, welcher nichts anders, als das Bild der Objectiv-Oeffnung ist. Messen wir alsdann den Durchmesser dieses Kreises, durch einen in sehr kleine gleiche Theile, eingetheilten geradlinigten Maassstab aus, und ebenso auch die Objectiv-Oeffnung des Fernrohrs, so wird alsdann der so gemessene Durchmesser des Objectives, durch den Durchmessers des Lichtkreises dividirt, die Vergrösserung des Fernrohrs *) ausdrücken. Es sei zum Beispiel: der

*) Wir führen hier einen sehr einfachen Beweis dieser Methode an, welchen man selten in Werken über Fernröhre antrifft. Es sei $J''\ J\ J'$, (Fig. 17) das Objectiv; $a\ c\ b$ das Ocular, J die Mitte der Objectiv-Oeffnung und j die Mitte des Lichtkreises $j''\ j\ j'$, welcher hinter dem Oculare entsteht. Schrauben wir die Objectivlinsen aus dem Fernrohr heraus,

Durchmesser des kleinen hellen Kreises $= \frac{1}{3}$ Linie; der Durchmesser des Objectives $=$ 24 Linien; alsdann wird $24 : \frac{1}{3} = 72$ die Vergrösserung des Fernrohrs sein. Zur genauen Messung des Durchmessers des erwähnten kleinen Kreises, hat man verschiedene Vorrichtungen erfunden, von denen die beste das Ramsdensche Dynamometer ist.

Eine andere sehr genaue Methode rührt von Gauss her. Wenn man das Fernrohr umkehrt und das Ocular auf einige entfernte Gegenstände richtet, so wird man, wenn man durch das Objectiv sieht, die Abbildungen dieser Gegenstände im Fernrohr, um eben so viele Male verkleinert sehen, als das Fernrohr selbst sie vergrössern würde, wenn man durch das Ocular beobachtete. Man richtet deshalb das Fernrohr so, dass

---

oder lassen sie auch im Fernrohre bleiben, so wird in beiden Fällen gleich viel Tages-Licht in die Objectiv-Oeffnung eintreten, und diese uns abgebildet in $j''\ j\ j'$, erscheinen. Aus den Elementen der Optik ist aber bekannt, dass wenn ein leuchtender Gegenstand sich in der Entfernung d von einer convexen Linse befindet, alsdann die Lichtstrahlen, die von diesem Gegenstande ausgehen, hinter der Linse ein Bild des Gegenstandes hervorbringen, dessen Entfernung von der Linse $= \varphi$ eine solche sein muss, dass sie der Gleichung genüge leistet: $\frac{1}{\varphi} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$, wo f die Brennweite der Linse ist. Wenn nun F die Brennweite des Objectives, f die Brennweite des Oculares, und d die Entfernung des Objectives vom Oculare bezeichnet, so werden wir haben $J\,c = d = F + f$; $c\,j = \varphi$; folglich $\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{f} - \frac{1}{F+f}$; $\frac{1}{\varphi} = \frac{F}{f(F+f)}$. Nun ist aber: $\frac{J\,J'}{j\,j'} = \frac{J\,c}{c\,j} = \frac{(F+f)}{f(F+f)}F = \frac{F}{f} =$ *Vergrösserung* des Fernrohrs, und folglich ist diese Vergrösserung gleich dem Verhältniss des Durchmessers des Objectives zum Durchmesser des kleinen hellen Kreises, welcher sich hinter dem Oculare bildet.

man durch das Objectiv in der Mitte des Gesichtsfeldes, oder in gleicher Entfernung zu beiden Seiten der optischen Achse, zwei Gegenstände deutlich sehen kann. Man richtet alsdann auf dieses Fernrohr einen Theodoliten, so dass seine optische Achse mit der optischen Achse des Fernrohrs nahe zusammenfällt, und misst nun den Winkel ($=\gamma$) welcher zwischen den Bildern der erwähnten Gegenstände, eingeschlossen ist, wie sie in der umgekehrten Lage des Fernrohrs erscheinen. Nimmt man alsdann dieses letztere hinweg, und misst mit dem Theodoliten den Winkel T, welcher zwischen diesen Gegenständen selbst enthalten ist, so ist offenbar die gesuchte Vergrösserung $= \frac{tg\ \frac{1}{2}\ T}{tg\ \frac{1}{2}\ \gamma}$, und wenn die Winkel T und γ hinlänglich klein sind, sehr nahe $= \frac{T}{\gamma}$.

Wenn im gemeinschaftlichen Brennpunkte des Oculares und Objectives Fäden eingespannt sind, wie dieses in den meisten astronomischen Fernröhren stattfindet, und die Winkel-Entfernungen dieser Fäden von einander bekannt sind, so wird es dann leicht sein die Vergrösserung des Fernrohrs auf folgende Weise zu bestimmen. Misst man die Entfernung einer in derselben Höhe mit dem Fernrohre aufgestellten horizontalen Stange, die in mehrere gleiche Theile eingetheilt ist, und richtet das Fernrohr, gegen das Tageslicht, auf diese Stange, so kann man mit dem einen Auge, durch das Ocular auf die Fäden im Fernrohre sehen, während man mit dem anderen Auge bemerkt, wie viele Theile der eingetheilten Stange, zwischen den Fäden oder ihrer Projectionen auf der Stange enthalten sind. Aus der Menge dieser Theile, der Grösse eines jeden und aus der bekannten Entfernung der Stange vom Auge, kann man sich leicht den Winkel berechnen, welcher zwischen den Gesichtslinien enthalten ist, die durch die Fäden nach den bemerkten Punkten auf der Stange gehen. Die Tangente dieses halben Winkels, durch die

Tangente des halben Winkelabstands der Fäden dividirt, giebt uns alsdann die Vergrösserung des Fernrohrs. Um dieses besser einsehen zu können, sei O die Mitte des Objectives $A\ B$ (Fig. 18); c die Mitte des Oculares $g\ g'$; F und F'' die in einer horizontalen Linie sich befindenden Punkte, durch welche die zwei verticalen Fäden durchgehn; P und Q die Punkte, in welchen man die Projectionen der Fäden sieht; R die Mitte der Linie $P\ Q$; F' die Mitte der Linie $F\ F''$, so dass P, R, Q von den Verlängerungen der Linien $F\ c$, $F'\ c$, $F''\ c$ getroffen werden. Die Fäden liegen in einer Ebene, die durch den gemeinschaftlichen Brennpunkt des Objectives und Oculares geht, und senkrecht zur optischen Achse des Fernrohrs steht; bezeichnet man den Winkel $F\ O\ F''$ mit k, so ist k der sogenannte Abstand eines Fadens von dem andern, welcher durch astronomische Beobachtungen leicht bestimmt werden kann. Hat man ausserdem die Linien $P\ Q = 2.\ R\ P$ und $R\ c$ gemessen, so findet sich der Winkel $P\ c\ R$ nach der Formel: $tg\ P\ c\ R = \frac{P\ R}{R\ c}$ aber der Winkel $P\ c\ R = F\ c\ F'$; $O\ F'.\ tg\ F'\ O\ F = F'\ c\ tg\ F\ c\ F'$, und der Winkel $F\ c\ F'$ oder $P\ c\ R =$ der Hälfte des Winkels $P\ c\ Q$, mithin die Vergrösserung $\frac{O\ F'}{F'\ c} = \frac{tg\ \frac{1}{2}\ P\ c\ Q}{tg\ \frac{1}{2}\ k}$.

Statt eine eingetheilte Stange aufzustellen, kann man auch auf einer, dem Fernrohre gegenüber stehenden, Wand die Punkte bemerken, in welchen man, bei horizontal aufgestelltem Fernrohre, die Projectionen von zwei Vertical-Fäden sieht; mit einem Zollstock wird man den Abstand dieser Punkte von einander, und mit einer Messschnur die Entfernung von der Mitte zwischen diesen Punkten bis zur Ocularlinse leicht messen können. Als Beispiel wollen wir die Vergrösserung an einem Ertelschen Durchgangsinstrumente berechnen. Die Fadendistanz, oder k, war 18″, 74 in Zeit

oder 4′ 41″, 1 in Bogen; der Abstand zwischen den Projectionen der Fäden, auf einer Wand die vom Augenglase 64, 1 engl. Zoll entfernt war; war = 4, 6 engl. Zoll; hier ist also $tg\ \frac{1}{2}\ P\ c\ Q = \frac{2.3}{64,1}$; $\frac{1}{2}\ P\ c\ Q = 2^0\ 3'$; mithin die Vergrösserung $= \frac{tg\ 2^0\ 3'\ 0''}{tg\ 0^0\ 2'\ 20'', 5''}$ beinahe = 52.

Eine andere sehr bequeme Art die Vergrösserung eines Fernrohrs zu bestimmen, hat H. B. Valz (Astr. Nachr. Bd. 7. S. 204) vorgeschlagen. Sein Verfahren besteht darin, dass man das Fernrohr auf einen Gegenstand, von bekanntem Durchmesser richtet, und den Winkel misst, welchen die entgegengesetzten Randstrahlen des Gegenstandes, bei ihrem Austreten aus dem Fernrohre untereinander bilden. Die Sonne, deren Durchmesser immer bekannt ist, eignet sich, ihres grossen Glanzes wegen, ganz besonders zu solchen Bestimmungen. Es seien $S'\ J$ und $S''\ J$ die Strahlen, die von zwei diametral entgegengesetzten Rändern der Sonne (Fig. 19.) auf die Mitte J des Objectives $O\ O$ einfallen; $F'\ F\ F''$, eine Ebene die senkrecht zur optischen Achse des Fernrohrs steht und durch den gemeinschaftlichen Focus F des Objectivs $O\ O$ und des Oculars $A\ A$ geht; $F'\ a\ b'$ und $F''\ a\ b''$ die Richtungen der Randstrahlen beim Austritte aus dem Fernrohre; $b'\ c\ b''$ der Durchmesser des, ausserhalb des Fernrohrs, gemessenen Sonnenbildes; c seine Mitte; $a\ c$ die Entfernung dieses Bildes vom Oculare $A\ A$. Wenn die Linearlängen der Linien $b'\ b'' = 2.b'\ c$ und $a\ c$, gemessen werden, so lässt sich der Winkel $b'\ a\ c$ nach der Formel $tg\ b'\ a\ c = \frac{b'\ c}{a\ c}$ berechnen; nun ist aber $b'\ a\ c = F'\ a\ F$, und bekanntlich drückt das Verhältniss $tg\ F'\ a\ F : tg\ F'\ J\ F$ die Vergrösserungskraft G des Fernrohrs aus; in unserem Falle aber ist der Winkel $F'\ J\ F = S'\ J\ S$; der scheinbare Halbmesser der Sonne $= r$; folglich $G = tg\ F\ a\ F'$

$: tg\ F\ J\ F' = tg\ b'\ a\ c : tg\ r = \frac{b'\ c}{a\ c} : tgr$, folglich:

$G = \frac{b'\ b''}{2.\ a\ c.\ tg\ r}$; oder beinahe $= \frac{b'\ b''}{a\ c}.\ cotg\ 2\ r.$

Um die Vergrösserung G zu haben, ist es also nur nöthig, mit Hülfe eines beliebigen Masstabes die Länge des Durchmessers $b'\ b''$ des Bildes, und die Entfernung $a\ c$ des Augenglases von diesem Bilde zu bestimmen; dann ist $G = \frac{b'\ b''}{a\ c}.\ cotg\ 2\ r.$ Es wird bequem sein, den Masstab für diese Messungen so einzurichten, dass die Entfernung $a\ c$ vom Augenglase bis zum Bilde $b'\ c\ b''$ gleich wäre der Cotangente des Sonnendurchmessers $2\ r$; in diesem Falle giebt die in denselben Theilen des Masstabes ausgedrückte Länge des Bildes $b\ b''$, unmittelbar die Vergrösserungszahl G des Fernrohrs; z. B. im Januar Monat ist der Durchmesser der Sonne $= 2\ r = 32'\ 34''$; folglich muss man das Bild in der Entfernung von 105 des Masstabes messen; weil die Cotangente von $0^0\ 32'\ 34'' = 105$ ist; im Juli muss diese Entfernung 109, im April und October 107 u. s. w. betragen. Misst man nicht genau von der Mitte a des Augenglases, so muss man von der Grösse des gemessenen Durchmessers $b'\ b''$ den Durchmesser desjenigen kleinen Kreises abziehen, welcher sich in dem Punkte bildet, von welchen aus die Entfernung gezählt wird. Ist das Gesichtsfeld kleiner als der Durchmesser der Sonne und man kennt den Durchmesser des Gesichtsfeldes aus astronomischen Beobachtungen, so kann man das Gesichtsfeld statt der Sonne brauchen.

32. Der Beobachter wird zuweilen in den Fall kommen sich die Fäden, welche zur Bestimmung der Gesichtslinien im Gesichtsfelde des Fernrohrs dienen, selbst aufziehn zu müssen. Gewöhnlich braucht man hierzu Spinnfäden, welche mit Wachs oder Firniss, an eine ringförmige Platte angeklebt werden,

die sich im Ocularröhrchen befindet. Nimmt man das ganze Ocularröhrchen aus dem Fernrohre heraus; die Augengläser ebenfalls weg und löst die Schrauben, welche die Platte befestigen, so wird man leicht zur Platte gelangen können. Herr v. Struve hat folgende Regel zum Aufspannen der Fäden gegeben, zu welcher wir noch Einiges aus unserer eigenen Erfahrung hinzufügen werden. Man erhält die Fäden entweder von der Spinne selbst, oder nimmt sie vom Cocon der Spinne. Im ersten Falle lässt man die Spinne längs einer Schreibfeder laufen und zwingt sie durch eine Erschütterung sich vom Ende derselben an einem Faden herabzulassen. Ein solcher Faden lässt sich mit einem geöffneten Zirkel, dessen Schenkel mit Wachs oder Firniss bestrichen sind, dadurch auffassen, dass man jede der Spitzen so bewegt, dass sich der Faden um den Schenkel des Zirkels wickelt. Darauf befeuchtet man den Faden entweder mit lauwarmem Wasser, oder auch durch Anhauchen; und bringt dann endlich nach und nach die beiden Spitzen des Zirkels so weit auseinander, bis der Faden die grösste Spannung erreicht hat. In diesem Zustande hoher Spannung muss der Faden auf die Platte befestigt werden, damit er auch bei feuchtem Wetter straff bleibt. Der aufgefasste Faden wird dann mit Hülfe des Zirkels in die gehörige Lage auf die Platte gebracht und durch einen Tropfen heissen Wachses oder durch etwas, mit einer feinen Holzspitze aufgetragenen, Firnisses befestigt*); Firniss ist hiebei vorzuziehn weil das Wachs bei grosser Kälte springt und bei grosser Hitze weich wird.

Die Fäden, welche unmittelbar von der Spinne erhalten werden, sind zuweilen ungemein dünne**) und daher Nachts

*) Hierzu wird solcher Firniss gebraucht mit dem man Messing überzieht.

**) Zwingt man durch wiederholte Erschütterungen die Spinne sich abermals herabzulassen, so bekommt man dickere Fäden.

bei schwacher Beleuchtung des Gesichtsfeldes schwer zu sehen; dazu geben die Spinnen nicht zu jeder Jahreszeit Fäden, und sind auch nicht immer zur Hand, weshalb es durchaus nöthig ist, sich mit einigen der Cocons zu versehen, worin die Spinnen ihre Eier legen. Die Cocons haben eine gelbliche Farbe und werden in hölzernen Gebäuden, unter Eisendächern u. s. w. gefunden; die Eier werden durch ein sanftes Klopfen herausgeworfen. Alle Fäden von einem Cocon sind gleich dick, nur muss man beim Aufziehen derselben, darauf Acht haben, dass sie vollkommen rein von Staub sind. Hat man viele Fäden auf die Platte zu ziehen, so kann man am besten so verfahren, wie der Hr. Mechanicus der Pulkowaer Sternwarte mir die Güte hatte es mitzutheilen: die Platte wird auf ein Stück Holz, das nicht breiter als die Platte ist gelegt, und steht also etwas erhaben vom Tische ab, auf welchem man diese Arbeit vornehmen will, dann windet man den Faden vom Cocon ab und befestigt an beiden Enden desselben, kleine mit Wachs bestrichene Bleiplatten, welche eben genug Gewicht haben, den Faden stark anzuspannen, ohne ihn jedoch zu zerreissen; nun taucht man den Faden in lauwarmes Wasser und legt ihn, an beiden Bleiplatten angefasst, auf seine Stelle auf der Platte. Auf ähnliche Weise verfährt man auch mit den anderen Fäden und wenn sie alle mit gleichen Gewichten belastet, auf der Platte fest und stark angespannt liegen, so sieht man mit der Lupe zu, ob die Fäden die gehörige Lage auf der Platte haben, d. h. ob sie untereinander ganz parallel sind und sich nach gleichen Zwischenräumen folgen. Ist dieses nicht der Fall, so kann man den Faden mit einer Stecknadelspitze etwas verstellen. Bemerkt man endlich, dass die Fäden alle richtig liegen, so befestigt man sie durch etwas, mit einem Stecknadelkopfe aufgetragenen Firnisses, auf die, an der Platte bemerkten, Stellen. Die kleinen Gewichte schneidet man aber nicht eher ab, als bis der Firniss

vollkommen trocken geworden ist. Beim Aufziehn der Fäden ist es gut, unter der freien Oeffnung der Platte einen schwarzen, matten Grund zu haben, damit die Fäden vom Tageslichte erleuchtet, deutlicher auf einem dunkeln Grunde erscheinen. Noch besser ist es die Fadenplatte über eine Oeffnung zu legen, unter welcher sich ein drehbarer Spiegel befindet, der durch das Zurückwerfen des Tageslichts die Fäden als dunkele Linien, auf hellem Boden gut sichtbar macht.

33. Die Platte, welche die Fäden trägt, muss in die Focalebene gebracht werden, oder senkrecht auf der optischen Achse des Fernrohrs stehn und durch den gemeinschaftlichen Brennpunkt des Objectives und Oculares gehen. Die Künstler sorgen selbst dafür, dass wenn die Fadenplatte in ihrem Lager richtig befestigt wird, sie senkrecht zur optischen Achse zu stehn kömmt. Um die zweite Bedingung zu erfüllen, bringt man zuerst das Fadennetz in den Brennpunkt des Oculares; dazu bewegt man die Fadenplatte in der Richtung der Ocularröhre, oder wenn dieses nicht möglich ist, zieht man die Ocularlinse etwas heraus oder schiebt sie etwas herein, so lange bis man die Fäden recht deutlich sieht. Darauf richtet man das Fernrohr auf einen entfernten Gegenstand, und ohne die Fadenplatte oder das Augenglas zu berühren, bewegt man langsam das ganze Ocularrohr dem Objective näher, oder entfernt es weiter davon, bis endlich das Bild des Gegenstandes ganz scharf erscheint und zugleich auch die Fäden ganz deutlich gesehen werden. Alsdann wird das Fadennetz auch im Brennpunkte des Objectives sein müssen und wird hier festgestellt.

Der beste Gegenstand, auf welchen man bei dieser Berichtigung, das Fernrohr zu richten hat, ist ein jeder heller Stern. Wenn man die Fäden gut sieht und der Stern sich rund, wie ein deutlicher Punkt darstellt, so kann man sicher

sein, dass das Fernrohr in Bezug auf den Focus gut eingestellt ist.

Es giebt noch ein Mittel um zu sehen, ob das Fadennetz wirklich in die Focalebene gebracht worden ist. Wenn man irgend einen der Fäden auf einen entfernten terrestrischen Gegenstand richtet, so wird das Bild des Gegenstandes mit diesen Faden zusammenfallen; bewegt man darauf das Auge, rechts oder links, nach oben oder unten, und bemerkt, dass das Bild des Gegenstandes den Faden nicht verlässt, so beweist dieses, dass die Fadenplatte richtig gestellt ist, wenn man dagegen bemerkt, dass bei der Bewegung des Auges nach rechts, der Gegenstand von dem Verticalfäden sich nach links bewegt, so ist es klar, dass die Fadenplatte nicht durch den Brennpunkt des Objectives geht, und dass dieser Brennpunkt näher am Auge des Beobachters liegt, als der Faden; im entgegengesetzten Falle, wenn nämlich bei einer Bewegung des Auges nach rechts, der Gegenstand ebenfalls sich rechts, von dem Faden zu entfernen scheint, muss der Focus weiter vom Auge als der Faden abstehen. In diesen beiden Fällen wird man leicht, die Lage der Fadenplatte durch eine kleine Bewegung des ganzen Ocularrohrs verbessern können.

34 Um die Güte des Fernrohres beurtheilen zu können, richtet man es auf einen Gegenstand, der sehr deutlich gesehen werden kann, wie zum Beispiel: ein weisser Kreis auf schwarzem Grunde, oder auch umgekehrt; wenn das Objectiv gut construirt ist, so wird das Bild des Gegenstandes ganz scharf und regelmässig begrenzt erscheinen, ohne farbiges Licht an seinen Rändern zu zeigen, und wenn das Ocular auch gut ist, so muss das Bild gleich deutlich erscheinen, ob man es in der Mitte, oder nahe am Rande des Gesichtsfeldes betrachtet. Am entscheidensten prüft man das Fernrohr, wenn man es auf einen Doppelstern richtet, und

beobachtet, ob dadurch der Stern deutlich getheilt erscheint; denn hierbei kommt es vorzüglich auf scharfe Bilder an.

Es giebt noch eine Methode, wodurch man auf die Güte des Objectives schliessen kann. Man stellt nämlich das Ocular des Fernrohrs so genau in Bezug auf den Focus ein, als man nur irgend kann, und richtet das Fernrohr auf den Mond, oder sogar auf einen sehr hell erleuchteten und gut sichtbaren terrestrischen Gegenstand; wenn alsdann das Objectiv ganz richtig construirt ist, wie dieses in allen Frauenhoferschen Fernröhren der Fall ist, und man bewegt das Ocular ganz wenig aus dem Focus des Fernrohrs, nach dem Auge zu heraus, so werden die Ränder des Bildes in schwachem purpurnen Lichte erscheinen, schiebt man es aber ein wenig in das Innere des Fernrohrs hinein, so werden sie schwach grünlich erscheinen; diese Färbung rührt von dem sogenannten secundären Lichtspectrum her, und dient zum Beweise des Achromatismus des Objectives. Um zu untersuchen ob das Objectiv frei ist von Abweichung wegen der Kugelgestalt, d. h. ob es auch jeden Punkt eines Gegenstandes wirklich als einen Punkt abbildet, muss man das Objectiv zuerst mit einem Stücke Papier, welches in der Mitte kreisförmig ausgeschnitten ist, bedecken, es darauf auf den Mond oder auf einen hellen Stern richten, und alsdann das Ocular genau auf den Focus stellen. Wenn dieses geschehen ist, so bedeckt man das Objectiv, aber nur in der Mitte, mit einem Papierkreis, so dass die Ränder des Objectives frei bleiben; wenn man nun die Stellung des Oculares nicht zu ändern braucht, um am deutlichsten zu sehen, so ist dieses ein vollständiger Beweis, dass keine sphärische Aberration beim Objective stattfindet.

35. Zuweilen wird man das Objectiv reinigen müssen; und meistens genügt es hierzu nur seine beiden äusseren Oberflächen zu reinigen, sollte aber zwischen den beiden

Linsen Staub eingetreten sein, so muss man sie sehr vorsichtig auseinandernehmen, und hierbei genau darauf achten, welche Flächen der Linsen aufeinanderliegen, und welche Oberflächen nach aussen oder nach dem Inneren des Fernrohres, gekehrt sind. Nachdem man alsdann die inneren Seiten gereinigt hat, legt man sie wieder ganz in derselben Ordnung aufeinander, in welcher sie vorher waren, und legt auf die Stellen an dem Rande, wo sich die früheren Staniolblättchen befanden, neue hin, indem man besonders darauf achtet, dass die Dicke dieser drei Staniolblättchen ganz gleich ist. Zum Entfernen des Staubes selbst, wendet man einen zarten Pinsel von ganz weichen Haaren an, wie man ihn beim Malen mit Wasserfarben braucht. Um die Linsen abzuputzen, wendet man reine Lappen von weicher, feiner, alter Leinewand an, die man, wenn es nöthig sein sollte, mit Weingeist anfeuchtet, und alsdann reibt man die Linsen nochmals mit einem ähnlichen trockenen Lappen ab. Man kann auch wohl hierzu sehr weiches Sämischleder brauchen; jedoch muss man dabei äusserst vorsichtig sein, weil man sonst leicht die Linsen zerkratzen und dadurch das ganze Fernrohr verderben könnte.

Vom Niveau oder von der Wasserwage.

36. Zur Aufstellung der Instrumente in eine horizontale Lage, wendet man das Niveau an, welches wir hier kurz beschreiben wollen.

Der Haupttheil des Niveaus oder der Wasserwage besteht aus einer gläsernen cylindrischen Röhre; *a b r t* (Fig. 20), deren innere Fläche an der obersten Stelle, in der Richtung der Achse, kreisförmig ausgeschliffen ist, wobei aber der Kreis, wovon der Bogen *a b* einen Theil bildet, einen sehr grossen Halbmesser *a C* hat. Diese Röhre füllt man mit Weingeist, oder in neuester Zeit mit Schwefeläther

an, so dass nur ein kleiner luftleerer Raum übrig bleibt, welcher sich dem Auge, als eine kleine Blase darstellt. Die gläserne Röhre wird alsdann in einer Messingfassung befestigt, welche noch an einigen Instrumenten, mit einem besonderen Gestelle versehen ist. Durch die Schwere nimmt die Flüssigkeit den unteren Raum der Röhre ein, und die Blase oder der luftleere Raum, wird sich immer am höchsten Theil der Röhre befinden. Nun steht aber die Richtung der Schwerkraft, auf der Oberfläche der freien Flüssigkeiten senkrecht, und wenn man daher annimmt, dass das Niveau auf einer horizontalen Ebene aufgestellt ist, so wird alsdann die Blase *e d f* sich ganz genau in die Mitte der gläsernen Röhre des Niveaus stellen, und ihre Enden *e* und *f* werden von den entsprechenden Enden *a* und *b* der Röhre, um die gleich grossen Längen *a e* und *f b* abstehen, wenn nämlich zugleich auch $a\,r = b\,w$ ist, folglich wird auch der Radius *C d*, welcher nach der Mitte der Blase geht, vertical sein; stellen wir aber das Niveau auf eine geneigte Ebene auf, so wird die Blase nach dem höchsten Theile des Niveaus einspielen, und der verticale Radius, welcher nach der Mitte der Blase geht, wird nun von demjenigen Radius, welcher nach der Mitte der gläsernen Röhre geht, etwas entfernt sein. Es ist klar, dass der Winkel, der von diesen beiden Radien gebildet wird, die Neigung der Ebene oder Linie, auf der das Niveau ruht, gegen die Ebene der Horizontes ausdrückt. Je grösser der Radius *C d* ist, desto grösser werden die Ortsveränderungen der Blase sein, welche einer und derselben Veränderung in der Neigung des Niveaus gegen den Horizont entsprechen, und um so empfindlicher wird daher das Niveau werden. Daher kann man mit einem sehr empfindlichem Niveau nur kleine Neigungen der Ebene oder Linie, auf welcher das Niveau aufgestellt ist, gegen den Horizont messen. Auf der äusseren Oberfläche der Röhre, oder auf einer sehr nahe an ihr stehenden Messingscale, sind Striche eingeschnitten, die

alle gleichweit von einander abstehen, die Entfernung irgend zweier solcher Striche von einander, nennt man einen Niveautheil, welcher folglich ein sehr kleiner Bogen des Kreises sein wird, dessen Centrum sich in *C*, (Fig. 20) befindet. Die Zahl von Secunden, die in diesem Bogen enthalten sind, nennt man den Werth eines Niveautheiles, und sie bezeichnen den Winkel, um welchen die Neigung des Niveaus sich gegen den Horizont ändert, wenn die Mitte der Blase sich um einen Theil verrückt. Um die Lage der Mitte der Blase zu bestimmen, liest man die Niveautheile und deren Zehntel, welche den beiden Enden der Blase entsprechen, ab; da wir aber später bei der Beschreibung und Berichtigung der Instrumente hierüber näher handeln werden, und dort auch die Methoden angeben wollen, wie man den Werth eines Niveautheiles und seine Berichtigung bestimmt, so wollen wir hier nur noch ein Paar Worte darüber sagen, wie man die Güte eines Niveaus beurtheilen kann, und wie die Glasröhre mit Schwefeläther oder Weingeist angefüllt wird.

Um zu erforschen ob das Niveau gut gemacht ist, stellt man es auf ein Lineal, welches an einem Ende mit zwei Spitzen versehn ist, die in zwei ihnen entsprechende Vertiefungen, auf einer Eisenstange passen; am anderen Ende des Lineals befindet sich eine gute Micrometerschraube, welche sich an eine, in obig erwähnter Eisenstange, angebrachte Vertiefung fest andrückt. Das Ganze muss auf eine sehr feste Unterlage gestellt werden; bringt man dann die Blase zum Einspielen, und fängt an die Micrometerschraube zu drehen, wodurch das Niveau verschiedene Neigungen gegen den Horizont erhält, so wird man gleich sehen, ob bei dieser Drehung der Micrometerschraube, gleichen Theilen des Umganges dieser Schraube, auch gleiche Ortsveränderungen der Blase längs der gläsernen Röhre, entsprechen; ist dieses wirklich sehr nahezu der Fall, so ist das Niveau

vortrefflich. *) Mit Hülfe dieser Vorrichtung kann man auch leicht den Werth eines Theiles des Niveaus, in Bogensecunden ausgedrückt, finden; denn misst man die Entfernung der beiden kleinen Vertiefungen auf der Stange in Zollen und Theilen von Zollen aus; und bestimmt darauf wie viel Gänge auf der Schraube sind, und wie viele dieser Gänge auf einen Zoll gehen, so kann man dadurch den Werth eines Ganges in Theilen eines Zolles ausgedrückt erhalten; setzt man dann die Entfernung der erwähnten Vertiefung, in welcher die Micrometerschraube steht, von der Mitte der, die beiden andern Vertiefungen verbindenden Linien gleich d, und endlich den Werth eines Ganges der Micrometerschraube $= b$, so ist es klar, dass der Winkel, unter welchem das Niveau gegen den Horizont geneigt ist, durch einen Schraubengang, sich um $\frac{b}{d.\ sin\ 1''}$ ändern wird; wenn man daher weiss, wie viele Niveautheile auf einen Gang der Schraube gehn, oder auf einen bekannten Theil eines vollständigen Ganges dieser Schraube, so kann man dadurch den Werth eines Niveautheiles, in Bogensecunden ausgedrückt, finden.

37. Will man die Röhre des Niveaus mit Weingeist füllen, so lässt man das eine Ende offen und verschliesst das andere mit einem Glasstöpsel, der fest in die Röhre eingedrückt wird, und verklebt ihn mit Gummi Elasticum, welches erst

*) Damit man die Theile des Umganges der Micrometerschraube bequem ablesen kann, befindet sich auf dem Kopfe dieser Schraube eine Kreisscheibe, welche an ihrem Umfange in 60 oder 100 gleiche Theile eingetheilt ist, und gegen diese Theilung ist alsdann ein kleiner Zeiger aufgestellt, welcher unabhängig von der Micrometerschraube an der Stange festgemacht ist, so dass man alsdann die Theilung der Micrometerschraube, welche mit diesem Abzeichen zusammentrifft, bequem ablesen kann.

in die Flamme eines Lichtes gehalten wird, um es zu erweichen. Darauf füllt man die Röhre ganz voll mit Alkohol, und zündet ihn am offenen Ende an; wenn er brennt verschliesst man auch dieses Ende mit einem Stöpsel und bestreicht es ebenfalls mit weichgemachtem Gummi Elasticum. Die Flamme, nunmehr ausser Berührung mit der Luft gebracht, lischt von selbst aus. Es bleiben in der Röhre nur noch Spiritusdämpfe, welche sich bei ihrer Abkühlung in Flüssigkeit verwandeln, und es bildet sich ein luftleerer Raum, welcher die Gestalt einer Blase hat. Die mit Spiritus gefüllten Niveaus sind aber nicht bequem, weil wenn die Blase einmal in Bewegung ist, sie sehr lange hin und her schwankt, bis sie zur Ruhe kommt. Dagegen kommen die Blasen, bei solchen Niveaus, die mit Schwefeläther angefüllt sind, sehr bald zur Ruhe und den Beobachter verliert also hierbei, beinahe gar keine Zeit. Die Schwefeläther-Niveaus verdampfen aber sehr leicht, wenn die Röhre nicht gehörig verschlossen ist, und die Blase bekommt bald eine solche Länge, dass es nicht mehr möglich wird, das Niveau zu gebrauchen. Hr. v. Struve hat eine Methode zur Füllung der Niveauröhren mit Schwefeläther angegeben, welche sehr einfach und durch die Erfahrung vollkommen erprobt ist. Während eines Zeitraums von mehreren Jahren, behalten die, nach dieser Methode angefertigten Niveaus dieselbe Blasenlänge bei, und daher wird es nützlich sein, diese Methode hier näher zu erläutern.

Man muss sich eine glatte Hausblase verschaffen, und alsdann ein Stück guten Fischleim in heissem Wasser so auflösen, dass sich daraus eine dickliche, gleichförmige Masse bildet. Darauf schneidet man ein kleines kreisförmiges Stückchen aus der Hausblase, das dem Stöpsel oder dem Ende der Niveauröhre entspricht, legt es in Wasser und

trocknet es zwischen einem reinen Handtuche so ab, dass das Stückchen Blase nur noch feucht bleibt. Alsdann bestreicht man das Stückchen Blase und die Ränder des Glasstöpsels mit dem Fischleime, passt den Stöpsel in die noch leere Niveauröhre ein, und drückt darauf das Stückchen Blase so glatt als möglich an, denn die Blase, muss das Glas stets vollkommen berühren, und niemals darf, der geringste mit Luft angefüllte Raum, sich zwischen beiden befinden. In diesem Zustande bewickelt man die Blase, auf dem Ende der Röhre mit einem Seidenfaden, und wartet so lange bis der Leim vollkommen trocken ist; dann nimmt man den Seidenfaden ab, schneidet den überflüssigen Theil der Blase weg, überstreicht die Blase und ihre Enden auf der gläsernen Röhre, mit Firniss und wartet ab, bis auch dieser vollkommen trocken ist. Darauf bereitet man sich ein Glas warmes Wasser, dessen Temperatur ungefähr + 36 Grad Reomur ist, und ein anderes Glas mit eiskaltem Wasser, in dem kleine Eisstückchen schwimmen, und macht sich nach obiger Beschreibung ein zweites Stückchen Blase zurecht, füllt dann die gläserne Niveauröhre mit Schwefeläther an, und setzt sie in das Glas mit warmem Wasser ein; der Aether fängt dann sogleich zu kochen an, welches jedoch nicht gar zu heftig geschehen muss. Ist auf diese Weise etwas Aether verdunstet und man glaubt, dass die Blase nicht gar zu lang werden wird, so schliesst man die Röhre mit dem schon geleimten Glasstöpsel zu, hebt augenblicklich die Röhre aus dem heissen Wasser heraus und thut sie in das Eiswasser. Hierauf beklebt man den oberen Theil der Röhre mit dem schon zubereiteten Stückchen Blase, welches man wie vorher ganz glatt andrückt, und mit einem Seidenfaden bewickelt. Alsdann hebt man die Röhre aus dem Eiswasser heraus und stellt sie an einen trockenen Ort, beinahe in senkrechter Lage auf, indem man das zuletzt beklebte Ende zu oberst stellt. Wenn der Leim nunmehr vollkommen trocken ist, so schneidet man den über-

flüssigen Theil der Blase weg, und bestreicht darauf die Blase selbst und das Ende der Röhre in ihrer unmittelbaren Nähe mit Firniss. Durch das Eintauchen in warmes Wasser, verliert der zuerst gefirnisste Theil, oft seinen Firnissüberzug, welchen man alsdann ebenfalls erneuern muss.

Erster Abschnitt.

BESCHREIBUNG und GEBRAUCH der INSTRUMENTE.

In den vorhergehenden Paragraphen, haben wir uns mit den allgemeineren Theilen der astronomischen Instrumente beschäftigt und wollen jetzt daher diese Instrumente näher und ausführlicher beschreiben, indem wir mit dem einfachen

DURCHGANGS- oder PASSAGEN-INSTRUMENTE

(Instrument des passages; Transit Instrument.)

den Anfang machen werden.

38. Dieses Instrument wird dazu angewendet, die Zeit des Durchganges, irgend eines Gestirnes durch diejenige Verticalebene zu beobachten, welche beim Drehen des Fernrohres dieses Instrumentes, von einer bestimmten Gesichtslinie, im Gesichtsfelde desselben beschrieben wird.

Auf Tafel III. sieht man, in halber natürlicher Grösse, ein kleines, von Ertel in München construirtes, Durchgangsinstrument abgebildet. Der massive messingne Kreis *A A* (Tafel III. Fig. 1.) hat ungefähr 13 engl. Zoll im Durch-

messer, und bildet das feste Untergestell des Instrumentes; dieser Kreis ist durch drei messingne Speichen, welche nach der Richtung der Radien laufen mit einer Büchse von Glockenmetall stark verbunden, in welche die verticale Umdrehungsachse des Instruments hineinpasst. Das obere Ende der Büchse ist breiter, das untere schmäler, beide Enden aber, laufen etwas konisch zu. Mit den drei Füssen f, f. . ., steht der Kreis selbst, auf den Stellschrauben a, a. . , welche in den entsprechenden Vertiefungen auf den Metallplatten b, b. . ., ruhen. Eine dieser Schrauben hat einen in 100 gleiche Theile eingetheilten Kopf a'; ihm gegenüber steht auf der Platte b, ein Zeiger L, der die Theile einer Umdrehung der Schraube anzeigt.

Der obere Theil des Instrumentes besteht aus drei Haupttheilen: 1^{stens} aus einem messingnen Kreise $P\,P$, welcher mit dem Kreise $A\,A$ concentrisch ist, so dass zwischen diesen beiden Kreisen nur ein sehr kleiner Zwischenraum ist, damit der Kreis $P\,P$ sich ganz frei im Inneren von $A\,A$ bewegen kann; 2^{tens} aus dem Fernrohre G, welches mit der horizontalen Umdrehungsachse $D\,D$ des Instruments fest verbunden ist, und 3^{tens} aus den Unterstützungspfeilern oder Lagerträgern $B\,B$, auf welchen die beiden Enden der Achse $D\,D$ ruhen. Die Lagerträger $B\,B$ stehen auf der Platte des Kreises $P\,P$, die durch drei starke Radien mit einer stählernen Verticalachse verbunden ist, die an ihren beiden Zapfen etwas conisch zuläuft und sich, in der die Mitte des Kreises $A\,A$ einnehmenden Büchse dreht. Der ganze obere Theil des Instrumentes ist mit dem unteren unbeweglichen Theile mittelst dreier Klemmen verbunden; zweie von ihnen $h\,g$, $h\,g$ sind sich diametral entgegengesetzt, und dienen zur Befestigung des Instruments, wenn sein oberer Theil bereits in eine bestimmte Ebene gebracht worden ist; die Klemme $Y\,Y$ $Z\,Z$ ist um einen Quadranten entfernt, von den beiden andern, angebracht, und mit der Micrometerschraube $M\,M$ versehen;

sie wird zur genauen Einstellung des oberen Theiles, in eine gegebene Ebene, gebraucht, wenn jedoch vorher die beiden andern Klemmen schon gelöst worden sind. Jede von den Klemmen *h g*, besteht aus zwei, durch eine Druckschraube *g*, zusammengehaltenen Platten, wovon die eine auf dem beweglichen Kreise *P P* liegt, die andere den Kreis *A A*, von unten presst. Die Klemme *Y Y Z Z* sieht man in der Fig. 1 und 5. Taf. III. Sie ist so eingerichtet, dass ein kugelförmiges Ende der Micrometerschraube *M M* an die Platte *Y Y* angedrückt ist, und nur dadurch in Verbindung mit dem beweglichen Kreise *P P* steht; dass andere Ende der Schraube *M M* geht frei, durch die inneren Gewinde der kleinen Kugel *c* (Fig. 5.) hindurch. Diese Kugel wird von zwei Stücken festgehalten, wovon das eine den Kreis *A A* von oben, das andere denselben Kreis von unten drückt. Zieht man die beiden Stücke durch die Druckschraube *z* zu, so wird der bewegliche Kreis *P P* nicht anders, als durch das Drehen der Micrometerschraube *M M* zu bewegen sein. Schraubt man die Druckschrauben *g*, *g* und *z* aus den Klemmen *h*, *h* und *Z* heraus, so kann man den oberen Theil des Instrumentes vom Untergestelle trennen, indem man bei den Lagerträgern anfasst und es aufhebt.

39. Der Kreis *A A* ist von 10′ zu 10′ auf Silber getheilt und an dem Kreise *P P* befinden sich, in gleicher Entfernung von einander, vier kleine Verniere *X*, *X* . . . ., mit deren Hülfe man unmittelbar bis auf 10″ ablesen kann.

Die Lagerträger *B*, *B* sind von Glockenmetall und so stark, dass sie der Durchbiegung vollkommen widerstehen können; die Lager selbst sind gabelförmig, beinahe rechtwinckelicht ausgeschnitten (Fig. 6. Taf. III.) und an den Berührungsflächen mit dem Zapfen der Horizontalachse, etwas gewölbt. In diesen Lagern nun, ruhen die beiden stählernen Zapfen der horizontalen Achse des Instruments *D D*;

welche selbst aus zwei konischen Röhren besteht, die an dem Cubus *E E* (Fig. 1.) befestigt sind. Man giebt ihnen die konische Gestallt, damit die Achse, der Durchbiegung nicht unterworfen ist. An dem einen Ende der Achse ist ein kleiner Verticalkreis *F* angebracht, der, wenn die Schraubenmutter *A* (Fig. 1. Taf. III.) angezogen wird, durch Reibung auf der Achse festsitzt. Dieser Kreis ist von 15 zu 15 Minuten eingetheilt, und steht senkrecht auf der Achse *D D*; er befindet sich an der Aussenseite des Lagerträgers und kann mit der Achse *D D* zugleich von einem Lagerträger zum andern umgelegt werden; daher ist am unteren Theile eines jeden Lagerträgers *B*, *B* ein Vernier *J*, *J* befestigt, mittelst dessen man durch eine Lupe *W* bis auf 1′ ablesen kann. Am anderen Ende der Achse *D D*, demjenigen entgegengesetzt an welchem sich der Verticalkreis *F* befindet, ist ein Ocularansatz *o* angebracht, welcher aus zwei Röhren besteht, einer inneren *n*, die auf dem Gewinde des durchgebohrten Zapfens aufsitzt, und einer äusseren *m*, die sich über die innere Röhre schiebt. Auf der inneren Röhre *n* sitzt der stählerne Ansatz; auf der äusseren Röhre *m* aber, ein Bügel *p*, durch den zwei Schrauben *q*, durchgehen, mittelst welcher man die Röhre *m*, sanft um eine horizontale Achse drehen kann. Wenn eine dieser beiden Schrauben *q* gelöst ist, so kann man die Röhre *m* längst der Röhre *n* bewegen, und durch Anziehen der anderen Schraube *q*, sie in der gehörigen Lage befestigen. Im Inneren der Röhre *m* befindet sich noch ein Röhrchen, dessen durchbrochener Boden die Fadenplatte oder das Fadennetz trägt.

Die Augenlinse oder das Ocular *r* ist auf die Vorderseite der Röhre *m* aufgeschraubt, und ist auch noch für sich verschiebbar.

40. Am Cubus *E E*, ist das konische Rohr *G*, rechtwinkelicht auf die horizontale Achse *D D*, durch die Schrau-

ben u und u befestigt; an seinem Ende trägt es das Objectivglas und wird durch das Gegengewicht Q im Gleichgewichte erhalten. Im Innern des Würfels befindet sich ein Glasprisma π π, durch welches die Lichtstrahlen, die durch das Objectiv gehen, auf das Ocular r zurückgeworfen werden. Der auf die Kanten dieses Prismas senkrecht geführte Durchschnitt ist ein gleichschenklichtes, rechtwinklichtes Dreieck; wenn daher die Lichtstrahlen durch das Objectiv auf eine der Katheten dieses Prismas senkrecht auffallen, so gehen sie unverändert weiter fort, werden von der Hypotenuse vollständig reflectirt, und fahren alsdann senkrecht zur anderen Kathete des Prismas aus, so dass sie endlich auf diese Weise in das Ocular r gelangen. Das Prisma wird daher statt eines Spiegels angewandt, nur mit dem grossen Vorzug noch, dass das Licht durch diese Art von Reflection viel weniger geschwächt wird. Auf Tafel III. Fig. 1. sieht man in den punktirten Linien die ganze nähere Einrichtung zur Befestigung des Prismas (in derjenigen Lage nämlich, in welcher es sich befindet, wenn das Fernrohr G nach dem Zenithe gerichtet wird, und wir das Prisma alsdann von oben erblicken.) Das Prisma π π ist durch den Bügel ξ und zwei Schrauben an das Messingstück T, den Stuhl befestigt. Drei kleine Schrauben α α α, von denen man in der Figur nur zweie sieht, dienen zur Festhaltung der Stahlplatte oder des Trägers μ, an den Cubus; die grössere Schraube β aber, welche durch die Seite des Cubus und den Träger μ geht, dient zur Befestigung des Stuhles T, auf welchem das Glasprisma π π selbst, mit seiner grösseren Seite aufliegt. Auf der Seite des Stuhles T, welche gegen das Ende der Achse gerichtet ist, an welchem sich der Verticalkreis befindet, ragt ein kleines, mit T verbundenes Parallellipipedon γ hervor, das durch zwei, auf die Seiten des Cubus sich stützende, Schrauben, δ, δ ein wenig verstellt werden kann. Will man nun das Prisma um die Achse des Objectivrohrs drehen, so

löst man eine von den Schrauben δ, δ, und zieht die andere an und zwar so lange, bis die spiegelnde Seite des Prismas diejenige Lage erhalten hat, bei welcher das Bild irgend eines gut sichtbaren Gegenstandes am präcisesten und deutlichsten erscheint. Löst man nun die Schraube β, so kann man mit Hülfe der Schrauben α die Neigung des Prismas und dadurch auch folglich die Lage der Gesichtlinie verändern.

In dem von uns beschriebenen Instrumente hat das Objectiv 21 Pariser Linien Oeffnung, und eine Focallänge von 19.7 Pariser Zoll; seine Vergrösserung ist ungefähr 54. Damit das Fernrohr, wegen seines Gewichts, nicht nach unten fällt, so ist hinter dem Würfel E E, ein Hebel angebracht, an welchem mittelst einer Druckschraube l ein Gegenwicht Q befestigt ist; dieses Gegengewicht lässt sich nun längs des Hebels so stellen, und dann festschrauben, dass zwischen dem Fernrohre G und dem Gewichte Q, vollkommenes Gleichgewicht stattfindet.

Ein Ring KK umschliesst die Achse D D, unweit des Zapfens mit dem Ocularansatze. An der einen Seite dieses Ringes, ist eine Messingstange H angebracht, an seiner anderen Seite aber, eine, von einem Messingstreifen gebildete Feder; diese Stange nun und diese Feder stützen sich an ihren unteren Enden an zwei dicke messinge Stäbchen, welche mit dem Lagerträger B fest verbunden sind; auf Tafel III. Fig. 1. ist bei b' eines der Stäbchen zu sehen; durch dasselbe geht die Micrometerschraube S hindurch, und stösst mit ihrem Ende die Stange H. Die Achse D D lässt sich im Innern des Ringes K K frei bewegen, sobald die Druckschraube K' gelöst ist; wenn sie aber geschlossen wird, so ist die Horizontalachse D D gehemmt und kann sonst nur durch die Micrometerschraube S gedreht werden; damit bekommt auch das Fernrohr G eine langsame Bewegung und kann auf diese Weise mit grosser Genauigkeit in die verticale Richtung eingestellt werden.

41. In Fig. 2, 3 und 4 auf Taf. III. ist das Niveau dargestellt, welches gebraucht wird um die Neigung der Umdrehungs-Achse *D D* gegen den Horizont zu bestimmen; wobei unter der Umdrehungs-Achse diejenige gerade Linie verstanden wird, welche die Mittelpunkte der Kreise verbindet, in welchen die Zapfen die Lager berühren Dieses Niveau besteht aus einer Glasröhre *V V*, welche in einem messingnen Halbcylinder *N N*, auf zwei Stückchen Zinnfolie liegt; und durch zwei dünne runde Bügel ψ, ψ mittelst einiger kleiner Schrauben, von denen zweie in der Fig. 2. Taf. III. zu sehen sind, auf die Messingunterlage befestigt wird. Der Halbcylinder *N N* hat zwei Stützen, welche jede für sich besonders in Fig. 3 und 4 zu sehen sind. Die Verbindung zwishen *N N* und diesen Stützen geschieht durch die Schrauben *s*, *s'*, und zwei andere *t*, *t'*, welche man leicht in der Figur bemerken kann. Die Schrauben *t*, *t'* dienen dazu, den Halbcylinder *N* in einer horizontale Richtung, die Schrauben *s*, *s'* aber in einer verticale Richtung zu verstellen. Die Enden der Stützen bilden Ausschnitte, deren Neigungswinkel ungefähr 60° ist; und sind Füsse, mit denen das Niveau auf die Oberfläche der beiden Zapfen der horizontalen Umdrehungsachse gestellt werden kann. Damit man immer das Niveau auf dieselben Stellen der Zapfen aufsetzen kann, befinden sich über den beiden Lagerträgern *B*, *B* zwei Lammellen, mit Ausschnitten in der Mitte, durch welche die Füsse des Niveaus frei durchpassiren können.

42. Um des Nachts die Fäden zu erhellen, setzt man einen Ring *R* auf das Objectiv auf, Fig. 7. Taf. III., welcher mit einem feinen Messingriff versehen ist, an dem sich eine polirte und versilberte Platte ω befindet, die nur einen sehr kleinen Theil des Objectives verdeckt. Wird nun die polirte Platte gegen das Objectiv gewendet, und hält man eine Lampe davor, entweder einfach mit der Hand, oder stellt

sie auch auf ein passendes bewegliches Stativ, so wird das Licht der Lampe auf die versilberte Platte ω fallen, und indem es dadurch ins Fernrohr zurückgeworfen wird, bis zum Fadennetze gelangen, welches dadurch wie dunkele Linien auf dem hellen Grunde des Gesichtsfeldes des Fernrohres erscheinen wird. In den von Hr. Brauer, Mechaniker der Pulkowaer Sternwarte construirten tragbaren Durchgangsinstrumenten, ist die Beleuchtung viel zweckmässiger angebracht; es wird nämlich auf dem Prisma, $\pi\pi$ Fig. 1. Taf. III., ein ebenfalls gleichschenkelichtes und rechtwinkelichtes, aber viel kleineres Glasprisma so angebracht, dass die Hypothenusen-Seite des einen, auf der Hypothenusen-Seite des anderen liegt; dann wird die, dem Oculare zugewandte Kathete des grossen Prismas mit der gegenüberstehenden Kathete des kleinen Prismas parallel sein, und wenn man den Zapfen, auf welchem der Verticalkreis F (Fig. 1.) sitzt, durchbohrt, und durch ihn das Licht einer Lampe durchlässt, so werden die Strahlen durch die parallelen Seiten des grossen und kleinen Prismas ungehindert zu dem Oculare gelangen, und das Fadennetz schön erleuchten.

Von der Aufstellung des Instrumentes.

43. Die Beobachtungen, welche mit Hülfe des Durchgangsinstrumentes angestellt werden, können nur alsdann zu genauen Resultaten führen, wenn das Instrument so fest aufgestellt ist, dass es während der Dauer der Beobachtungen seine Lage in keiner Beziehung verändert. Ein vorzügliches Fundament zur Aufstellung des Instrumentes, besteht in einer Säule aus Granit, oder massivem Quaderstein, deren Durchmesser hinreichend gross ist, und welche tief genug in die Erde versenkt ist; eben so gut aber ist auch eine aus Ziegelsteinen aufgemauerte Säule, welche auf einem

recht festen Fundamente ruht, und genügend gross im Querdurchschnitt ist, um das Instrument fest aufzustellen. Zur Bequemlichkeit des Beobachters, muss die Säule ungefähr 3 Fuss über dem Fussboden hervorragen, auf welchem sich dieser befindet. Beim Aufmauern der Säule aus Ziegelsteinen, muss man zum Mörtel Alabaster hinzuthun, damit das Mauerwerk geschwinder austrocknet, und ihr Fundament selbst, muss ungefähr 3 Fuss tief in die Erde versenkt werden, weil sonst die kleinen Erschütterungen, welche auf der Erdoberfläche stattfinden, die Lage des Instrumentes ändern würden. Zur grösseren Zuverlässigkeit der Aufstellung, lässt man um das Fundament herum, einen hinreichend grossen, leeren, freien Raum ausgraben; aber ausserdem, damit nicht etwa der Beobachter, wider Vermuthen an die Säule stösst, lässt man diese überall ringsum an ihrer ganzen Höhe hinauf mit dünnen Brettern auf solche Weise bekleiden, dass zwischen ihr und dieser Bekleidung ein Zwischenraum bleibt. Es wird jedoch selten vorkommen, dass solche Säulen, Reisenden zu Gebote stehen werden, und daher wird es in Ermangelung solcher am besten sein, sich zur festen Aufstellung des Instrumentes eines eisernen Dreifusses zu bedienen, welcher so eingerichtet ist, dass man seinen unteren Theil mit irgend einem schweren Körper belasten kann; der Dreifuss wird ausserdem so verfertigt, dass man seine einzelnen Theile bequem auseinander nehmen kann, um sie bei der Abreise einpacken zu können. Unter jedem Fusse dieses Dreifusses, muss ein recht breiter ebener Stein angebracht sein, damit jener durch seine Belastung nicht in die Erde sinkt. Ferner muss man noch alle Eisenstangen, mit einem schlechten Wärmeleiter umgeben, indem man sie mit grobem Wollenzeuge umwickelt, wodurch der Einfluss der Temperaturveränderung geschwächt wird. Sollte der Beobachter aber keinen eisernen Dreifuss zu seiner Verfügung haben, so wird er genöthigt sein, sich eines hölzernen zu bedienen, welcher jedoch weit weniger

fest ist, und ausserdem nicht nur dem Einflusse des Temperaturwechsels, sondern auch noch der Einwirkung der Feuchtigkeit ausgesetzt sein wird; zur Verminderung dieses letzteren Einflusses muss man den ganzen Dreifuss mit Oelfarbe überstreichen, und ihn aus recht trockenem Holze anfertigen lassen.

Will man überhaupt einen Dreifuss benutzen, so muss man vorzüglich darauf Rücksicht nehmen, dass das Gewicht des Beobachters selbst, keinen Einfluss auf die Lage des Instrumentes ausübt. Hierzu macht man, um den Dreifuss herum, einen besonderen Fussboden, welcher die Erde in der unmittelbaren Nähe des Dreifusses nicht berühren darf, sondern auf hölzernen Balken, oder anderen Unterlagen ruhen muss, die sich in ziemlicher Entfernung vom Dreifusse selbst befinden. Ausserdem ist es unumgänglich nöthig das Instrument, sowie auch dessen Unterlage, vor der directen Einwirkung der Sonnenstrahlen, und den Dreifuss vor dem Einflusse der Witterung zu schützen, weil sonst die starke und mit der Zeit veränderliche Ausdehnung, welche die Sonnenstrahlen und die Schwankungen der Witterung auf alle Körper hervorbringen, einen fortwährend wechselnden Einfluss auf die Lage des Instruments ausüben würde. Um dieses nun zu bewerkstelligen, muss man um das Instrument herum, ein kleines Häuschen, oder ein Zelt, mit einer passenden Oeffnung zum Beobachten aufführen lassen, und wenn solches nicht zur Verfügung steht, muss man sich, je nach den Umständen eines anderen Schutzmittels bedienen.

Zur festen Aufstellung des Instrumentes, kann man sich übrigens verschiedener anderer Mittel bedienen, die alle hier aufzuzählen, unmöglich sein würde; so zum Beispiel, kann man dazu zuweilen recht dicke in die Erde eingerammte Pfähle benutzen; ja eine solche Aufstellung wird viel vorzüglicher, als die auf einem hölzernen Dreifusse sein. Uebrigens hängt dieses alles von den Umständen und der Erfah-

rung des Beobachters ab, welcher bei grosser Geschicklichkeit im Stande sein wird, selbst bei einer nicht sehr festen Aufstellung des Instrumentes, doch gute Beobachtungen zu machen.

44. Auf welche Weise man die Veränderungen in der Neigung der Umdrehungs-Achse gegen den Horizont, durch das Niveau bestimmen kann, lässt sich sehr leicht einsehen, aber die Veränderungen des Instrumentes in Beziehung auf Azimuth lassen sich nicht so bequem ermitteln; jedoch lassen sich diese letzteren Aenderungen aus den Beobachtungen der Durchgänge von Sternen bestimmen, welche einen grossen Unterschied in ihren beiderseitigen Declinationen haben; sollte aber der Zeitraum zwischen den Beobachtungszeiten einigermassen nahmhaft werden, so wird es schwer sein, in dieser Beziehung zuverlässige Resultate zu erlangen, und deswegen ist es besser in einer gehörigen Entfernung ein Signal oder eine Marke aufzustellen, wodurch man augenblicklich sehen kann, ob das Instrument sich im Azimuth geändert hat. Ein weisser Kreis, oder ein weisses Viereck auf schwarzem Grunde bildet eine sehr gute Marke; es genügt aber auch hierzu einen weissen Streifen Papier auf ein schwarzes Brett aufzukleben. Die Entfernung der Marke vom Instrumente muss wenigstens 1500 Fuss betragen; wenn es die Umstände aber gestatten, so ist es besser sie in einer grösseren Entfernung aufzustellen. Die horizontale Breite des weissen Streifens muss so sein, dass wenn das Fernrohr auf diesen Streifen gerichtet wird, er nicht viel über die Breite eines Fadens hervorragt. Es ist zugleich gut die Breite des weissen Streifens so zu machen, dass wenn man ihn durch das Fernrohr des Durchgangsinstrumentes erblickt, er ungefähr 15 Bogensecunden entspricht; seine Höhe kann doppelt so gross sein. Auf diese Weise werden sich also die liniären Dimensionen der Marke zugleich mit ihrer Entfernung vom

Instrumente ändern. Richtet man nun den Mittelfaden genau auf die Mitte des weissen Streifens, so kann man nach einiger Zeit sehen, ob der Faden beständig in der Mitte des Streifens geblieben ist; wenn er davon abweicht, so bemerkt man um wie viele Bruchtheile der Breite des Streifens, der mittlere Faden des Fernrohrs von der Mitte des Streifens absteht. Da nun die Breite des ganzen Streifens bekannt ist, so kann man daraus die Veränderung des Azimuths herleiten.

Um auch zugleich eine Marke für nächtliche Beobachtungen zu haben, muss man genau in der Mitte des weissen Streifens, eine kleine Kreisöffnung anbringen, hinter welcher man eine Lampe stellt; wünscht man aber ein Marke zu haben, deren Breite 15″ in Bogen ist, so kann man zwei kleine Kreisöffnungen so anbringen, dass ihre Mittelpunkte scheinbar von einander um 15″ in Bogen abstehen. Diese Oeffnungen müssen hinreichend klein sein, weil der Lichtkreis immer grösser erscheint, als wie er wirklich in der That ist, und man kann das Licht sehr weit sehen, wenn auch selbst die leuchtende Fläche nicht gross ist.

Jede Marke muss so fest wie nur irgend möglich an einem stabilen hölzernen Pfahl angebracht werden, der ungefähr 2 oder 3 Fuss in den Erdboden eingerammt wird; man kann sie aber auch an einer recht starken eiserner Säule anbringen, welche ebenfalls in die Erde gerammt sein muss. Wenn sich in der Richtung der optischen Achse des Fernrohres, in einer bedeutenden Entfernung vom Instrumente, ein steinernes oder hölzernes Gebäude befindet, so kann man die Marke an diesem befestigen. Eine feste Marke wird vorzüglich in dem Falle nöthig sein, wenn der Beobachter jedesmal nach Beendigung der Beobachtungen, genöthigt sein wird, sein Instrument, wegzunehmen, um es alsdann jeden Tag wiederum von neuem aufzustellen.

Allgemeine Bemerkungen über die Eigenschaften des Durchgangsinstrumentes.

45. Es ist schon oben erwähnt worden, dass die Haupt-Gesichtslinie des Durchgangsinstrumentes, welche durch den Ort des Mittelverticalfadens bezeichnet wird, bei der Bewegung des Fernrohres um seine Umdrehungs-Achse herum, einen grössten Kreis an der Himmelskugel beschreiben muss, der durch das Zenith geht; hieraus folgen aber gewisse Bedingungen, welche bei jedem Durchgangsinstrumente stattfinden müssen.

1stens Darf die optische Achse oder die Hauptgesichtslinie, bei der Bewegung des Fernrohres um seine Umdrehungs-Achse herum, nicht aus einer Ebene heraustreten, und deswegen ist es daraus nöthig, dass die Zapfen, um welche die Umdrehung geschieht, vollkommene kreisrunde Cylinder sind; alsdann wird die gerade Linie, welche die Mittelpunkte der Kreise verbindet, in welchen die Zapfenlager von den Zapfen berührt werden, die constante Umdrehungs-Achse des Fernrohres bilden. Wenn aber die Zapfen ungenau gearbeitet sind, oder eine verschiedenartige Krümmung haben, so wird das Fernrohr bei der Bewegung um die Umdrehungs-Achse, seine Lage hin und her nach verschiedenen Richtungen ändern, und daher auch an der Himmelskugel eine unregelmässige Curve beschreiben, so dass folglich in diesem Falle das Instrument ganz und gar unbrauchbar wird.

2tens Muss die horizontale Umdrehungs-Achse des Fernrohres auch wirklich horizontal sein, oder doch nur eine sehr geringe Neigung gegen den Horizont haben, welche man mit Hülfe des Niveaus bestimmen, und ihren Einfluss auf die Beobachtungen in Rechnung bringen kann; dazu ist es aber nöthig, dass beide Zapfen genau gleichen Durchmesser ha-

ben, oder wenigstens, wenn dieser verschieden sein sollte, die Unterschiede genau zu erforschen sind.

3tens Muss die optische Achse, oder Haupt-Gesichtslinie des Instrumentes, mit der Umdrehungs-Achse einen rechten Winkel bilden; denn sonst würde diese Gesichtslinie keinen grössten Kreis an der Himmelskugel beschreiben, sondern einen kleinen, der demjenigen grössten Kreis parallel sein würde, welcher von einer Linie beschrieben wird, die senkrecht auf der Umdrehungs-Achse steht.

4tens Muss das Ocular und die Fadenplatte so gestellt werden, wie wir schon in §. 33. Seite 64 bemerkt haben; und ferner müssen die 5 oder 7 vertikalen Fäden, von zwei horizontalen Fäden senkrecht durchschnitten werden, und diese letzten, senkrecht zu der verticalen Umdrehungs-Achse liegen.

Von der vollkommenen Erfüllung dieser Bedingungen, oder auch von dem genauen Bekanntsein und der schärfsten Berechnung, der hiervon stattfindenden Abweichungen, wird die Genauigkeit die Resultate, die man mit Hülfe des Durchgangsinstrumentes erzielen kann, ganz und gar abhängen, und deswegen muss der Beobachter auf diesen Punkt vorzüglich Acht geben. Einige von den hierbei stattfindenden Untersuchungen, werden vermittelst des Niveaus angestellt, und deshalb wollen wir zuerst zeigen, wie man das Niveau berichtigen kann, und zugleich auch, wie man den Winkelwerth eines Niveautheiles ohne Hülfe sonstiger Vorrichtungen finden kann, als die, welche sich am Instrumente selbst befinden.

Berichtigung des Niveaus.

46. Das Niveau wird alsdann berichtigt sein, wenn es so in seiner Einfassung adjustirt ist, dass seine Achse, oder die Linie, welche seine Länge bezeichnet, mit der Umdrehungs-Achse des Fernrohrs parallel ist. Um dieses nun zu erreichen, stellt man zuerst den oberen oder beweglichen

Theil des Instrumentes so, dass die horizontale Umdrehungs-Achse des Fernrohres eine Richtung annimmt, welche durch denjenigen Fuss des Instrumentes hindurchgeht, dessen Schraube *a* (Tafel III. Fig. 1.) denjenigen mit einer Theilung versehenen Kopf hat, bei welchem sich ein Zeiger *L* befindet; in diesem Falle wird nämlich die Umdrehungs-Achse senkrecht auf der Richtung der Linie stehen, welche die beiden anderen Füsse verbindet. Darauf setzt man das Niveau auf die Zapfen der horizontalen Umdrehungs-Achse auf, und bringt alsdann die Blase durch das Drehen des Schraubenkopfes, der sich in der Richtung der Niveau-Länge befindet, auf die Mitte der gläsernen Röhre des Niveaus. Hierauf liesst man die Theilungen auf der gläsernen Röhre an den Enden der Blase ab, und legt das Niveau um, indem man das Ende, welches vorher auf dem rechten Zapfen lag, nunmehr auf den linken bringt; wenn nun die Blase wieder ebenso einspielt wie vorher, so kann man sicher sein, dass das Niveau berichtigt ist; wenn sie aber dagegen ihren Ort gegen den vorigen Stand verändert, so wird diese Veränderung der Blasen-Lage gleich der doppelten Neigung der Niveau-Achse gegen die horizontale Umdrehungs-Achse des Instruments sein, und um nun diesen letzteren Fehler zu verbessern, muss man bemerken nach welcher Richtung und um wie viel Theile man den vorhin erwähnten Schraubenkopf drehen muss, damit die Blase auf ihren früheren Stand wieder einspielt. Ist dieses geschehen, so dreht man den Schraubenkopf wieder, um die Hälfte der bemerkten Theile der Umdrehung zurück, und kann nun dadurch, dass man die eine der Schrauben *t* und *t'* (Tafel III. Fig. 2. und 4.) anzieht, die andere aber löst, die Blase endlich auf ihren früheren Stand zurückführen. In einem Male, wird es schwer sein die Blase sogleich zu berichtigen, und deswegen liest man nochmals die Theilungen an den Enden der Blase ab, legt von neuem das Niveau um, und wenn alsdann die Blase

nicht auf den vorigen Ort einspielt, so dreht man den Schraubenkopf am Fusse des Instrumentes so lange, bis sich die Blase in die Mitte der Entfernungen zwischen ihrem früheren und ihrem neuen Stande einstellt, und die noch übrigbleibende Hälfte der Entfernung, zwischen dem nun erzielten Stande der Blase und ihrem ersten Stande, schafft man durch Hülfe der Schrauben *t*, *t'* (Fig. 2. und 4.), welche sich am Niveau selbst befinden, hinweg.

Ist dieses nun mehrere Male geschehen, so wird alsdann die Achse des Niveaus sich in einer Ebene befinden, welche mit der Umdrehungs-Achse des Instrumentes, auf welcher das Niveau steht, parallel sein wird; damit die Achsen selbst aber untereinander parallel werden, muss man noch eine zweite Correction vornehmen; nämlich sich erst versichern, ob die Lage der Blase in der gläsernen Röhre, sich alsdann nicht verändert, wenn man das Niveau zwar nicht herunternimmt, sondern nur, indem seine Füsse immer in Berührung mit den Zapfen bleiben, ein wenig um die horizontale Umdrehungs-Achse des Instrumentes bewegt. Wenn bei dieser Verrichtung, die Blase ihren Ort ändert, so wird die Achse des Niveaus, sich wohl in einer, mit der Umdrehungs-Achse des Instrumentes parallelen Ebene befinden, jedoch mit dieser letzteren Achse irgend einen Winkel bilden, und je nach der Veränderung des Orts der Blase, wird man schliessen können, nach welcher Seite hin, jedes der beiden Enden des Niveaus von einer Linie abweicht, welche mit der Umdrehungs-Achse parallel ist. Die Correction, dieser Abweichung nach der einen oder nach der anderen Seite hin, wird durch die Schrauben *s*, *s'* (Tafel III. Fig. 2 und 3) bewirkt, welche senkrecht auf der längeren Seite des Niveaus stehen. Bewegt man nämlich diese Schrauben an dem einen Ende des Niveaus, nach horizontaler Richtung, entweder vor oder zurück, so wird man endlich dadurch die Achse des Niveaus mit der Umdrehungs-Achse des Instrumentes parallel stellen können; so dass als-

dann eine kleine Drehung des Niveaus um diese letztere Achse herum, keine zu bemerkende Veränderung in der Lage der Blase zur Folge haben wird. Nachdem diese zweite Correction geschehen ist, muss man wiederum die erste vornehmen, wobei übrigens zu bemerken ist, dass ein kleiner, nicht über 1 oder 2 Theilstriche des Niveaus, in dieser Hinsicht, betragender Fehler, bei der gebräuchlichen Methode, nach der man die Neigung der Umdrehungs-Achse des Instrumentes bestimmt, vollkommen eliminirt wird.

Es versteht sich von selbst, dass wenn, die gläserne Röhre des Niveaus, eine so sehr unrichtige Aufstellung in ihrer messingnen Fassung hat, dass die Schrauben t, t' und s, s' (Taf. III. Fig. 3 und 4.) nicht mehr zu ihrer Correction ausreichen, man alsdann auf eine passende Art, kleine Stückchen plattes Papier oder Folie unter die Enden des Niveaus legen muss, so dass sie wenigstens genähert berichtigt sind, worauf man sie dann ganz genau durch die Schrauben selbst berichtigen kann.

47. Wir wollen nun zeigen, auf welche Weise man den Winkelwerth eines Niveautheiles bestimmen kann. Ein bequemes Mittel um dieses zu bewerkstelligen, gewähren uns die Fussschrauben des Instrumentes a, a, a (Taf. III. Fig. 1.) Man denke sich hierzu nämlich, dass der obere oder bewegliche Theil des Instrumentes so gestellt sei, dass die horizontale Umdrehungs-Achse, auf welche man das Niveau stellt, nach der Richtung eines Radius gelegt sei, der durch den Fuss a geht, dessen Schraube mit einem eingetheilten Kopfe versehen ist; gegenüber diesem Schraubenkopfe befindet sich der Zeiger L, der an die Platte b befestigt ist. Dreht man nun diese Schraube, so kann man dadurch die Blase des Niveaus in eine solche Lage bringen, dass sie so weit, wie nur irgend möglich nach einer Seite der Theilung hin, einspielt, nur müssen ihre beiden Enden noch sichtbar bleiben. Sobald die Blase sich zur Ruhe gestellt hat, liest

man die Theilung des Niveaus ab, welche beiden Enden der Blase entspricht, und ebenso die Theilung auf dem Schraubenkopfe, bei dem sich der Zeiger befindet; hierauf dreht man die Schraube *a*, so dass die Blase sich nach der entgegengesetzten Seite der Glasröhre hin bewegt, und nachdem sie zur Ruhe gekommen ist, liest man wieder die Theilung an den Enden der Blase und die Theile des Schraubenkopfes *a* ab. Darauf rührt man die Schraube *a* nicht an, sondern dreht die beiden übrigen Schrauben des Instrumentes so lange, bis die Mitte der Blase sich wieder beinahe in dieselbe Lage wie zu Anfang der Beobachtung einstellt; alsdann liest man wieder die Theilung an den Enden der Blase auf dem Niveau ab, und ebenso die unveränderte Theilung an dem Schraubenkopfe *a*. Nun dreht man wiederum die Schraube *a* um ebenso viel Theile wie vorher, weiter; wodurch die Blase sich wieder nach der entgegengesetzten Seite hin bewegt, und wenn sie nicht mehr schwankt, so liest man die Theilung an den Enden der Blase und ebenso die Theile ab, welcher der Zeiger an dem Kopfe der Schraube *a* angiebt. Auf ganz ähnliche Weise setzt man die Beobachtungen so lange fort, bis die Schraube *a* mit dem getheilten Kopfe eine ganze Umdrehung vollendet hat. Addirt man darauf, mit gehöriger Rücksicht auf die Zeichen, alle gefundenen Niveauablesungen zusammen, so erhält man die Anzahl der Niveautheile, welche einer ganzen Umdrehung der Schraube am Fusse *a* entsprechen. Zur grösseren Deutlichkeit wollen wir nun ein Beispiel hersetzen, welches sich auf unser vorher beschriebenes Instrument bezieht; die Theilung auf der gläsernen Niveauröhre fing in ihrer Mitte an; und wurde von dieser Mitte aus nach beiden Seiten nach zunehmender Ordnung gezählt; bei der Ablesung werden wir daher die Theile auf der einen Seite positiv, auf der anderen aber negativ zählen müssen; der Kopf der Schraube *a* war in 100 Theile eingetheilt.

Ablesung am Kopfe der Schraube *a*	Ablesung der Niveautheilung an den Enden der Blase		Ort der Mitte der Blase	
	auf der negativen Seite (—)	auf der positiven Seite (+)		Unterschied:
0	1.5	31.6	+ 15.05	
10	26.6	6.5	— 10.05	. . . . 25.10
10	2.0	31.0	+ 14.50	
20	26.8	6.3	— 10.25	. . . . 24.75
20	1.9	31.2	+ 14.65	
30	26.8	6.3	— 10.25	. . . . 24.90
30	2.5	31.5	+ 14.50	
40	27.0	6.0	— 10.50	. . . . 25.00
40	4.0	29.6	+ 12.80	
50	28.0	5.8	— 11.10	. . . . 23.90
50	1.4	31.4	+ 15.00	
60	26.0	6.8	— 9.60	. . . . 24.60
60	3.0	29.0	+ 13.00	
70	29.2	2.8	— 13.20	. . . . 26.20
70	1.1	32.9	+ 15.90	
80	27.6	5.2	— 11.20	. . . . 27.10
80	2.5	30.3	+ 13.90	
90	27.8	5.4	— 11.20	. . . . 25.10
90	1.9	31.5	+ 14.80	
100 oder 0.	27.2	6.2	— 10.50	. . . . 25.30

Hieraus findet man nun, dass 100 Theile auf dem Kopfe der Schraube *a*, oder mit anderen Worten eine ganze Umdrehung dieser Schraube, 251.95 Theilen des Niveaus entsprechen. Die drei Fussschrauben, auf welchen das Instrument ruht, bilden immer unter sich die Ecken eines gleichseitigen Dreieckes, an unserem Instrumente, war aber jede dieser Seiten, oder die Entfernung zwischen den Spitzen irgend zwei der Füsse = 12.61 englische Zoll, nun sei diese Seite = c, und es werde auf die Linie, welche zwei Füsse verbindet, und auf welcher die Achse des Niveaus senkrecht steht, eine andere Linie, von der Spitze des dritten Fusses aus, senkrecht auf diese gefällt, deren Länge = *p* sei, so wird sogleich:

$p = c \; stn \; 60^{0}$, folglich in unserem Falle $p = 10.921$ engl. Zoll.

Schraubt man nun die Schraube a aus ihrer Schraubenmutter heraus, so kann man leicht zählen wie viele Gänge oder Windungen der Schraube, in der ganzen Schraube, oder in einem bestimmten Theile von ihr enthalten sind, und darauf bestimmt man mittelst eines Zirkels und Zollstocks, wie viele Zolle und Linien oder Theile von Zollen, in dem gemessenen Theile der Schraube enthalten sind. Bei unserem Instrumente gingen 51 Gänge der Schraube a am Fusse des Instrumentes auf 1,04 englische Zoll. Da nun, wie schon erklärt worden ist, die Niveau-Achse nach der Richtung der senkrechten Linie p gestellt war, auf der sich zugleich die Schraube a selbst befindet, so erhalten wir, in der Annahme, dass bei einer ganzen Umdrehung der Schraube um einen Gang, sich die Neigung der Achse des Niveaus um den Winkel v änderte:

$\sin v = \frac{h}{p}$, wo h = dem Werthe eines Ganges der Schraube in Zollen, oder in demselben Maasse, wie p angedrückt, bedeutet.

Wegen der Kleinheit des Winkels v, kann man annehmen, dass:

$$v = \frac{h}{p \sin 1''} = \frac{h}{c. \sin 60^\circ \sin 1''}$$

bei uns war aber: $h = \frac{1.04}{51}$ engl. Zoll, und folglich $v = 385''.16$.

Da nun also eine ganze Windung der Schraube 385.16 Bogensecunden, zugleich aber auch 251.95 Niveautheilen entspricht, so folgt für den Winkelwerth, eines dieser Niveautheile $1''.529$ Bogensecunden.

Um den Werth eines Umganges bei feinen Schrauben zu bestimmen, hält Herr Professor Knorre folgendes Verfahren für zweckmässiger als das oben erwähnte. Man zieht auf dem äussersten Ende des Armes f (Taf. 3. Fig. 1.) durch welchen die Fussschraube geht, einen horizontalen Strich k.

Alsdann schneidet man ein Klötzchen so zu, dass es sich bis hart an den Strich *k* heranschieben lässt, und zieht auf der senkrechten Wand desselben, welche in der Verlängerung des Striches *k* liegt, zwei horizontale Striche *g* und *h*, welche ungefähr dem höchsten und tiefsten, durch Umdrehen der Fussschraube zu erlangenden Stand von *k* entsprechen. Hierauf bringt man *k* durch Drehung der Schraube, successive mit *g* und *h* zur Coincidenz, und beobachtet, wie viele Umdrehungen und Theile einer Umdrehung, der Rand der Schraube von einer Coincidenz bis zur anderen zurückgelegt hat. Die Entfernung *gh*, sorgfältig gemessen und durch die Zahl der Umdrehungen dividirt, giebt den Linearwerth eines Schraubenganges.

Es ist noch zu bemerken, dass die Temperatur einigen Einfluss auf die Empfindlichkeit des Niveaus ausübt: denn durch die Wärme wird die Gestalt der gläsernen Röhre des Niveaus, sich ein wenig verändern, und zugleich durch eine Zunahme der Temperatur, die Blase sich etwas verkürzen, in der Kälte dagegen verlängern, weil sich im ersten Falle die Flüssigkeit ausdehnt, im zweiten Falle aber zusammen zieht. Da aber von der Länge der Blase, die Empfindlichkeit des Niveaus abhängt, so sieht man leicht ein, dass man zur genauesten Bestimmung des Winkelwerthes eines Niveau-Theiles, Beobachtungen bei verschiedenen Temperaturen anstellen muss.

Aufstellung des Instrumentes in horizontaler Lage.

48. Wenn das Niveau schon berichtigt ist, so kann man leicht das Instrument in solcher Lage aufstellen, dass die Achse, um welche das Fernrohr sich dreht, sehr nahe horizontal, die Achse aber, um welche sich der bewegliche Theil des Instrumentes dreht, vertikal wird. Hierzu setzt man

nämlich das Niveau auf die Zapfen, und stellt die horizontale Umdrehungs-Achse des Instrumentes nach der Richtung, desjenigen Halbmessers des Horizontal-Kreises, welcher durch einen der Füsse des Instrumentes geht, und kann nun vermöge der Schraube an diesem Fusse, die Mitte der Niveaublase auf die Mitte des gläsernen Niveaus einstellen. Nun dreht man den oberen Theil des Instrumentes, auf dem Horizontal-Kreise um 90° aus seiner früheren Lage heraus, und kann alsdann von neuem, die Mitte der Niveaublase auf die Mitte der gläsernen Niveauröhre, mittelst einer der beiden Schrauben an den Füssen des Instrumentes, welche nunmehr der Richtung der horizontalen Umdrehungs-Achse parallel liegen werden, einstellen. Darauf dreht man wieder den oberen Theil des Instrumentes um 90°, auf die früher berichtigte Lage des Instrumentes zurück, und führt nun ganz ähnlich wie vorher die Berichtigung so lange fort, bis die Niveaublase bei jeder Drehung des oberen Theiles des Instrumentes unbeweglich bleibt, oder doch nur sehr wenig ihren Ort ändert.

Ist nun das Instrument einmal auf diese Weise aufgestellt, so kann man für jede bestimmte Lage dieses Instrumentes die genaue Neigung der Umdrehungs-Achse des Fernrohrs gegen den Horizont, mittelst des Niveaus leicht finden. Man setzt hierzu das Niveau, auf die Zapfen dieser Achse auf, und liest die Theilstriche, welche den Enden der Blase, auf der gläsernen Röhre entsprechen, ab. Darauf nimmt man das Niveau von der Achse herunter, und legt es auf dieser so um, dass der Fuss des Niveaus, welcher vorher auf dem rechten Zapfen ruhte, nunmehr auf dem linken liegt; findet man nun, dass die Blase in dieser neuen Lage des Niveaus, wieder genau auf denselben Ort einspielt wie vorher, so ist dieses ein Beweis, dass die Umdrehungs-Achse des Fernrohres horizontal ist. Im entgegengesetzten Falle wird sich die Blase, nach der Umlegung des Niveaus, dem-

jenigen der beiden Zapfen nähern, welcher höher als der andere über dem Horizonte liegt, und es ist klar, dass die Neigung der Umdrehungs-Achse auf welcher das Niveau aufgestellt ist, genau gleich dem halben Bogen sein wird, um den sich die Mitte der Blase verrückt hat *). Bestimmt man auf diese Weise die Neigung der Umdrehungs-Achse gegen den Horizont, so wird man sich dadurch, weil das Niveau umgelegt worden ist, ganz frei, von dem einen kleinen Fehler des Niveaus selbst machen, der schon in §. 46. Seite 88, als der erste, der beiden Fehler des Niveaus angeführt wurde. Um sich ebenso von dem zweiten früher erwähnten kleinen Fehler zu befreien, muss man das Niveau immer auf die Zapfen auf dieselbe Weise, und zwar so aufsetzen, dass die Füsse des Niveaus so nahe wie möglich vertical sein werden. Ebenfalls muss man auch die Neigung der Umdrehungs-Achse, bei beiden sich entgegengesetzten horizontalen Richtungen des Fernrohres bestimmen, und in der Rechnung, das arith-

*) Dieses ist streng richtig, wenn beide Zapfen der Umdrehungs-Achse des Fernrohres gleiche Dicke haben, und wenn die Winkel, welche die Ausschnitte, in den Füssen des Niveaus bilden, die auf die Zapfen aufgesetzt werden, bei beiden Füssen genau gleich sind. Wenn diese beiden Winkel aber einander nicht gleich sind, so ist es offenbar, dass dasjenige Ende des Niveaus, dessen Fuss den kleineren Winkel hat, höher als das andere Ende des Niveaus liegen wird, weil alsdann der engere Ausschnitt sich gegen den Zapfen eher, als der andere stemmen wird. Hierdurch wird also ein Fehler, in der am Niveau abgelesenen Neigung der Umdrehungs-Achse hervorgebracht, wenn aber darauf das Niveau umgelegt wird, so wird dieser Fehler eine, der vorigen, entgegengesetzte Wirkung hervorbringen, so dass folglich, wenn die Neigung der Umdrehungs-Achse so bestimmt wird, wie wir es eben oben im Texte angegeben haben, diese vollkommen richtig erhalten wird.

methische Mittel aus diesen beiden Neigungen gebrauchen, weil man dadurch den Einfluss vermindert, den eine kleine Unregelmässigkeit in der Form der Zapfen auf die Neigung ausüben könnte.

Die Angabe der Theilung auf dem Niveau, nimmt entweder so zu, dass alle Striche auf der gläsernen Röhre von einem ihrer Enden aus nach derselben Richtung ununterbrochen bis zum anderen Ende, fortgezählt werden, oder der Nullpunkt der Theilung befindet sich auf der Mitte der gläsernen Röhre, und alsdann werden die Theilstriche nach entgegengesetzten Richtungen nach beiden Enden der Röhre hin, fortgezählt.

Im ersteren Falle muss man immer beim Gebrauche die Richtung bezeichnen, nach welcher die Theilung zunahm; z. B. wenn das Instrument im Meridiane aufgestellt ist, so muss man aufschreiben, ob die Theilung nach Osten oder nach Westen zunahm. Im anderen Falle aber, wenn die gläserne Röhre von der Mitte aus getheilt ist, schreibt man die Richtung der Ablesung, für jedes Ende der Blase besonders auf.

1stes Beispiel. *Die Neigung der Umdrehungs-Achse, eines im Meridiane aufgestellten Instrumentes zu bestimmen, bei dessen zugehörigem Niveau der Nullpunkt der Niveautheilung auf der Mitte der gläsernen Röhre war.*

I. *Objectiv im Norden.*

	Niveau-Theile.			
A. Lage der Blasen-Enden: . . .	östlich	20.8	westlich	23.5
B. Niveau umgelegt	„	18.3	„	26.0
Mittelzahlen		19.55		24.75

halber Unterschied = 2.60 Theile westlich.

II. *Objectiv im Süden.*

	Niveau-Theile	
B. Lage der Blasen-Enden: . . .	östlich 18.0	westlich 25.8
A. Niveau umgelegt	„ 21.0	„ 23.0
	Mittelzahlen 19.50	24.40

halber Unterschied = 2.45 Theile westlich.

Hieraus findet man, in der Annahme, dass beide Zapfen gleiche Halbmesser hatten, dass das westliche Ende der Umdrehungs-Achse höher als das östliche war, um: . . . . . 2.60 Niveautheile

2.45

oder Mittelzahl . . 2.525

Da jeder Niveautheil schon vorher = 1″.529 gefunden wurde; so ist folglich das westliche Ende der Umdrehungs-Achse um 2.525 × 1″.529 = 3″.861 in Bogen höher als das östliche Ende.

2tes Beispiel. *Die Neigung der Umdrehungs-Achse, eines im Meridiane aufgestellten Instrumentes zu finden, bei welchem das zugehörige Niveau seinen Nullpunkt der Theilung am Ende hatte*; wobei ein Theil dieses Niveaus = 2″.350 in Bogen war.

I. *Objectiv im Süden.*

	Lage der Blasen-Enden	Ort der Mitte der Blase
A. .	von 10.4 Theilen bis 31.2 Theil.	nach Ost. . . . 20.8 Niv. Th.
B. sogleich,		
nachher umgelegt . .	6.0 „ „ 27.0 „	„ „ West. . . 16.5 „

halber Unterschied = 2.15 östlich.

II. *Objectiv im Norden.*

B. . . . . 6.5. . . 27.4 nach Westen . . 16.95
A. Gleich nach der
Umlegung . . 10.7. . . 31.4 nach Osten . . . 21.05

halber Unterschied = 2.05 östlich

Nehmen wir hier wieder an, dass beide Zapfen gleich dick waren, so folgt, dass das östliche Ende der Achse höher als das westliche war, um:

2.15 Niveautheile.
2.05 — —

Mittel 2.10 Niveautheile.

Da nun 1 Theil des Niveaus = 2″.350 war, so ist folglich das östliche Ende der Umdrehungs-Achse um 4″.935 in Bogen, höher als das westliche.

Die Buchstaben *A* und *B* bezeichnen hier die entgegengesetzten Lagen des Niveaus; und die in diesen Beispielen beobachtete Ordnung dient dazu, um die Resultate vom Einflusse einer kleiner Veränderung im Niveau selbst, zu befreien.

Untersuchungen,
welche sich auf die Gestallt und die verschiedene Dicke der Zapfen beziehen.

49. Es ist schon oben bemerkt worden, dass die Zapfen der horizontalen Umdrehungs-Achse des Instrumentes, vollkommen genaue, gerade, kreisrunde Cylinder sein müssen, welche alsdann die Zapfenlager in einem Kreise berühren werden. Mit Hülfe des Niveaus, wird es nun leicht sein, sich zu überzeugen, ob sie wirklich diesen Bedingungen genügen, indem man das Niveau auf die Zapfen aufsetzt, und das Objectiv-Ende des Fernrohres so weit, wie nur irgend

möglich nach Unten zu bewegt; bewegt man nun wieder das Fernrohr nach Oben so weit zurück, als es die Füsse des Niveaus gestatten, und bemerkt alsdann, dass die Blase des Niveaus während dieser Drehung unbeweglich bleibt, so kann man mit grosser Wahrscheinlichkeit annehmen, dass die Zapfen eine cylindrische Form haben *).

Weit genauer aber, kann man die Gestalt der Zapfen, mittelst eines sehr empfindlichen sogenannten Fühlhebels oder Fühlniveaus untersuchen, der eine Fuss dieses Fühlniveaus wird besonders für sich, an dem Stutzpfeiler der horizontalen Umdrehungs-Achse des Instrumentes befestigt, der andere aber ist mit dem Zapfen in Berührung; wenn nun das Fernrohr um seine Achse gedreht wird, und hierbei die Blase des Niveaus sich nicht bewegt, so ist dieses ein sicherer Beweiss, dass der Zapfen, das Pfannenlager in einem Kreisumfang berührt. Dieser Apparat, wird aber nur bei der Untersuchung grösserer Instrumente gebraucht, weil er sich sehr selten in den Händen desjenigen befinden wird, welcher mit kleinen Reise-Instrumenten beobachtet, und deswegen wollen wir hier auch nicht näher auf diesen Punkt eingehen.

50. Wenn beide Zapfen zwar cylindrisch gestaltet sind, an Durchmesser aber verschieden sein sollten, so wird zwar

*) Es ist leicht einzusehen, dass die Zapfen eine andere Gestalt haben könnten, nur müsste sie so beschaffen sein, dass die Durchschnitte beider Zapfen, welche durch eine zur Umdrehungs-Achse senkrechte Ebene gebildet werden, Curven von vollkommener Gleichheit, und symmetrisch in Beziehung auf die Umdrehungs-Achse gelegen, sein müssten; denn in diesem Falle, würde sich allerdings die Blase des Niveaus bei der Umdrehung des Fernrohres nicht bewegen. Das genaue Zusammentreffen aller dieser Bedingungen aber, wird sich in der Praxis niemals ereignen, und daher kann man keine andere Figur, als die erwähnte cylindrische Kreisform annehmen.

die Blase des Niveaus, wenn das Niveau auf diese Zapfen aufgesetzt worden ist, bei der Drehung des Fernrohres, ihren Ort nicht verändern, aber die Neigung der Umdrehungsachse, welche mittelst des Niveaus auf diejenige Weise bestimmt worden ist, wie wir es in §. 48. Seite 96. gezeigt haben, jedoch unrichtig sein; denn wenn zum Beispiel die Umdrehungs-Achse, oder die Linie, welche die Mittelpunkte derjenigen Kreise verbindet, in welchen die Zapfen die Pfannenlager berühren, wirklich horizontal sein sollte, so würde im Falle die Zapfen ungleich wären, das Niveau dennoch eine gewisse Neigung anzeigen, und dasjenige Ende der Achse, welches am dicksten wäre, würde höher als das andere zu liegen scheinen. Es ist daher nöthig die Art und Weise zu untersuchen, wie man den Unterschied der Durchmesser der Zapfen bestimmen kann, und ferner auch zu zeigen, wie man alsdann die Correction für die Neigung der Umdrehungs-Achse, die von dieser Differenz der Durchmesser abhängt, bei der directen Ablesung des Niveaus anbringen muss, um die wahre Neigung der Umdrehungs-Achse zu erhalten.

Wir wollen also annehmen, dass die Zapfen, Cylinder von ungleichem Durchmesser sind, welche in den winkelhakenförmigen Pfannenlagern $R\ A\ Q$ und $R'\ A'\ Q'$ (Fig. 21. Tafel I.) liegen, die gewöhnlich so eingerichtet sind, dass der Winkel $R\ A\ Q$, welchen die beiden Ebenen bilden, die den einen Zapfen an den Stellen berühren, wo er auf seinem Lager ruht, dem Winkel $R'\ A'\ Q'$ gleich ist, welcher von ähnlichen Ebenen gebildet wird, die den anderen Zapfen berühren. Der rechtsliegende Zapfen habe den grösseren Durchmesser, und tangire sein Pfannenlager, in zwei Punkten des Kreisumfanges $R\ Q\ G$, dessen Centrum sich in C befinde, und dessen Radius $= G\ Q = C\ G = R$ sei. Der andere Zapfen tangire das linke Pfannenlager in zwei Punkten des Kreisumfanges $Q'\ R'\ t'$, dessen Centrum in B', und dessen Radius $= Q'\ B' = g'\ B' = r$ sei; wir nehmen wie schon erwähnt

$r < R$ an. Das Niveau sei auf seinen winkelhakenförmigen Füssen, auf den Zapfen gestellt, und es seien K und N' die Scheitel der Winkel $F\ K\ G$ und $g'\ N'\ t'$ in welchen sich die Ebenen schneiden, die die Zapfen in denselben Punkten berühren, auf welchen die Füsse des Niveaus stehen. Die Winkel $F\ K\ G$ und $g'\ N'\ t'$, können wir als gleich annehmen, weil bei der Bestimmung der Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse, durch die Umlegung des Niveaus, wie wir schon in §. 48. Seite 96. gezeigt haben, der Einfluss dieser Ungleichheit verschwindet.

Vermittelst des Niveaus, finden wir die Neigung der Linie $K\ N'$ gegen den Horizont, die wahre Umdrehungs-Achse des Fernrohres ist aber die Linie $B'\ C$, welche die Mittelpunkte der Kreise $F\ Q\ G$ und $R'\ t'\ g'$ verbindet, in welchen die Zapfen die Pfannenlagen berühren; es wird daher, die mittelst des Niveaus unmittelbar gefundene Neigung der Umdrehungs-Achse, um den kleinen Winkel $K\ N'\ n$, welchen die Linie $K\ N'$ mit einer Linie $N'\ n$ bildet, die mit der Umdrehungs-Achse $B'\ C$ parallel ist und durch den Punkt N' geht, unrichtig sein. Um nun diesen Winkel finden zu können, bestimmt man zuerst, nach der in §. 48. Seite 96. auseinandergesetzten Methode, die Neigung die Linie $N'\ K$ gegen den Horizont, und wir wollen zum Beispiel annehmen, dass sich der dickere Zapfen auf dem rechtsliegenden Pfannenlager befinde. Darauf nimmt man das Niveau herunter, und legt die horizontale Umdrehungs-Achse des Fernrohres so um, dass der vorhin rechtsliegende Zapfen, nunmehr im linken Pfannenlager aufliegt. Ist dieses geschehen, so bestimmt man mittelst des Niveaus, die Neigung der Linie $K'\ N$, welche gegen die neue wahre Umdrehungs-Achse $C'\ B$, nach der entgegengesetzten Seite, um denselben Winkel geneigt sein wird, um welchen die Linie $K\ N'$ gegen die frühere Lage der Umdrehungs-Achse $B'\ C$ geneigt war. Dadurch kann man nun den Winkel $K\ O\ N = u$ finden, wo

u den Unterschied in den Neigungen der Linien $N'K$ und $K'N$ gegen den Horizont ausdrückt. Dieser Winkel wird immer sehr klein sein, und deswegen kann man $u = \frac{KN}{ON \sin 1''}$ setzen; nimmt man darauf an; dass $FKG = 2f = g'N'i'$ und $QAR = Q'A'R' = 2g$ ist, und bemerkt ferner, dass bei allen Instrumenten, die Winkelhaken an den Füssen des Niveaus sowohl, als an den Pfannenlagern, auf eine symmetrische Weise von der Vertikal-Ebene halbirt werden, welche durch die Umdrehungs-Achse des Fernrohres und die Mitten der Zapfen geht, so folgt, dass $CKG = f$ und $CAQ = g$ ist; mithin hat man endlich aus den Dreiecken KCG und QAC, welche bei G und Q rechtwinkelicht sind, so wie auch aus den Dreiecken $B'N'g'$ und $B'Q'A'$, welche bei g' und Q' rechtwinkelicht sind, ohne weiteres:

$$KN = KC + CA - AB - BN = KC + CA - A'B' - B'N'$$
$$= \frac{R}{\sin f} + \frac{R}{\sin g} - \frac{r}{\sin f} - \frac{r}{\sin g};$$

bezeichnet man nun ON, durch L, so wird:

$$u = \frac{(R-r)}{L. \sin 1''} \cdot \left(\frac{1}{\sin f} + \frac{1}{\sin g}\right)$$

$$R - r = u. L. \sin 1''. \left(\frac{\sin g. \sin f}{\sin g + \sin f}\right)$$

Auf diese Weise kann man nun den Unterschied, zwischen den Halbmessern der Zapfen, in irgend einem beliebigen Längenmaasse ausgedrückt, finden. Wir sehen zugleich, dass zur Bestimmung der wahren Neigung der Umdrehungs-Achse, man die unmittelbare Niveau-Ablesung um den kleinen Winkel $KN'n = x$ verbessern muss, nun ist aber $N'n$ sehr nahe $= N'K = 2L$ und $nC = N'B'$; folglich:

$$\pm x = \frac{KC - N'B'}{2L \sin 1''} = \left(\frac{R}{\sin f} - \frac{r}{\sin f}\right) \cdot \frac{1}{2L. \sin 1''}$$

$$\text{oder } \pm x = \tfrac{1}{2} u. \frac{\sin g}{\sin f + \sin g}$$

Damit man nun weiss, welches Zeichen man bei dieser Correction gebrauchen muss, muss man bedenken, dass die Ungleichheit der Zapfen die Wirkung hat, dass das Niveau dasjenige Ende der horizontalen Umdrehungs-Achse zu hoch angiebt, an welchem der dickere Zapfen sich befindet.

Um das vorhergehende durch ein Beispiel zu erläutern, wollen wir hier die Zapfen-Ungleichheit bei einem Durchgangsinstrumente untersuchen, welches dem früher beschriebenen ähnlich war. Diese Untersuchung wurde im Jahre 1843 zu Kronstadt angestellt.

Das Instrument war im Meridiane aufgestellt, und folglich lag die Umdrehungs-Achse in der Richtung von Osten nach Westen; an einem der Zapfen dieser Achse, befand sich der Aufsuchungskreis, oder ein in Grade eingetheilter Verticalkreis; um die Zapfen nicht mit einander zu verwechseln, wollen wir jedesmal bezeichnen, ob der erwähnte Verticalkreis nach Osten oder Westen umgelegt war. Der Nullpunkt des Niveaus war auf der Mitte der gläserner Röhre, Die Buchstaben *A* und *B* beziehen sich auf die, bei der Umlegung entgegengesetzten Lagen des Niveaus.

Nummer der Versuche	Lage des Vertical-Kreises.	Ablesung an den Enden der Blase. *Oestlich*	*Westlich*	Höhe des *westlichen* Zapfens auf der Niveau-Theilung.	Unterschied $= u$
1.	im Westen	A. 13.1	13.2	+ 0.42	Theile 4.50
		B. 12.4	14.0		
	im Osten	B. 8.4	18.4	+ 4.92	
		A. 8.2	17.9		
2.	im Osten	A. 8.3	18.8	+ 5.60	5.15
		B. 7.2	19.1		
	im Westen	B. 12.0	13.6	+ 0.45	
		A. 13.0	13.2		
3.	im Westen	A. 13.0	13.6	+ 0.52	4.53
		B. 12.5	14.0		
	im Osten	B. 8.3	18.2	+ 5.05	
		A. 8.0	18.3		

Die Entfernung zwischen den Füssen des Niveaus, war $= 2\,L = 10.85$ englische Zoll.

Hieraus sieht man, dass, obgleich bei beiden Lagen des Instrumentes, der westliche Zapfen immer höher als der östlichere lag, dennoch diese Erhebung am grössten war, sobald der Verticalkreis nach Osten umgelegt war; folglich hatte der Zapfen, welche am Verticalkreis ist, einen grösseren Durchmesser als der entgegengesetzte. Im Mittel findet man $u = 4.73$ Niveautheile, und da nun 1 Niveautheil $= 1''.68$ in Bogen war, so wird $u = 7''.95$ in Bogen oder $0''.53$ in Zeit. Bei diesem Instrumente, betrug der Winkel, welchen die inneren Oberflächen an den Füssen des Niveaus mit einander bildeten, oder der Winkel $2\,f$, die Grösse von $85°$. Der Winkel dagegen, welchen die inneren Flächen an den Pfannenlagern bildeten, in denen die Zapfen der Achse des Fernrohrs lagen, war $= 91° = 2\,g$. Also ist der Fehler der, unmittelbar aus den Niveau-Ablesungen, abgeleiteten Neigung der Achse, wie es in §. 48. Seite 96 gezeigt wurde, oder:

$$x = \mp \frac{1}{2} \cdot \frac{0''.53.\ \sin 45° 30'}{\sin 45° 30' + \sin 42° 30'} = \mp 0''.14 \text{ in Zeit.}$$

In unserem Beispiele gilt das Zeichen $(-)$, wenn der Aufsuchungskreis im Osten war; $(+)$ dagegen wenn er nach Westen stand, hier ist $2\,L = 10.85$ engl. Zoll; folglich wird:

$R - r$ sehr nahezu $= 0{,}00007$ englische Zoll ist.

Correction der verschiedenen Theile des Fernrohres am Durchgangsinstrumente.

Correction des Prismas.

51. Die Hauptgesichtslinie oder die Collimationslinie wird immer durch die Richtung desjenigen Lichtstrahles be-

stimmt, welcher durch den Mittelpunkt des Objectives geht und den mittleren Verticalfaden genau in der Mitte zwischen den beiden Horizontal-Fäden trifft. Im Fernrohre unseres Durchgangsinstrumentes, werden aber die Lichtstrahlen, ehe sie ins Ocular gelangen, von der spiegelnden Fläche des Prismas $\pi\,\pi$ (Fig. 1. Taf. III.) reflectirt werden, und daher muss dieses Prisma so gestellt sein, dass die Bilder der, durch das Fernrohr gesehenen Gegenstände nicht verzerrt erscheinen, und das ferner die Hauptgesichtslinie bei der Bewegung des Fernrohres um seine Achse, eine zu dieser Achse senkrechte Ebene beschreibt.

Die erste dieser Bedingungen wird erfüllt, wenn die Lichtstrahlen die beiden brechenden Seiten des Prismas unter einem rechten Winkel treffen, und wenn die Hauptgesichtslinie sich in derselben Ebene befindet, welche durch die Umdrehungs-Achse des Fernrohrs und durch eine auf der spiegelnden Seite des Prismas senkrechte Linie geht; denn sonst würde man nie präcise Bilder sehen können, auch wenn das Fernrohr ganz gut in Bezug auf den Focus eingestellt wäre. Richtet man daher das Fernrohr auf einen hellen Stern, und zeigt sich sein Bild nicht völlig rund und scharf, sondern nach einer Seite hin geschwänzt, so muss das Prisma um die Achse des Objectivrohres G (Fig. 1. Taf. III.) etwas gedreht werden. Diese Drehung geschieht durch die beiden länglichen Schrauben δ, δ, welche durch die Seiten des Cubus $E\,E$ hindurchgehen und sich an das kleine, mit der Unterlage T des Prismas $\pi\,\pi$, fest verbundenes Parallelipipedon γ anstemmen; löst man die eine dieser Schrauben und zieht die andere fest an, so kann man dem Prisma $\pi\,\pi$ die richtige Lage geben, bei welcher das Bild des Sternes am schärfsten und gleichförmigsten begränzt erscheinen muss. Herr v. Struve hält es am sichersten, erst durch Drehung in einem gewissen Sinne, ein etwas unregelmässiges Bild zu erzeugen; dann aber durch eine entgegengesetzte Drehung eine ebenso

grosse Abweichung des Bildes, im anderen Sinne zu veranlassen, den Unterschied beider Stellungen kann man darauf durch die Anzahl der Umgänge einer der Schrauben δ, δ messen und alsdann den Einsatz, der das Prisma trägt, in die Mitte zwischen beiden Stellungen, vermittelst derselben Schrauben δ, δ hin bewegen und dort feststellen. Diese Correction ist nicht so ganz leicht zu bewerkstelligen und erfordert viel Geschicklichkeit; meistens bringen jedoch die Künstler selbst, das Prisma $\pi\,\pi$, in dieser Beziehung schon in die gehörige Lage; und deshalb muss man nicht, ohne absolute Nothwendigkeit, die Schrauben δ, δ anrühren.

Um sich zu überzeugen ob die Hauptgesichtslinie senkrecht zur Umdrehungs-Achse des Fernrohres steht, richtet man das Fernrohr anf einen irdischen Gegenstand, befestigt dann den beweglichen Theil des Instrumentes, durch die Druckschraube h' (Fig. 1. Taf. III.), welche sich an dem Horizontal-Kreise $A\,A$ befindet, und bringt darauf mit Hülfe der Micrometerschraube M, den mittleren Vertical-Faden zur Coincidenz mit einem bestimmten Punkte des Gegenstandes. Dann nimmt man vorsichtig die Umdrehungs-Achse $D\,D$ des Fernrohres aus den Pfannenlagern heraus und legt sie so um, das der vorher rechts liegende Zapfen nun links liegt. Wenn man nun das Fernrohr wieder auf den Gegenstand richtet und dabei bemerkt, dass der Mittelfaden mit demselben Punkte des Gegenstandes wie vorher zusammentrifft, so ist die Gesichtslinie senkrecht zur Umdrehungs-Achse Im entgegengesetzten Falle aber kann man die Neigung der spiegelnden Seite des Prismas $\pi\,\pi$, durch Lösung der Schraube β (Fig. 1. Tafel III.) und durch die Wirkung der Schrauben α, α, α ändern, indem man zwei von diesen letzteren α, α löst und die dritte α anzieht, oder umgekehrt; so dass das Bild des Gegenstandes dem Mittelfaden um die Hälfte seiner Entfer-

nung von diesem Faden, näher kommt,*) alsdann wird das Prisma berichtigt sein. Mit einem Male wird es schwer sein, dieses vollkommen zu bewerkstelligen; deshalb bringt man erst den Mittelfaden zur Coincidenz, mit dem Bilde des beobachteten Gegenstandes, vermittelst der Micrometerschraube *M*, legt dann die horizontale Umdrehungs-Achse *D D* wieder um, und verfährt von neuem ebenso, wie wir oben beschrieben haben; diese Versuche setzt man so lange fort, bis endlich vor und nach der Umlegung der Achse, der Mittelfaden sehr nahe zu, mit demselben Punkte des beobachteten Gegenstandes, zusammentrifft, worauf man die Schraube β wieder fest anzieht. Ueberhaupt muss man stets recht darauf achten, dass alle Correctionsschrauben gehörig angezogen sind, weil hiervon die feste bleibende Lage des Prismas π π abhängt, welches durchaus nothwendig ist um die Schwankungen der Gesichtslinie zu vermeiden.

Correction der Fadenplatte oder des Fadennetzes.

52. Wir haben schon früher §. 33. Seite 64. gezeigt, wie man die Fadenplatte in den gemeinschaftlichen Brennpunkt (Focus) der Objectiv- und der Ocularlinse einstellt. Ausserdem muss man aber das Fadennetz noch so stellen, dass bei der richtigen, horizontalen Aufstellung des Instru-

*) Um das Bild sicher auf die Hälfte seiner Entfernung vom Faden zu bringen, kann man, ehe die Schrauben β und α, α, α berührt werden, einen der Verniere am Horizontal-Kreise ablesen; dann mittelst der Micrometerschraube *M*, den Mittelfaden, mit dem Bilde zusammen fallen lassen, und noch einmal an demselben Verniere ablesen. Stellt man nun diesen Vernier auf die Mittelzahl, zwischen beiden Ablesungen, so wird das Bild halb so weit entfernt vom Faden als vorher sein.

mentes (§. 48. Seite 96.) 2 Fäden parallel mit der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohres, die anderen 5 oder 7 Fäden aber, senkrecht zu dieser Achse werden. Diese Berichtigung, kann man leicht mit Hülfe eines irdischen Gegenstandes bewerkstelligen, auf welchen man das Fernrohr so richtet, dass das Bild des Gegenstandes am mittleren Verticalfaden, in der Mitte des Raumes zwischen beiden Horizontalfäden erscheint. Bewegt man nun den oberen Theil des Instrumentes in horizontaler Richtung, bis das Bild des Gegenstandes, an den Rand des Gesichtsfeldes gebracht worden ist, so kann man hierbei gleich bemerken, ob es immer in der Mitte zwischen beiden Horizontalfäden geblieben ist. War dieses nicht der Fall, so muss man eine der Schrauben q (Fig. 1. Tafel III.), die durch den Bügel p gehen, lösen, und mit der anderen das äussere Röhrchen m, in welchem sich das Fadennetz befindet; um die feste Röhre n so lange drehen, bis das Bild des Gegenstandes genau in die Mitte zwischen beide Horizontalfäden gesellt ist; und nun würde die Lage der Fadenplatte berichtigt sein, wenn man annehmen könnte, dass der Winkel zwischen den sogenannten Horizontal- und Verticalfäden wirklich 90° wäre. Da aber dieses nie in aller Strenge statt findet, so ist es beim Durchgangsinstrument viel wichtiger die Lage der Verticalfäden genau zu berichtigen, oder sie einer der Umdrehungs-Achse des Fernrohres parallelen Linie, senkrecht zu stellen. Diese Berichtigung wird erreicht sein, wenn man die Fadenplatte so stellt, dass der mittlere Verticalfaden, bei der Bewegung des Fernrohres um seine Umdrehungs-Achse, fortwährend denselben irdischen Gegenstand schneidet. Eine Bewegung der Schrauben q wird jedoch meistentheils die Richtung der Hauptgesichtslinie etwas ändern, weshalb es nöthig sein wird die feine Berichtigung der Schrauben α, α, α am Prisma, so lange zu verschieben bis an den Schrauben q, nichts mehr zu ändern ist.

Man kann auch die Horizontalfäden mit Hülfe von astronomischen Beobachtungen richtig stellen. Die Sterne um den Meridian herum, ändern ihre Höhe sehr wenig, und wenn das Fernrohr im Meridiane aufgestellt ist, so wird ein Aequatorialstern im Gesichtsfelde, beinahe eine horizontale gerade Linie beschreiben; tritt also ein solcher Stern in das Gesichtsfeld, mitten zwischen den Horizontalfäden ein, so muss er, wenn die Fäden horizontal sind, auch beim Austritte aus dem Gesichtsfelde, mitten zwischen beiden Horizontalfäden sich befinden; wenn der Stern aber, beim Austritte aus dem Gesichtsfelde, nicht mehr in dieser Mitte ist, so werden alsdann die Fäden eine Neigung gegen den Horizont haben, welche wie schon gezeigt wurde, leicht zu berichtigen ist.

Correction des verticalen Höhenkreises.

53. Wenn das Instrument im Meridiane aufgestellt ist, und sein Verticalkreis sich im Westen dreht, so wird seine Gradtheilung von der Richtung des Zeniths aus, nach dem Südpunkte des Horizontes und so weiter bis 360° abnehmen; da aber der Verticalkreis, sich zugleich mit dem Fernrohre dreht, der Vernier aber unten fest ist, so wird die Ablesung nach der eben erwähnten Richtung zunehmen. Damit man nun das Fernrohr auf eine gegebene Zenithdistanz einstellen kann, muss man für jeden der Verniere, die an beiden Lagerträgern einzeln befestigt sind, den entsprechenden Ort des Zeniths auf dem Verticalkreise oder denjenigen Punkt der Theilung bestimmen, auf welchen der Vernier weist, wenn die optische Achse des Fernrohres, gerade genau auf das Zenith gerichtet ist. Um die beiden Verniere zu unterscheiden, wollen wir den einen mit I, den anderen mit II bezeichnen. Wünscht man nun den Ort des Zeniths auf dem Kreise zu finden, wenn er gegen den Vernier I.

steht, so stellt man zuerst das Instrument horizontal, mit Hülfe des Niveaus auf, (§. 48. Seite 96.), und richtet darauf das Fernrohr, auf einen gut sichtbaren terrestrischen Gegenstand, so dass dieser alsdann an dem Mittelfaden, in der Mitte des Raumes, zwischen den beiden horizontalen Fäden erscheint; darauf liess man die Angabe des Verticalkreises an diesem Verniere ab, und schreibt zugleich auf, auf welcher Seite vom Beobachter aus, dessen Gesicht auf den Gegenstand gerichtet ist, der Verticalkreis sich befand. Darauf löst man die Druckschraube *M* am Horizontalkreise, und dreht den ganzen oberen Theil des Instrumentes um 180° im Azimuth; wenn nun der Verticalkreis vorher auf der linken Seite war, so wird er sich jetzt zur rechten des Beobachters befinden; und indem man das Fernrohr wieder auf denselben Gegenstand wie vorher richtet, und auch ganz ebenso wie zuerst verfährt, kann man wiederum die Grade, Minuten u. s. w., auf dem Verticalkreise am Vernier No. I. ablesen. Bezeichnet man die Kreisablesung, wenn der Verticalkreis sich links vom Beobachter befand durch *L*, wenn er sich dagegen auf der rechten Seite des Beobachters befand durch *R*, so erhält man bei einem Instrumente, dessen Kreistheilung, wie bei dem unserigen, von rechts nach links auf dem oberen Theile des beweglichen Kreises zunahm:

Ort des Zeniths . . . . . $= \frac{1}{2}(R + L)$

Zenithdistanz des Gegenstandes. . $= \frac{1}{2}(R - L)$

Hat man nun den Ort des Zeniths am Verticalkreise gefunden, wenn dieser sich beim Vernier I befindet; so legt man darauf die horizontale Umdrehungs-Achse *D D* (Fig. 1. Taf. III.) um; alsdann wird der Zapfen, welcher vorher auf dem rechten Zapfenlager ruhte, nunmehr auf dem linken Zapfenlager ruhen, und deshalb der Verticalkreis sich beim Vernier No. II. befinden; in dieser neuen Lage bestimmt man nun ebenso wie vorher, den Ort des Zeniths.

Wenn nun auf diese Weise der Ort des Zeniths bekannt geworden ist, und man wünscht das Fernrohr auf eine gegebene Zenithdistanz einzustellen, so muss man zu dieser Zenithdistanz den Ort des Zeniths zulegen, wenn der Verticalkreis sich auf der einen Seite, oder diese Zenithdistanz von dem zugehörigen Orte des Zeniths abziehen, wenn der Verticalkreis, sich auf der anderen Seite, zugleich mit demselben Verniere befand. Wird alsdann das Fernrohr so gerichtet, dass der Vernier am Kreise, der gefundenen Summe oder Differenz der Grade, Minuten u. s. w. entspricht, so wird das Fernrohr auf die Zenithdistanz eingestellt sein.

Bei unserem Instrumente konnte man, so wie es auch bei vielen anderen der Fall ist, den Ort des Zeniths verändern, und sich dadurch von dieser Berechnung ganz frei machen, indem man ganz einfach den Ort des Zeniths, wenn der Kreis sich bei einem der beiden Verniere befand z. B. bei No. I.; auf $0^{\circ}\ 0'$ bringen konnte. Der Höhenkreis wird nämlich durch eine Schraube A festgehalten, (Fig. 1. Taf. III.), und wenn man diese löst, so kann man den Verticalkreis mit der Hand umdrehen, richtet man alsdann das Fernrohr auf einen Gegenstand, dessen Zenithdistanz schon gefunden worden ist, und befestigt das Fernrohr, an die Achse durch die Schraube K', so kann man alsdann den Vertikalkreis so umdrehen, dass das Vernier No. I. die Anzahl von Grade, Minuten u. s. w. angiebt, welche der Zenithdistanz des Gegenstandes gleich sind; dann wird der Ort des Zeniths auf dem Kreise $= 0^{\circ}\ 0'$ sein. Alsdann zieht man die Schraube A am Verticalkreise wieder fest an, und bestimmt der grösseren Sicherheit wegen den Ort des Zeniths noch einmal, auf dieselbe Weise, wie vorher. Darauf legt man nun die horizontale Umdrehungs-Achse des Instrumentes um, und sucht den Ort des Zeniths, wenn der Verticalkreis sich beim Vernier No. II. befindet; meistens jedoch wird alsdann dieser Ort ebenfalls nahezu $0^{\circ}\ 0'$ sein, und wenn man alsdann

die Platte des Verniers ein wenig verschiebt, welches durch eine an ihr befindliche Schraube geschieht, so kann man leicht den Ort des Zeniths auch hier genau auf 0° 0′ stellen.

Beispiel. Indem man das Fernrohr auf das Kreuz eines entfernten Kirchthurmes richtete, wurden folgende Ablesungen am Höhenkreise gemacht:

Am Vernier No. I. *bei Verticalkreis rechts* . $R = 0° 31'.5$

„ „ *No.* I. *bei Verticalkreis links* . . $L = 181\ 52.5$

Wir nehmen hierbei an, dass das Gesicht des Beobachters nach dem Gegenstande gewendet war; alsdann muss aber nach der Ordnung der Zunahme der Vernierablesungen R grösser als L werden, und folglich hier statt 0° 31′.5, der Werth 360° 31′.5 gesetzt werden; indem man einen Vollkreis oder 360° zulegt; auf diese Weise wird nun:

Ort des Zeniths . . . . . $= \frac{1}{2}(R + L) = 271° 12'.0$

Zenithdistanz des Kreuzes $= \frac{1}{2}(R - L) = 89\ 19.5$

Wenn nun der Ort des Zeniths = 0° 0′ oder 360° 0′ wäre, und der Verticalkreis sich auf der rechten Seite befände, so müsste das Vernier der Ablesung 89° 19′.5; wenn sich der Verticalkreis aber auf der linken Seite befände, der Ablesung 270° 40′.5 entsprechen. Man löste nunmehr die Schraube A (Fig. 1. Tafel III.), richtete das Fernrohr genau auf den vorigen Gegenstand und befestigte darauf das Fernrohr für sich durch die Klemme K'; unter der Annahme, dass der Verticalkreis auf der linken Seite lag, musste man ihn alsdann so weit mit der Hand umdrehen, bis das Vernier No. I. die Ablesung 270° 40′.5 angab, und alsdann wurde der Verticalkreis wieder durch die Schraube A festgestellt. Nachdem dieses geschehen war, fand man für die Correction des wiederum bestimmten Orts des Zeniths sehr nahe den Werth 0° 0′.

Darauf würde die Horizontal-Achse des Instrumentes umgelegt, und dadurch wurde dann der Ort des Zeniths gefunden, als der Verticalkreis sich beim Vernier No. II. befand;

bei dieser Lage des Kreises, beobachtete man nämlich folgendermaassen:

Am Vernier No. II., *bei Verticalkreis rechts* . R = 89° 19′.0
„ „ No. II., *bei Verticalkreis links* . . L = 270 38 .5

hieraus:

Ort des Zeniths am Verticalkreise = $\frac{1}{2}(R+L)$ = 359° 58′.7
Zenithdistanz des Kirchenkreuzes = $\frac{1}{2}(R-L)$ = 89 20 .2

Der Ort des Zeniths bei dieser Lage des Kreises, weicht von dem, bei seiner vorigen Lage = 0° 0′ gefundenen, um nahe 1′ ab, und folglich um die Anzahl der Grade und Minuten zu finden, auf welche man das Vernier II. am Kreise einstellen muss, um das Fernrohr auf einen bestimmten Gegenstand zu richten; muss man die mit Hülfe der gegebenen Zenithdistanz und einem angenommenen Orte des Zeniths = 0° 0′ oder 360° 0′, berechnete Kreisablesung, um die Zahl 1′.3 verkleinern.

Ueber die Einstellung des Instrumentes, sowohl in die Ebene des Meridianes, als auch in eine beliebige andere Vertical-Ebene.

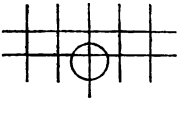
54. Zur Einstellung des Instrumentes in den Meridian, giebt es mehrere verschiedene Methoden, wobei es sich aber von selbst versteht, dass das Instrument schon vorher so aufgestellt sein muss, dass seine verticale Umdrehungs-Achse auch wirklich vertical ist. (§. 48. Seite 95.)

1ste Methode. Wir wollen zuerst annehmen, dass der Beobachter, weder die genaue Breite des Ortes kennt, wo er sich befindet, noch den Stand seines Chronometers genau ermittelt hat. Aus einer guten Land-Karte, oder auch auf eine andere Weise, kann er aber alsdann wenigstens die genäherte Länge und Breite seines Beobachtungsortes fin-

den, und ein Fehler von einigen Minuten in diesen Elementen, wird keinen grösseren Fehler auf die Einstellung des Instrumentes in den Meridian als ungefähr 2 oder 3 Bogenminuten hervorbringen, ebenso wird man auch das Chronometer bis auf 3″ oder 4″ in Zeit berichtigen können, und dieses genügt schon, um nachher das Instrument genauer aufzustellen, und eine zu allen Zwecken brauchbare Beobachtungsreihe anzufangen.

Um dieses am Tage bewerkstelligen zu können, macht man eine Beobachtung der Sonne, wenn sie sich ausserhalb des Meridianes befindet, wobei es am besten ist die Sonne zwischen ihrem Aufgange und ihrem Durchgange durch die östliche Seite des ersten Verticals, oder auch zwischen ihrem Durchgange durch die westliche Seite des ersten Verticals §. 1. Seite 3. und ihrem Untergange zu beobachten, jedoch wird dieses nicht immer möglich sein. Alsdann richtet man das Fernrohr zuerst so, dass der eine der beiden Sonnenränder (z. B. der obere), genau in die Mitte des Raumes, zwischen die beiden Horizontal-Fäden eintritt, und zwar zugleich auf solche Weise, dass der mittlere Verticalfaden so genau wie nur irgend möglich, das kleine Segment der Sonnenscheibe, welches zwischen den beiden Horizontal-Fäden eingeschlossen ist, halbirt; siehe die folgende Figur:

Darauf liest man die Angaben des Verniers an dem Vertical- und Horizontal-Kreise ab, und wenn man zu gleicher Zeit das Chronometer zu berichtigen wünscht, so bemerkt man ebenfalls seine Angabe im Moment der genauen Einstellung. Auf ähnliche Weise beobachtet man auch den unteren Rand der Sonne, wie in nachstehender Figur



Nachdem dieses geschehen ist, dreht man den oberen beweglichen Theil des Instrumentes um 180° auf dem Horizontalkreise herum; so wird alsdann der Verticalkreis sich in entgegengesetzter Lage befinden (z. B. jetzt links liegen, wenn er vorher auf der rechten Seite des Beobachters lag), und in dieser neuen Lage des Instrumentes, wiederholt man die Beobachtungen beider Ränder der Sonne, auf ähnliche Weise wie vorher, nur dass man dabei in entgegengesetzter Ordnung wie früher verfährt, und mit demjenigen Rande der Sonne zuerst anfängt, mit welchem man vorher aufhörte. Hat man ein Barometer und Thermometer, so liest man ebenfalls den Stand dieser Instrumente ab, um die Strahlenbrechung genau berechnen zu können; übrigens wird in den meisten Fällen die mittlere Strahlenbrechnung schon genügen.

Nachdem man den Ort des Zeniths am Verticalkreise gefunden hat, berechnet man darauf die jeder der Einstellungen, entsprechende scheinbare Zenithdistanz des Ober- und Unterrands der Sonne, und aus diesen 4 scheinbaren Zenithdistanzen, nimmt man alsdann das arithmetische Mittel, welches wir $= p$ setzen wollen; ferner sei die zugehörige Strahlenberechnung $= \varrho$, die Horizontal-Parallaxe der Sonne $= \pi$, und die wahre Zenithdistanz des Sonnencentrums $= z$, so erhalten wir alsdann für das Mittel der Beobachtungszeiten:

$$z = p + \varrho - \pi \sin (p + \varrho).$$

Nun kann man immer voraussetzen, dass der Beobachter ungefähr die Zeit kennt, zu welcher er die Beobachtungen anstellte, nämlich ungefähr auf eine viertel oder auch auf eine halbe Stunde, und es sei diese genäherte mittlere Zeit der Beobachtungen $= (\tau)$. Wenn alsdann die genäherte in Zeit ausgedrückte Länge des Beobachtungsortes von Berlin aus gezählt $= l$ ist, so wird alsdann $(\tau) \pm l$ die mittlere Zeit sein, welche in Berlin, bei der Mitte der Beobachtungen gezählt wurde; (+) wird gebraucht wenn die Länge westlich, (−) dagegen wenn die Länge östlich von Berlin ist. Für diese

Zeit $(\tau) \pm l$ findet man nun aus dem Berliner Astronomischen Jahrbuche die entsprechende Declination des Sonnencentrums $= \delta$, *) und kann alsdann leicht, aus dem sphärischen Dreiecke, welches durch das Zenith, durch das Sonnencentrum und durch den Pol des Aequaters gebildet wird, das Azimuth des Sonnencentrums $= a$, nach der folgenden Formel berechnen:

$$\cos a = \frac{\sin \delta - \cos z \sin \varphi}{\cos \varphi \sin z};$$

wo φ die Breite des Ortes bezeichnet, und das Azimuth von Norden aus gezählt ist; aus dieser Formel folgt ferner:

$$\sin \tfrac{1}{2} a = \sqrt{\frac{\cos q \sin (q - \delta)}{\cos \varphi \sin z}}; \text{ wo } q = \frac{\varphi + \delta + z}{2}$$

gesetzt ist.

Da wir im voraus wissen auf welcher Seite des Meridianes die Sonne beobachtet wurde, so können wir folglich über die Bedeutung von $\sin \frac{1}{2} a$ nie im Zweifel sein, ferner muss $\frac{1}{2} a$ immer $< 90°$ sein, und die Azimuthe müssen alsdann östlich oder westlich gezählt werden.

Hierauf nimmt man die halbe Summe aus den beiden Ablesungen am Horizontalkreise bei der ersten Lage des Verticalkreises, und ebenso die halbe Summe der Ablesungen, welche in den beiden Beobachtungen bei der anderen Lage des Verticalkreises, am Horizontalkreise gemacht wurden, legt man alsdann zu dieser letzteren Halbensumme, $180°$ hinzu, oder zieht, $180°$ von ihr ab, im Falle sie $360°$ übersteigen sollte, so können wir alsdann das arithmetische Mittel, aus der Halbensumme der ersten beiden Ablesungen, und der um $180°$ veränderten Halbensumme der beiden anderen Ablesungen nehmen, welches wir $= A$ setzen wollen; als-

*) Hat man das Berliner Astronomische Jahrbuch nicht zur Hand, so bedient man sich des Nautical Almanacs oder der Connaissance des tems.

dann ist offenbar $A \pm a$ die Mittelzahl für die genäherte Lage des Meridianes, oder mit andern Worten die Anzahl der Grade und Minuten auf dem Horizontalkreise, welche das Mittel der Ablesungen aus den Vernieren, die sich an diesem Kreise befinden, zeigen müsste, wenn die optische Achse des Instrumentes, genähert die Ebene des Meridians beschriebe. Das Azimuth ist hier von Norden aus, nach beiden Seiten des Meridianes gezählt, und wenn die Theilung auf dem Horizontalkreise von links nach rechts wächst, so muss man (+) für die nachmittägigen und (—) für die vormittägigen Beobachtungen brauchen.

Wünscht man ausserdem noch das Chronometer zu berichtigen, so nimmt man das arithmetische Mittel aus den bei den einzelnen Beobachtungen aufgeschriebenen Zeit-Angaben; und es sei dieses Mittel $= T$, der entsprechende Stundenwinkel des Sonnencentrums aber gleich $= 15\ t$ in Graden, so wird alsdann:

$$\sin 15\ t = \frac{\sin a \sin z}{\cos \delta} \text{ oder } \cos \frac{15\,t}{2} = \sqrt{\frac{\cos q \cos (q - z)}{\cos \varphi \cos \delta}}$$

Diese letztere Formel wird alsdann vorzüglich gebraucht, wenn $15\ t$ nahe an 90° ist. Wenn nun die Beobachtungen, Nachmittags angestellt werden, so wird t die wahre Sonnenzeit selbst ausdrücken; wenn aber die Beobachtungen des Vormittags gemacht worden sind, so wird die wahre Sonnenzeit $= 24^h - t$ sein; nimmt man darauf den Unterschied zwischen T und dieser berechneten wahren Sonnenzeit, so erhält man dadurch die Chronometer-Correction in Beziehung auf wahre Sonnenzeit.

Beispiel. In Stawropol, dessen genäherte nördliche Breite $\varphi = 45^\circ\ 3'$, und östliche Länge von Greenwich $l = 2^h\ 48'$ ist, wurde das Instrument in den Meridian durch folgende Beobachtungen am 9ten Januar 1837 gestellt:

	Ablesung am Verticalkreis:	Ablesung am Horizontalkreis:
I. *Verticalkreis links.*		
Beobachteter Rand der Sonne	*unterer* . .	280° 42′.0 . . . . 340° 36′.5
	oberer . .	281 55.0 . . . . 341 17.5
II. *Verticalkreis rechts.*		
Beobachteter Rand der Sonne	*oberer* . .	77° 20′.0 . . . . 158° 13′.5
	unterer . .	77 29.5 . . . . 159 21.0

Quecksilberhöhe *im Barometer* = 320.40 Pariser-Linien, Ablesung am *äusseren Thermometer* = + 0°.3 Reaumur.

Die genäherte wahre Sonnenzeit der Mitte der Beobachtungen kann man ungefähr = 21ʰ 20′ annehmen, die entsprechende Greenwicher Zeit war also 1837 Januar 9ᵈ 18ʰ 32′, und hierfür findet man aus dem Nautical Almanac die Declination des Sonnencentrums δ = — 21° 59′ d. h. südlich. Der Ort des Zeniths war = 359° 58′.7 am Verticalkreise, und aus unseren Beobachtungen findet man folgende scheinbare Zenithdistanzen der Sonne:

Unterrand ⊙ . . .	79° 16′.7	*Oberrand* ⊙ . =	77° 21′.3
Oberrand ⊙ . . .	78 3.7	*Unterrand* ⊙ . =	77 30.8

arithmet. Mittel der sch. Zen. Distanzen des ⊙ Cen. =	78° 3′.2
Strahlenbrechung minus Parallaxe . . . . . =	4.3
Wahre Zenithdistanz des ⊙ Centrums . . . . z =	78° 7′.5
Breite . . . . . φ =	45 3.0
Declination des Sonnencentrums . . . . . δ =	— 21 59.0
Summe . . . 2 q =	101° 11′.5
q =	50 35.7
$q - \delta$ =	72 34.7

log cos q . . . =	9.80263
log sin $(q-\delta)$ =	9.97961
comp log cos φ =	0.15089
comp log sin z =	0.00940
Summe =	19.94253
Halbe Summe =	9.97127

. . . *sin* $\frac{a}{2}$ . . . . . $\frac{1}{2}a$ = 69° 23′.2

$a = 138° 46'.4$ = Nordöstliches Azimuth der Sonne.

Halbe Summe der Ablesungen am Horizontalkreise:

I. *Beim Verticalkreis links:*	II. *Beim Verticalkreis rechts:*
$340° 57'.0$	$158° 47'.2$

$$A = \frac{340° 57'.0 + (180° + 158° 47'.2)}{2} = 339° 52'.1$$

Azimuth a (*östliches*) . . . . . $= -138\ 46.4$

Ort des Merid. am Horizont.-Kreise $= 201° 5'.7$ *v. Nord.*

Wenn man daher den oberen Theil des Instrumentes so stellt, dass das Mittel der Vernierablesungen am Horizontalkreise $= 201° 5'.7$ ist, so wird das Instrument genähert, in den Meridian eingestellt sein.

Wenn man noch das Azimuth irgend eines beliebigen terrestrischen Gegenstandes bestimmt hätte, so könnte man leicht mittelst dieses letzteren, das Instrument auch in der Folge in den Meridian stellen. Desshalb muss man vor dem Anfange und nach der Beendigung der oben erwähnten Beobachtungen, das Fernrohr auf diesen Gegenstand richten, indem man ihn dabei so in die Mitte zwischen die beiden Horizontal-Fäden stellt, dass er von dem mittleren Vertical-Faden in zwei Hälften getheilt wird. Man liest darauf die Angabe der Verniere am Horizontalkreise in beiden Lagen des Verticalkreises ab. Auf diese Weise wurde nun der westliche Gipfel des Berges Elbruz aus Stawropol beobachtet, und es wurden dabei folgende Mittelzahlen für die Angaben der Verniere am Horizontal-Kreis gefunden:

I. *Verticalkreis links*	II. *Verticalkreis rechts*
$10° 12'.5$	$190° 12'.0$

zieht man nun von dieser letzteren Ablesung, $180° 0'.00''$ ab, so wird sie $= 10° 12'.0$, und alsdann ist das arithmetrische Mittel, zwischen $10° 12'.5$ und $10° 12'.0$, sehr nahe $= 10° 12'.2$; bei unserem Instrumente, nahm die Theilung

auf dem Horizontalkreise von links nach rechts zu, oder von Norden nach Osten, so dass folglich das nordöstliche Azimuth der Spitze des Elbruz $= (360^\circ + 10^\circ\ 12'.2) - 201^\circ\ 5'.7 = 169^\circ\ 6'.5$ wird, welcher Werth bis auf $1'$ mit dem genauen Azimuthe übereinstimmte, welches aus einer anderen Beobachtungsreihe gefunden wurde.

Um die vorläufige Berichtigung des Chronometers zu ermitteln, wurde der Stundenwinkel der Sonne berechnet; und man findet nun leicht aus irgend einer der beiden angegebenen Formeln, dass bei der Mitte der Beobachtungen, der östliche Stundenwinkel der Sonne $= 2^h\ 56'\ 16''$ in Zeit war; folglich wird alsdann die wahre Sonnenzeit $= 21^h\ 3'\ 44'$, werden, und vergleicht man diese mit dem arithmetischen Mittel aus den bei unseren vier Beobachtungen, bemerkten Chronometer Zeiten, so erhält man dadurch die genäherte Chronometer-Correction in Bezug auf wahre Sonnenzeit.

55. 2te Methode. Wenn man nämlich die Chronometer-Correction und auch den Gang des Chronometers gegen Sonnen- oder Sternzeit schon kennt, so kann man dadurch leicht berechnen, welche Zeit das Chronometer, bei dem Meridiandurchgange irgend eines Fundamentalsternes angeben müsste; richtet man darauf das Fernrohr auf die Meridian-Zenithdistanz des Sternes $= \varphi - \delta$ oder $\delta - \varphi$, wo δ die Declination des Sternes und φ die Breite des Beobachtungsortes bezeichnet, so kann man alsdann einige Minuten vor dem vorläufig berechneten Eintritte des Sternes in den Meridian, den oberen beweglichen Theil des Instrumentes, zuerst mit der Hand bewegen, bis der Stern nahe am verticalen Mittelfaden steht. Alsdann schraubt man den oberen Theil des Instrumentes, durch die Brems-Schraube ganz fest, und kann darauf durch die Wirkung der Micrometerschraube, den Stern immer bis zu dem vorausberechneten Augenblicke der Meridianpassage mit dem verticalen Mittelfaden in Berüh-

rung halten, wo man alsdann aber mit der Drehung der Micrometerschraube aufhört. Will man statt eines Sternes, die Sonne beobachten, so berechnet man sich den Durchgang des Sonnencentrums durch den Meridian im Voraus (d. h. die Chronometerzeit im wahren Mittag); zieht man alsdann von der erhaltenen Zeit, die Grösse $\mu . \frac{r \sec \delta\odot}{15}$ ab, wo r der Halbmesser der Sonne in Bogen, $\delta\odot$ die Declination des Sonnencentrums, und μ das Verhältniss einer Chronometersecunde, zu einer Secunde wahrer Zeit ist, so erhält man die Zeit des Eintrittes des westlichen Sonnenrandes in den Meridian, und legt man zum wahren Chronometer-Mittag den Werth $\mu . \frac{r \sec \delta\odot}{15}$ hinzu, so findet man dadurch den Meridiandurchgang des östlichen Sonnenrandes.

Gut ist es das Instrument zuerst nach dem westlichen Rande aufzustellen, und alsdann diese Aufstellung nach dem östlichen zu berichtigen.

Uebrigens kann man ebenso auch das Instrument in den Meridian einstellen, wenn man den Durchgang eines Sternes, oder auch beider Ränder der Sonne, durch die Verticalfäden, bei der Aufstellung des Instrumentes ausserhalb des Meridianes beobachtet, denn hierzu ist es nur nöthig, aus diesen Beobachtungen, wodurch der Stundenwinkel des Sternes bekannt ist, da die Chronometercorrection als genähert bekannt angenommen wird, und zugleich aus der Breite des Beobachtungsortes und der Declination des Sternes, das Azimuth des Sternes nach den Formeln (2), (3) oder auch nach (6), (7) §. 6. Seite 15. zu berechnen, und darauf das Instrument so in den Meridian einzustellen, wie wir es oben gezeigt haben. Um den Einfluss des Fehlers im Stundenwinkel, auf die Berechnung des Azimuths zu eliminiren, (welcher Fehler im Stundenwinkel bedeutend werden kann, wenn das Chronometer schlecht berichtigt ist), muss man einen Stern in der

Nähe des Pols des Aequators, vorzüglich aber den Polarstern (*α Ursae minoris*) selbst, beobachten; weil dessen Azimuth sich sehr langsam mit der Zeit ändert, und deswegen ein Fehler im Chronometer nur sehr geringen Einfluss bei der Einstellung des Instrumentes in den Meridian, oder in irgend eine andere bestimmte Verticalebene, durch diesen Stern, ausübt. Wenn der Beobachter beabsichtigt, während mehrerer Tage an demselben Orte zu verbleiben, so ist es sehr zweckmässig sich eine kleine Ephemeride für den Polarstern, nach den Formeln:

$$tg\ a = \frac{sin\ t}{cos\ \varphi\ tg\ \delta - cos\ t\ sin\ \varphi} \quad \text{und} \quad sin\ z = \frac{cos\ \delta\ sin\ t}{sin\ a},$$

anzufertigen, wo φ die Breite des Beobachtungsortes, δ die Declination des Sternes, a das von Norden aus gezählte Azimuth, z die wahre Zenithdistanz des Sternes, und t den Stundenwinkel des Sternes in Graden bedeutet, dann ist also $\frac{t}{15}$ der in Zeit ausgedrückte Stundenwinkel. Diese Ephemeride berechnet man sich unmittelbar für jede 30^{s} in Zeit, vom Stundenwinkel 0^{h} an, bis zu 12^{h}; alsdann kann man durch Interpolation das Azimuth a und die Zenithdistanz z für jede 10^{s} in Zeit einschalten; die Stundenwinkel von 12^{h} bis 24^{h} entsprechen ganz denselben Oertern des Sternes auf der Ostseite des Meridianes, wie die Stundenwinkel von 12^{h} rückwärts bis 0^{h} auf der Westseite. Es versteht sich von selbst, dass der Beobachter, die Ephemeride nur für diejenigen Stunden, zu berechnen braucht, während welcher er Beobachtungen zu machen beabsichtigt. Zur bequemeren Berechnung des Azimuths des Polarsterns, hat Struve eine besondere Tafel construirt, welche am Ende dieses Werkes angegeben und zugleich so eingerichtet ist, dass sie die für die jetzige Zeit geltende Lage dieses Sternes zur Grundlage hat.

Stellt man das Fernrohr auf die Zenithdistanz des Polarsternes ein, und bringt dann, durch die Drehung des ganzen

beweglichen Theiles des Instrumentes, das Fernrohr in das Azimuth dieses Sternes, so wird man ihn im Gesichtsfelde des Fernrohres erblicken; *) darauf muss man mit Hülfe der Micrometerschraube dem Fernrohre eine solche Richtung geben, dass das Bild des Sternes genau mit dem Mittelverticalfaden zusammenfällt und zwar muss dieses nahezu in der Mitte zwischen beiden Horizontalfäden geschehen. Liest man die Chronometerzeit im Moment dieser Beobachtung ab,

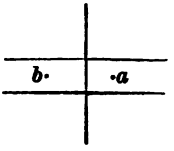
*) Um den Stern des Nachts bequem zu finden, muss man das Fernrohr, auf die gehörige Zenithdistanz einstellen, und nach dem Augenmasse, in die Verticalebene des Sternes bringen; sollte alsdann der Stern noch nicht im Gesichtsfelde erscheinen, so braucht man nur den oberen Theil des Instrumentes langsam hin und her zu bewegen, bis man den Stern in der Mitte des Gesichtsfeldes erblickt. Wenn man aber den Stern bei Tage aufsucht, so muss zuerst das Instrument mit Hülfe des Niveaus richtig aufgestellt werden §. 48. Seite 96; alsdann muss man das Fernrohr, auf einen terrestrischen Gegenstand, dessen Azimuth schon bekannt ist, richten und die Verniere am Horizontalkreise ablesen; legt man zu dieser Ablesung das Nordwestliche Azimuth des Gegenstandes hinzu, oder zieht das Nordöstliche Azimuth desselben davon ab, so erhält man den Ort des Meridianes auf dem Horizontalkreise des Instrumentes. Bewegt man nun den oberen Theil des Instrumentes, vom Orte des Meridianes ab, dem Sterne zu, um so viel als das Azimuth des Sternes beträgt, so wird das Fernrohr dadurch in die Verticalebene des Sternes gelangen, und alsdann braucht man nur das Fernrohr, durch den Verticalkreis, auf die gehörige Zenithdistanz einzustellen, um den Stern, wenn er überhaupt hell genug ist, sogleich im Gesichtsfelde des Fernrohres zu erblicken. Sterne 1ster und 2ter Grösse, die hoch über dem Horizonte stehen, wird man in unserem beschriebenen Instrumente bei Tage zu jeder Zeit stets sehen können; sowie auch beinahe immer den Polarstern, ausser in dem Falle, wenn die Zeit der Beobachtung sehr nahe an Mittag ist.

und die Verniere am Horizontalkreise ebenfalls, so kann man alsdann die, der Chronometerzeit entsprechende Sternzeit $= S$ berechnen, wodurch der Stundenwinkel des Sterns $= S - AR$ bekannt wird, (hier bezeichnet AR wie früher die gerade Aufsteigung des Sternes in Zeit); mit diesem Winkel findet man aus der vorherberechneten Ephemeride, das Azimuth des Sternes zur Zeit der Beobachtung, und dann wird es leicht sein, den Ort des Meridianes auf dem Horizontalkreise zu bestimmen, und das Fernrohr in jede beliebige Verticalebene einzustellen.

Von der Art und Weise, wie man den Durchgang eines Sternes durch die Fäden beobachten muss.

56. Ist das Fernrohr in den Meridian eingestellt, so kann man nach einiger Uebung, den Durchgang eines, dem Aequator nahen Sterns, durch jeden der Verticalfäden mit einer Genauigkeit von 0.1 Secunde in Zeit, wahrnehmen; aber diese Schätzung der Bruchtheile der Secunden, hängt sowohl vom Ohre als auch vom Auge ab. Wir wollen nun zuerst annehmen, dass man diese Durchgänge nach einer Uhr beobachtet, deren Pendelschläge ganze Secunden angeben. Ehe der Stern den Faden erreicht, sieht man nach der Uhr, und zählt die Secunden im Kopfe, mit den Schlägen der Uhr fort, indem man zugleich die Bewegung des Sternes in der Mitte zwischen den beiden Horizontalfäden des Fernrohres, verfolgt. Meistens wird man bemerken, dass bei einem gewissen Pendelschlage der Stern noch vor dem Faden sich befindet; bei dem folgenden Schlage aber, schon durch den Faden gegangen ist. Behält man im Gedächtnisse, wie der Stern genau bei diesen Schlägen vor dem Faden und jen-

seits desselben stand, so kann man die beiden Intervalle, nach Augenmaass mit einander vergleichen und dadurch auf den Secundenbruch schliessen, welchen man, zu den vor dem Antritte an den Faden gezählten Secunden, zulegen muss, um die genaue Zeit des Durchganges zu erhalten. Wir wollen zum Beispiel annehmen, dass wir 33″ zählten, als der Stern vor dem Faden in *a* (siehe folgende Figur)



war, und dass bei dem 34sten Secundenschlage der Stern jenseits des Fadens in *b* stand; nach Augenmaass geschätzt, verhält sich nun der Abstand des Fadens von *a*, zu seinem Abstande von *b* wie 2 : 3 = 4 : 6; und da die Summe beider Abstände des Sternes vom Faden in einer Secunde durchlaufen worden ist, so muss bei 33″.4 Uhrzeit der Stern durch den Faden gegangen sein.

Bei Chronometern schlägt die Unruhe, gewöhnlich Bruchtheile von Zeitsecunden, zum Beispiel 0.″33; 0″.4 oder 0″.5; in diesem Falle verfährt man beim Beobachten auf folgende Weise: wenn die Chronometerschläge sich nach jeder halben Secunde wiederholen, so lässt man regelmässig einen Schlag um den andern weg und zählt nur die vollen Secunden; dann kann man die Sterndurchgänge ebenso beobachten wie wir vorhin gezeigt haben. Entspricht aber jeder Chronometerschlag einem Theile der Secunde, der von 0″.5 verschieden ist, so zählt man mit dem Chronometer fort, und fängt alsdann, in demjenigen Augenblicke Null zu zählen an, wenn der Stern so nahe vor dem Faden ist, dass bei dem darauffolgenden 1sten Schlage, er schon durch den Faden gegangen ist; bemerkt man ausserdem die beiden Orte des Sternes vor und hinter dem Faden, oder bei dem nullten und ersten Schlage des Chronometers, und zählt die Schläge weiter

fort, bis man die Angabe auf dem Chronometer bei einer runden Secunde abliest, so muss man alsdann die gezählten Schläge und Bruchtheile des Schlages von der abgelesenen Angabe abziehen, um die Zeit des Durchganges zu bekommen. Hierbei wird der Bruch nach dem Augenmaasse geschätzt, wie eben erwähnt ist. Auf diese Weise kann man den Zeitraum zwischen zwei aufeinanderfolgenden Chronometerschlägen, in 4 Theile theilen. Wenn zum Beispiel, das Chronometer 0″.4 schlägt und wir erhalten den Durchgang des Sternes durch den Faden $= 5^h\ 10'\ 20'' - 6\frac{3}{4}$ *Schläge*, so muss der Stern genau um $5^h\ 10'\ 20'' - 2.''7 = 5^h\ 10'\ 17.''3$ Chronometerzeit durch den Faden gegangen sein.

Auf ähnliche Weise bemerkt man auch die Zeit am Chronometer bei jeder anderen astronomischen Beobachtung. Die Anzahl der Theile, welche zwischen zwei aufeinanderfolgenden Schlägen eines Chronometers enthalten sind, können wir dadurch bestimmen, dass wir die Zahl der Schläge zählen, welche in dem Zeitraume enthalten sind, wo der Secundenzeiger, zwei aufeinanderfolgende Male mit der Secundentheilung auf dem Zifferblatte genau zusammenfällt; noch sicherer ist es, die Schläge während einer ganzen Minute fortzuzählen und dadurch den Werth eines Schlages zu bestimmen. Bei einigen Chronometern ist der Secundenzeiger etwas excentrisch auf dem Kreise befestigt, an dessen Umfange die Secundentheilung durch Punkte oder Striche angebracht ist; bei solchen Chronometern, werden in Folge der Excentricität, gleiche Bewegungen des Zeigers, nicht gleichen Theilen des Umfanges entsprechen; mithin also auch ein Fehler in der Angabe des Chronometers enthalten sein, in diesem Falle, muss man sich eine kleine Tabelle, zur Correction der Chronometerangaben, entwerfen. Desshalb zählt man die Schläge von derjenigen Zeit an, wann der Zeiger 0″ bis zu den Zeiten, wo er 10″, 20″, 30″, 40″, 50″ und 60″ zeigt, oder überhaupt bis zu einer jedesmaligen vollen Zahl von

Secunden; weiss man alsdann den Bruch der Secunde, welchen das Chronometer schlägt, so kann man die gezählten Schläge in Secunden, und Theile einer Secunde, verwandeln und auf diese Weise, die entsprechenden Berichtigungen, bei den verschiedenen Angaben des Zeigers erhalten.

Die Ungenauigkeit der beobachteten Zeit des Durchganges eines Sternes durch den Verticalfaden, hängt im allgemeinen von drei Ursachen ab: 1stens Vom Gehörfehler, welcher bei demselben Beobachter, für jeden beobachteten Stern constant bleibt, und den wir durch a bezeichnen wollen; 2tens vom Zustande der Unruhe der Bilder oder vom Zittern der Sterne und 3tens vom Gesichts- oder Schätzungsfehler. Bezeichnet man nun durch b und c, in Theilen einer Zeitsecunde, die durch das Zittern der Sterne und durch die Ungenauigkeit des Augenmaasses entstandenen Fehler, so ist b für alle Fernröhre derselbe, und in der Nähe des Horizontes am grössten; der Schätzungsfehler c aber, wird desto kleiner, je mehr das Fernrohr vergrössert; sonst nimmt der Einfluss dieser beiden Fehler mit der Langsamkeit der Bewegung des Sternes oder mit der Secante der Declination desselben zu, und wird auch desto grösser, je schiefer der Declinations-Parallel des Sternes den Verticalfaden durchschneidet; er wächst also auch mit der Cosecante des Winkels, welchen der Verticalfaden mit der Bewegung des Sternes macht. Hieraus folgt, dass der Einfluss, den b und c auf die Beobachtung des Durchganges eines Sternes durch den Verticalfaden, ausüben kann, sich überhaupt durch: $\pm b.\, sec\,\delta\, sec\, q$ und $\pm \frac{n}{m}.\, c.\, sec\,\delta\, sec\, q$ ausrücken lässt; wo δ die Declination des Sternes bedeutet; q der Winkel zwischen dem Declinationskreise und dem Höhenkreise des Sternes; n die Vergrösserungskraft desjenigen Fernrohres, für welches man den numerischen Werth von c bestimmt, oder durchschnittlich angenommen hat; m die Vergrösserung eines

anderen Fernrohres, mit dem man beobachtet; und 15*b* und 15*c*, können dabei als Bögen eines grössten Kreises, auf welchem die Fäden senkrecht stehen, betrachtet werden. Die Zeichen ± bleiben unbestimmt, weil man nicht im voraus wissen kann, auf welcher Seite die Fehler liegen, alsdann aber erhält man nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung für den wahrscheinlichen Fehler *w* des Durchganges folgenden Ausdruck:

$$w = \sqrt{a^2 + \left\{ b^2 + \frac{n^2}{m^2} . c^2 \right\} sec^2 \delta \, sec^2 q}$$

Interessante hierher gehörige Bemerkungen von Bessel, kann man im Berliner Astronomischen Jahrbuche für 1823. Seite 166, nachlesen.

Ist das Fernrohr im Meridiane aufgestellt, so ist $q = o$ oder $= 180°$; mithin $sec\ q = \pm 1$, und die Genauigkeit des beobachteten Durchganges grösser, als in jedem anderen Verticale, was auch daraus erhellt, dass in diesem Falle der Stern die Verticalfäden senkrecht durchschneidet und sich am schnellsten vom Faden entfernt. Als Beispiel wollen wir $a = 0''{,}07$; $b = 0''{,}03$, und *c*, bei einer 180 maligen Vergrösserung, $= 0''{,}02$ annehmen, und die wahrscheinlichen Fehler der Durchgänge der Sterne von verschiedenen Declinationen durch die Verticalfäden zweier, im Meridiane aufgestellten Fernröhre berechnen, wovon das eine 180, das andere 30 mal vergrössert. Wir finden bei der

Declination δ	Fehler bei Vergrösserung = 180	Fehler bei Vergrösserung = 30	Verhältniss der Fehler
0° 0′	0″079	0″142	1 : 1.8
30 0	0.081	0.159	1 : 2.0
60 0	0.100	0.257	1 : 2.6
80 0	0.219	0.716	1 : 3.3
88 27	1.335	4.573	1 : 3.4

Also für Sterne von 0° bis 40° Declination gewährt die sechsmalige stärkere Vergrösserung, nur eine doppelte Sicherheit des Durchganges; bei dem Polarstern nur eine drei und einhalbfache.

Bestimmung des Abstandes der Seitenfäden vom Mittelfaden.

57. Um die Beobachtungen vervielfältigen zu können, spannt man gewöhnlich 5 oder 7 Verticalfäden im Brennpunkte des Fernrohres auf. Wenn man sich nun zwei, auf die Mitte des Objectives einfallende Strahlen denkt, die nach dem Seitenfaden und dem Mittelfaden gehen, und diese beiden Verticalfäden in der Mitte zwischen beiden Horizontalfäden durchschneiden, oder im Falle eines gebrochenen Fernrohres von der spiegelnden Fläche des Prismas reflectirt, zu den genannten Verticalfäden gelangen, so werden sie die Richtungen zweier, durch bestimmte Punkte des Seiten- und Mittelfadens gehenden Gesichtslinien darstellen. Der Winkel zwischen diesen beiden Gesichtslinien, heisst der Fadenabstand; er ist also der Winkel zwischen den Achsen der einfallenden Strahlenkegel, durch welche die mit den Seiten- und Mittelfäden zusammenfallenden Bilder erzeugt werden. Die Grösse solcher Winkel, kann man entweder mit Hülfe von Winkelmessinstrumenten nach der Gaussichen Methode bestimmen, oder auch durch astronomische Beobachtungen ermitteln.

1ste Methode nach Gauss. Aus der Theorie des astronomischen Fernrohres ist es bekannt, dass wenn ein leuchtender Punkt sich in dem Hauptbrennpunkte des Objectives befindet, alsdann auch die von jenem Brennpunkte auf die Objectivlinse einfallenden divergenten Strahlen, aus dieser Linse, parallel der Linie, welche die Mitte des Objectives

mit dem Brennpunkte verbindet, austreten werden. Wenn man also das Ocularende des Fernrohres gegen das Tageslicht wendet, und in der Nähe einen Theodoliten so aufstellt, dass das Objectiv seines Fernrohres auf das Objectiv des Durchgangsinstrumentes gerichtet ist, und die optischen Achsen beider Fernröhre nahezu zusammenfallen, so werden die Strahlen, welche von jedem, im Brennpunkte des Durchgangsrohres befindlichen Fadens, ausgehen, nach ihrem Durchgange durch die Objectivlinse untereinander parallel auslaufen, das Objectiv des Theodolitenrohres treffen, und im Brennpunkte dieses letzteren, das Bild des erwähnten Fadens erzeugen. Daher wird man im Gesichtsfelde des Theodolitenfernrohres das Fadennetz des Durchgangsinstrumentes deutlich sehen können, und folglich auch die Winkelabstände zwischen dem Mittelfaden und den Seitenfäden jenes Netzes mit Hülfe des Theodoliten auf dieselbe Weise messen können, wie man überhaupt Winkel misst.

Das gegen das Licht gewendete Ocular bringt keine andere Wirkung hervor, als dass es das Licht auf die Fäden fallen lässt, und wird also nur desshalb auf dem Fernrohre beibehalten, damit die Fäden nicht staubig werden; je schwächer seine Vergrösserung ist, desto mehr Licht gelangt zu den Fäden. Es ist vortheilhaft, wie Hr. Professor Knorre bemerkt, den Theodoliten und das Durchgangsinstrument auf denselben Tisch zu stellen, welcher nicht einmal absolut fest zu stehen braucht, wenn nur die Tischplatte solide genug ist, um keine veränderliche Biegung derselben, während der Winkelmessung, befürchten zu müssen. Da man nach der Gausschen Methode nicht den Fadenabstand selbst, sondern die Projection desselben auf den Horizont bestimmt, so ist es nöthig, um daraus den Fadenabstand zu berechnen, die Neigung des Theodolitenfernrohres gegen den Horizont zu kennen; in unserem Falle sind nun die Winkel sowohl, als ihre Projectionen sehr klein und wenn wir den Fadenabstand

durch F, seine unmittelbar gemessene Projection durch F', die Neigung der Gesichtslinie durch h, oder die Zenithdistanz, des durch das Theodolitenfernrohr gesehenen Netzes, des Passageninstrumentes durch z bezeichnen, so erhält man mit hinlänglicher Genauigkeit

$$F = F' \cos h = F' \sin z;$$

z kann man aus der Ablesung auf dem Verticalkreise des Theodoliten oder des Durchgangsinstrumentes, ableiten; dazu ist es nur nöthig den Ort des Zeniths auf diesem Kreise zu kennen.

Beispiel. Nach dieser Methode wurden die Fädenabstände bei einem kleinen Ertelschen Universalinstrumente, mit Hülfe eines andern ähnlichen Instrumentes, durch mehrere mal wiederholte Versuche, bestimmt; da nun das, zur Messung der Winkel angewandte Instrument, nicht nach der Repetitionsmethode eingerichtet war, so bestand jede einzelne Bestimmung: 1^{stens} in einer Einstellung auf den Mittelfaden; 2^{tens} in einer Einstellung auf den Seitenfaden und 3^{tens} in einer neuen Einstellung auf den Mittelfaden. Hierbei wurden jedesmal die Verniere am Horizontalkreise abgelesen und mittelst des Versicherungsfernrohres die unveränderte Lage des Winkelmessinstrumentes geprüft.

Horizontaler Abstand des Mittelfadens (des 4ten im Netze;)

vom I. Seitenfaden	16′ 43″.0
II.	12 20 .0
III.	8 2 .0
V.	8 43 .4
VI.	12 40 .0
VII.	17 1 .5

Neigung des Lichtstrahles gegen den Horizont $= 8° 21' = h$

Beispiel der Berechnung für Faden I.

$\log (16' 43''.0 = 1003'') = 3.00130$

$\log \cos 8° 21' = 9.99537$

$\log (16' 32''.36) = 2.99667$

hieraus folgen nun: die wahren Fädenintervalle in Bogen: 16′32″.4; 12′12″.1; 7′56″.9; 8′37″.8; 12′31″.9; 16′50″.7 oder 66″.16 ; 48″.81 ; 31″.80 ; 34″.52 ; 50″.13 ; 67″.38. in Zeit.

Die Ordnung der Fäden, war eine solche, dass wenn das Instrument sich im Meridiane befand und der Verticalkreis im Westen war, alsdann der Stern, in seiner oberen Culmination zuerst an den ersten, dann an den zweiten Faden u. s. w., in erwähnter Reihenfolge, tritt. Diese Methode braucht man vorzüglich in dem Falle, wenn schlechtes Wetter oder andere ungünstige Umstände es verhindern, folgende Methode anzuwenden:

2te Methode. Sie besteht darin, die Durchgangszeiten eines Sternes durch die Verticalfäden zu beobachten, und am bequemsten findet man die Fädenabstände, wenn das Fernrohr im Meridiane aufgestellt sei. Es sei nun der grösste Kreis $P\,Z\,S$ der Meridian (Fig. 22); S der Ort des Sternes, zur Zeit seines Antrittes an den verticalen Mittelfaden, welcher als in der Meridianebene liegend, angenommen wird; S' der Ort des Sternes bei seinem Antritte an einen Seitenfaden, und zwar müssen alle Antritte in denjenigen Punkten der Fäden beobachtet werden, welche in der Mitte des Raumes zwischen den beiden Horizontalfäden liegen. Der Bogen $S\,S'$, ist dann ein Theil, eines auf dem Meridiane in S senkrecht stehenden grössten Kreises der Sphäre; der Bogen $S\,S'$ drückt also den Abstand des Seitenfadens vom Mittelfaden aus, welchen wir durch 15 f bezeichnen wollen. Es sei nun P der Pol des Aequaters, so wird in dem bei S rechtwinkelichten sphärischen Dreiecke $P\,S\,S'$ die Seite $S\,S' = 15\,f$, $P\,S' = 90^0 - \delta$, wo δ die Declination des Sternes ist, und der Winkel $S\,P\,S' = 15\,l$, wo l die Sternzeit ausdrückt, welche zwischen dem Antritte des Sternes an den Mittel- und Seitenfaden verflossen ist; aus dem sphärischen Dreiecke $P\,S\,S'$, folgt aber alsdann:

$$sin\ 15\,f = sin\ 15\,l.\ cos\ \delta \ldots\ldots\ (1).$$

Der Winkel 15 f ist immer sehr klein und übersteigt selten 15′ in Bogen, folglich kann man anstatt $sin\ 15\ f$, immer $15 f\ sin\ 1''$ setzen; dagegen wächst l immer zugleich mit der Zunahme der Declination, und kann bei Sternen, die nur anderthalb Grad vom Pole entfernt sind, sogar 38′.2 in Zeit oder 9° 33′ in Bogen betragen. Jedoch wird es immer ausreichen, wenn man annimmt, dass:

$$sin\ 15\ l = 15\ l\ sin\ 1'' - \tfrac{1}{6}(15\ l\ sin\ 1'')^3 + \ldots.$$
$$= 15\ l\ sin\ 1'' - 15\ sin\ 1''.37.5\ sin^2 1''\ l^3$$

folglich überhaupt:

$$f = l\ cos\ \delta - 37.5\ sin^2 1''.\ l^3\ cos\ \delta. \ldots (2).$$

Bei Sternen, deren Declination kleiner als 80° ist, kann man das letzte Glied auf der rechten Seite der Gleichung immer vernachlässigen. Wenn wir dieselben Bezeichnungen, wie am Ende des §. 56. Seite 128 beibehalten, so kann man den wahrscheinlichen Fehler einer Bestimmung des Abstandes zweier Fäden durch Meridianbeobachtungen, folgendermaassen ausdrücken:

$$\sqrt{2}.\sqrt{a^2 cos^2\delta + b^2 + \frac{n^2}{m^2}.c^2}$$

Der Werth von l wird unmittelbar aus astronomischen Beobachtungen abgeleitet, indem man die Zeitintervalle zwischen dem Antritte des Sternes an den Mittelfaden und an die Seitenfäden mittelst des Chronometers beobachtet und in Sternzeit ausdrückt; desshalb muss auch der Gang des Chronometers gegen Sternzeit bekannt sein. Die Gleichung (2) zeigt uns, dass ein gewisser Fehler in l um so weniger Einfluss auf die Bestimmung von f ausübt, als die Declination δ grösser wird, und obgleich wir wissen, dass mit der Annäherung der Sterne an den Pol, die Beobachtungsfehler des Durchganges zunehmen, so folgt doch, wie Hr. Prof. Knorre bemerkt, aus dem Ausdrucke des wahrscheinlichen Fehlers einer Bestimmung des Fadenstandes f, dass selbst bei Fernröhren welche nur 30 bis 50 mal vergrössern, ein

einziger Durchgang des Polarsternes den Abstand f merklich genauer giebt, als der Durchgang eines Aequatoralsternes, vorausgesetzt, dass das Instrument völlig fest steht. Wenn das Instrument aber keine sehr feste Aufstellung hat, so wird man gezwungen, Sterne zu vermeiden, die sehr nahe am Pole liegen, wegen der zu langen Dauer der Beobachtungen, und der, in dieser Zwischenzeit möglichen, bedeutenden Aenderung in der Lage des Instrumentes. Sterne von 70° bis 80° Declination sind sehr bequem zur Bestimmung der Fädenabstände.

58. Gewöhnlich bezeichnet man die Fäden mit 1sten, 2ten u. s. w., in der Ordnung wie sie von einem Sterne bei der oberen Culmination angetreten werden, wenn dieser sich scheinbar von Osten nach Westen bewegt; bei der unteren Culmination gehen die Sterne in umgekehrter Ordnung durch die Fäden, indem ihre scheinbare tägliche Bewegung alsdann von Westen nach Osten ist, und treten zuerst an den letzten Faden und darauf an alle übrigen. Bei der Bezeichnung der Ordnung der Fäden, muss man zugleich die Lage eines der beiden Enden der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohres mit angeben; zum Beispiel kann man hierzu das Ende der Achse wählen, an welchem der Höhenkreis befestigt ist, und die Ordnung der Fäden so angeben, dass dabei dieser Kreis sich im Westen umdrehte; bei jeder Beobachtung muss man alsdann immer die Lage angeben, in welcher sich der Kreis befand.

59. Folgendes Beispiel wird als Erläuterung zur Berechnung der Fäden-Intervalle dienen können.

Vom 26sten Mai bis zum 13ten Juni des Jahres 1843, wurden mehrere Male, nach dem Chronometer Haut No. 19. die Durchgänge des Sternes ξ *Ursae minoris* durch die Verticalfäden, eines im Meridiane aufgestellten Instrumentes be-

obachtet. Aus vielen Beobachtungen fand man, dass bei der oberen Culmination und als der Höhenkreis des Instrumentes im Westen war, die Unterschiede der Zeiten zwischen den Antritten des Sternes an die Fäden:

III und I, III und II, IV und III; V und III, waren
169″.14. . . 92″.13 . . . 79″.40 . . . 164″.03 Chron.-Zeit.

Das Chronometer Haut No. 19, verspätete sich täglich um 2″.50 gegen Sternzeit, und folglich hat man für die oben angegebenen Differenzen in Sternzeit:

$$l = 169''.144 \ldots 92''.133 \ldots 79''.402 \ldots 164''.034$$

Zur Zeit der Mitte der einzelnen Beobachtungen, oder am 4ten Juli 1843, war die Declination von ξ *Ursae minoris* = 78° 16′ 25″; multplicirt man daher die vier letzhin angegebenen Zahlen mit *cos* 78° 16′ 25″ so erhält man, mit Hülfe einer logarithmischen Rechnung, folgende, in Zeit-Secunden, ausgedrückte Fäden-Intervalle, bei Verticalkreis im Westen:

$f' = 34''.381$; $f'' = 18''.725$; $f^{IV} = 16''.138$; $f^{V} = 33''.338$.

Wenn die Umdrehungs-Achse, umgelegt worden wäre, so würde die Reihenfolge der Fäden eine umgekehrte werden; das heisst der Iste Faden, würde alsdann dem mittleren IIIten, um 33″.338 in Zeit vorausgehen, der IIte darauf folgende, dem Werthe 16″.138 entsprechen u. s. w.

Bei solchen Sternen die sehr nahe am Pole sind, muss man die Declination recht genau haben; z. B. beim Polarsterne, welche ungefähr 1° 30′ vom Pole absteht, muss man die Declination bis auf eine halbe Bogensecunde genau wissen; wenn aber die Declination des beobachteten Sternes kleiner als 45° ist, so macht ein Fehler von 1′ in Bogen in der Declination, beinahe nichts aus.

Bestimmung des Collimationsfehlers.

60. Wir haben schon in §. 51. Seite 107. gezeigt, auf welche Weise man die optische Achse des Fernrohres berichtigen kann; aber dessenungeachtet, wird noch immer ein kleiner Fehler übrig bleiben, welcher darin besteht, dass die Hauptgesichtslinie, welche vom Objective aus nach dem Verticalen-Mittelfaden geht, etwas gegen die Senkrechte auf der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohres, geneigt sein wird; diese Neigung wird gewöhnlich der Collimationsfehler genannt. Man kann ihn auf mehrerlei Weisen, ähnlich denjenigen bestimmen, mittelst derer man die Fäden-Intervalle bestimmte.

1ste Methode. Man stellt das Durchgangsinstrument und den Theodoliten auf feste Unterlagen, am besten auf denselben Tisch, und stellt beide Instrumente in horizontale Lage mit Hülfe des Niveaus auf (§. 48. Seite 96.), indem man dabei ihre Objective gerade gegen einander wie in §. 57. Seite 131. kehrt. Darauf befestigt man die Druckschraube auf dem Horizontalkreise bei beiden Instrumenten, und richtet, mittelst der Micrometerschraube am Horizontalkreise des Theodoliten, den Mittelverticalfaden dieses Instrumentes genau auf den Mittelfaden im Fernrohre des Durchgangsinstrumentes, indem man nachher die Angaben der Verniere am Horizontalkreise des Theodoliten abliest. Darauf legt man behutsam die horizontale Umdrehungs-Achse des Fernrohres des Durchgangsintrumentes auf ihren Zapfen um und bemerkt man nun, wenn man wieder durch das Fernrohr des Theodoliten sieht, dass der Mittelfaden in diesem Fernrohre, nicht mit dem Mittelfaden im Fernrohre des Durchgangsinstrumentes zusammenfällt, so kann man daraus schliessen, dass der Lichtstrahl, welcher nach dem Mittelfaden des Durchgangsinstrumentes geht, nicht auf der horizontalen Umdrehungs-Achse seines Fernrohrs senkrecht

steht; bringt man daher durch Hülfe der Micrometerschraube am Horizontalkreise des Theodoliten, die Mittelfäden beider Instrumente zur Deckung; so kann man alsdann wieder von neuem die Angabe der Verniere am Horizontalkreise des Theodoliten ablesen, und erhält alsdann offenbar, indem man diese ebengemachte Ablesung von der früheren Ablesung abzieht, den doppelten Collimationsfehler des Lichtstrahles im Durchgangsinstrumente, oder den doppelten Winkel, welchen eine auf der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohrs senkrechte Linie, mit dem Lichtstrahle bildet, der vom Objective nach dem Mittelfaden geht. Wenn die beiden Fernröhre etwas stark gegen den Horizont geneigt sind, so wird der Collminationsfehler gleich dem Producte des halben Unterschiedes der Ablesungen, mit dem Cosinus des Neigungs-Winkels des Fernrohrs gegen den Horizont sein. Diese Methode rührt von Bessel her.

II. Bohnenbergers Methode. Man richtet den Mittelvertical-Faden eines Theodoliten auf einen recht deutlichen terrestrischen Gegenstand, und stellt darauf das Durchgangsinstrument zwischen diesem Gegenstande und dem Theodoliten so, wie in der 1sten Methode auf, alsdann wird man durch eine Drehung am Horizontalkreise des letzteren Instrumentes, seinen verticalen Mittelfaden mit dem verticalen Mittelfaden des Theodoliten genau zur Deckung bringen können; wenn man sich ferner überzeugt, dass der Theodolit seine Lage nicht geändert hat, so kann man die mit der Micrometerschraube verbundene Klemme am Durchgangsinstrumente fest anziehen, und sein Fernrohr so um die horizontale Umdrehungs-Achse um 180° herumbewegen, dass es auf den Gegenstand gerichtet ist. Findet man nun, dass der mittlere Verticalfaden am Durchgangsinstrumente, mit dem Gegenstande zusammenfällt, so ist dieses ein Beweis, dass der Lichtstrahl, welcher auf den Mittelfaden fällt, wirklich auf der horizontalen Umdrehungs-Achse senkrecht steht, sollte

dieses aber nicht stattfinden, und daher der mittlere Verticalfaden sich in einer gewissen Entfernung vom Bilde des Gegenstandes befinden, so misst man diese Entfernung und nimmt ihre Hälfte, wodurch denn, der gesuchte Collimationsfehler erhalten wird.

Diese Methode ist immer zu empfehlen, wenn beide Instrumente sich sehr fest aufstellen lassen. Man kann aber auch besonders bei dem Gebrauche kleiner Instrumente, den Collimationsfehler aus astronomischen Beobachtungen auf folgende Weise bestimmen.

61. III^te Methode. Man stellt nämlich das Instrument so auf, wie wir es §. 48. Seite 96 angegeben haben, und führt es darauf in den Meridian (§. 54. Seite 120), indem man zugleich die Druckschrauben *h*, *h* am Horizontalkreise (Fig. 1. Tafel III.) fest anzieht. Die Sterne, deren Declinationen nicht kleiner wie 70° sind, bewegen sich so langsam, dass nachdem man den Durchgang eines solchen Sternes durch die zwei ersten Verticalfäden beobachtet hat, man noch recht gut die horizontale Achse des Instrumentes umlegen kann, ehe noch der Stern den 3ten oder 4ten Faden erreicht. Wenn alsdann der Verticalkreis des Instrumentes zuerst, zum Beispiel nach Osten gewendet war, so wird er nach der Umlegung der horizontalen Achse, nach Westen gewendet sein müssen, und desshalb werden die Fäden, welche vorher die ersten waren, sich nunmehr auf der anderen Seite des Meridianes befinden, und die letzten Fäden bilden; durch diese Fäden beobachtet man daher wiederum, sogleich nach der Umlegung den Durchgang des Sternes, und wenn der Stern sich recht langsam bewegt, so kann man ebenfalls die Zeit des Antrittes des Sternes an den Mittelfaden bei dieser neuen Lage der Achse beobachten.

Da man nun schon die Abstände der Seiten-Verticalfäden vom Mittelfaden kennt, so kann man alle beobachteten An-

tritte auf dem Mittelfaden reduciren; *) es sei nun τ die arithmetische Mittelzahl, der nach Chronometer Zeit beobachteten, und auf dem Mittelfaden reducirten Antritte eines Sternes an den Seitenfäden, bei der I^sten Lage des Instrumentes, oder als der Verticalkreis nach Osten gewendet war; ebenfalls bezeichne τ' dasselbe für die II^te Lage des Instrumentes, oder wenn der Verticalkreis nach Westen gedreht war; wir wollen dabei annehmen, dass τ' grösser wie τ sei, und durch δ, die Declination des Sternes bezeichnen, durch $15\,c$ aber wollen wir den östlichen Abstand des Mittel-Verticalfadens von einem grössten Kreise der Himmelskugel bezeichnen, der senkrecht auf der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohres steht; nehmen wir nun endlich an, dass der erwähnte Kreis, der Meridian selbst, und der Stern in der oberen Culmination war, so kann man ebenso wie in §. 57, Seite 134 schliessen, und erhält alsdann:

$$\tau' - \tau = 2\,\mu.\,c.\,sec.\,\delta, \text{ oder } c = \frac{1}{\mu}.\frac{(\tau' - \tau)}{2}\cos\delta, \text{ wo } \mu = \frac{24^h + s}{24}$$

ist, und s = Voreilung des Chronometers gegen Sternzeit in 24 Stunden bezeichnet.

Hierbei haben wir vorausgesetzt, dass während der Zeit der Umlegung, das Instrument keine Veränderung erlitten hatte, und dass die Zapfen der horizontalen Umdrehungs-Achse gerade Kreis-Cylinder von gleichem Durchmesser waren. Eine Ungleichheit der Zapfen, bringt eine eben solche Wirkung hervor, wie wenn die Neigung der Umdrehungs-Achse gegen den Horizont, sich geändert hätte. Um überhaupt den Einfluss der Neigung ($= 15\,i$) der horizon-

*) Aus Gleichung (2) (§. 57. Seite 134.) findet man, dass wenn der Unterschied zwischen der Sternzeit des Durchganges an den Seiten- und Mittel-Verticalfaden im Meridiane $= l$ ist, alsdann auch $l = f\,sec\,\delta + 37.5\,f^3\,sec^3\,\delta\,sin^2\,1''$.

talen Achse des Fernrohres auf die Zeit des Durchgangs eines Sternes durch den verticalen Mittelfaden zu bestimmen, sei $Z\ S\ H$ der Vertical-Kreis (Fig. 24. Taf. I.), H der Punkt des Vertical-Kreises, der vom Horizonte durchschnitten wird, Z des Zenith, P der Pol des Aequators. Wir wollen nun annehmen, dass der Lichtstrahl, welcher nach dem Mittel-Vertikalfaden geht, wenn die Umdrehungs-Achse des Fernrohres horizontal wäre, die Ebene $Z\ S\ H$ beschreiben würde; aber wegen der Neigung dieser Achse $= 15\ t$ wollen wir annehmen, dass der eben erwähnte Lichtstrahl die Ebene $H\ Q$ beschreibt, die vom Zenithe um den Bogen $Z\ Q = 15\ t$ absteht, welcher Bogen $Z\ Q$ auf $H\ Q$ senkrecht steht; der Stern tritt an den Kreis $H\ Q$ in S' und geht durch den Vertikel $Z\ H$ in S, und der Winkel $S\ P\ S' = 15\ k$, bestimmt den Einfluss k, der durch die Wirkung der Neigung der Umdrehungs-Achse auf die Zeit des Durchganges durch die Fäden, hervorgebracht wird. Es sei die Zenithdistanz $Z\ S = z$, $Z\ S' = z'$; so kann man im Laufe der sehr kleinen Zeit k, die Aenderung der Zenithdistanz, oder $z' - z$, durch Differenziation der Formel (1), §. 6. Seite 15, in Bezug auf z und den Stundenwinkel t, bestimmen; setzt man $\partial\ z = z' - z$ und $\partial\ t = 15\ k$, so wird:

$$\tfrac{1}{15}\ (z' - z) = \frac{\cos\varphi \cos\delta \sin t}{\sin z}.\ k = \cos\delta \sin q.\ k \ldots\ldots\ (A)$$

wo q der parallactische Winkel ist. Im sphärischen Dreiecke $H\ Q\ Z$ ist der Winkel $H = 15\ t$, und wegen der Kleinheit von t, kann man ohne grossen Fehler annehmen, dass $H\ S' = 90^0 - z$; folglich findet man aus der Vergleichung der Dreiecke $S\ S'\ P$ und $H\ S\ S'$, unter der Bemerkung, dass $P\ S = P\ S' = 90^0 - \delta$ ist:

$$\sin^2\delta + \cos^2\delta \cos 15\ k = \sin z \sin z' + \cos z \cos z' \cos 15\ t;$$

Da aber $\cos 15k = 1 - 2\sin^2(\frac{15}{2}k)$; $\cos 15t' = 1 - 2\sin^2(\frac{15}{2}t)$ und man ferner statt der Sinusse sehr kleiner Winkel, die Winkel selbst mit $\sin 1''$ multiplicirt setzen kann, so folgt:

$k^2 \cos^2\delta = \left(\frac{z'-z}{15}\right)^2 + t^2 \cos z \cos z'$, oder vermöge der Gleichung (A):

$$k^2 \cos^2\delta \cos^2 q = t^2 \cos z \cos z',$$

$$k = \pm \frac{t \cos z}{\cos\delta \cos q} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (x),$$

Für die obere Culmination, eines dem Pole des Aequators nahen Sternes S erhält man, (Fig. 1. Tafel I.) $z = ZS = ZP - PS = 90^0 - \varphi - (90^0 - \delta) = \delta - \varphi$, bei der unteren Culmination wird der Stern in S' sein, und $ZS' = ZS + SS' = ZS + 2PS = 180 - \varphi - \delta = z$, wo φ die Breite des Orts ist; im ersten Falle wird $q = 180^0$, im zweiten $q = 0^0$. Zählt man t alsdann positiv, wenn das westliche Ende der Umdrehungs-Achse höher als das östliche liegt, oder auch, wenn der Kreis den der Mittel-Verticalfaden beschreibt, östlich vom Zenith abgeneigt ist; so muss in diesem Falle auch k positiv gezählt werden, oder mit anderen Worten zum Durchgang durch den Mittelfaden bei der oberen Culmination zugelegt werden, und bei der unteren Culmination von diesem Durchgang durch den Mittelfaden abgezogen werden, um dadurch die Beobachtungen so zu reduciren, als wenn die Umdrehungs-Achse des Fernrohres wirklich vollkommen horizontal gewesen wäre.

Behält man nun dieselbe Bezeichnung, wie in (§. 50. Seite 103.) und auch dieselbe Figur (Fig. 21. Tafel I.) bei, so folgt, dass die Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohres sich nach der Umlegung um den Winkel CMB ändert, welcher in Bogensecunden ausgedrückt, sehr nahe

$= \frac{CB}{MB \sin 1''} = \frac{R-r}{L \sin 1'' \sin g}$ ist, bestimmt man daher folglich zuerst den Collimationsfehler nach der Formel $c = \frac{1}{\mu}.\left(\frac{\tau'-\tau}{2}\right) \cos \delta$, so muss man anstatt t in dem Ausdrucke (x), den Winkel $\frac{1}{15}.\frac{CMB}{2}$ einsetzen, und alsdann wird der im Meridiane gefundene Werth von c, durch die Correction:

$$\Delta c = \frac{(R-r).\cos z}{15 \times 2L.\sin 1'' \sin g}$$

verbessert werden müssen; hier ist $2L$ die liniäre Entfernung zwischen den Mitten der Pfannenlager, auf welchen die Zapfen der Achse ruhen, und $2g$ der Winkel, den die winkelhakenförmigen Ausschnitte der Pfannenlager bilden.

Der wahre Collimationsfehler, wird $= c \pm \Delta c$, wo das obere Zeichen $(+)$ alsdann gebraucht wird, wenn der Lichtstrahl, welcher vom Objective aus, nach den Mittel-Verticalfaden geht, gegen das Perpendikel auf der optischen Achse des Fernrohres, an derjenigen Seite geneigt ist, welche dem Zapfen mit dem kleineren Durchmesser näher liegt; im entgegengesetzten Falle braucht man das untere Zeichen $(-)$.

Beispiel. Im Jahre 1843 am 22sten August, wurde der Collimationsfehler des schon oben von uns beschriebenen Instrumentes bestimmt, das bei den Beobachtungen gebrauchte Chronometer, verspätete sich täglich um $0''.68$ in Zeit gegen Sternzeit, und deswegen kann man hier einen kleinen Zeitraum nach dem Chronometer als identisch mit dem entsprechenden Sternzeit Intervall annehmen, so dass also hier $\mu = 1$ wird. Die in Zeit ausgedrückten Abstände der Seitenfäden vom Mittelfaden, waren $f' = 34''.381$, $f'' = 18''.725$, $f^{IV} = 16''.138$, $f^{V.} = 33''.338$, deren Reihenfolge eine solche ist, dass sie der Richtung der täglichen scheinbaren Bewegung des Sternes bei der oberen Culmination entsprechen, wenn bei der Aufstellung des Instrumentes im Meridiane, der Höhen-

kreis sich im Westen befand. Man beobachtete nun folgende Antritte des Polarsternes an die Fäden bei seiner oberen Culmination:

Verticalkreis im Osten.		*Verticalkreis im Westen.*	
	auf den Mittelfaden reducirt.		auf den Mittelfaden reducirt.
1 . . $0^h\ 41'\ 19''.2$	$1^h\ 2'\ 12''.2$	3 . . $1^h\ 2'\ 45''.0$	$1^h\ 2'\ 45''.0$
2 . . 0 52 4 .0	1 2 10 .2	4 . . 1 12 49 .0	1 2 42 .8
		5 . . 1 23 33 .0	1 2 39 .8
Mittelzahl . . $\tau = 1^h\ 2'\ 11''.20$		Mittelzahl . . $\tau' = 1^h\ 2'\ 42''.53$	

Declination des Polarsternes (α *Ursae minoris*) $= 88^\circ\ 28'\ 25''.5 = \delta$; folglich:

$$\left(\frac{\tau' - \tau}{2}\right) cos\ \delta = \frac{31''.33}{2} cos\ 88^\circ\ 28'\ 25''.5 = 0''.417 \text{ in Zeit.}$$

Der Lichtstrahl, welcher vom Objective aus, nach dem Mittel-Verticalfaden ging, war gegen die Senkrechte auf die Umdrehungs-Achse des Objectives, an derjenigen Seite des Objectives geneigt, auf welcher sich der Zapfen befand, an welchem der Höhenkreis befestigt ist; dieser Zapfen war dicker als der entgegengesetzte, und folglich muss man von dem gefundenen Werthe von c, den Werth $\triangle\ c$ abziehen.

In §. 50. Seite 105 haben wir $(R - r) = 0.00007$ englische Zoll gefunden; $2\ L = 10.85$ englische Zoll; $g = 45^\circ\ 30'$; Zenithdistanz $z = \delta - \varphi = 28^\circ\ 29'$, da nämlich die Breite φ des Beobachtungsortes sehr nahe $= 59^\circ\ 59'.5$ war; folglich hat man:

$$15.\ \triangle\ c = \frac{0.00007\ .\ cos\ 28^\circ 29'}{10.85\ stn\ 1''.\ stn\ 45^\circ 30'};\ \text{oder}\ \triangle\ c = 0''.110$$

und endlich der wahre Collimationsfehler $= 0''.307$ in Zeit.

In unserem jetzigen Falle, ging der Stern bei der oberen Culmination, wenn der Höhenkreis im Westen war, später durch den Mittel-Verticalfaden, als durch den grössten Kreis, welcher von einer Linie beschrieben wird, die senkrecht auf der Umdrehungs-Achse des Instrumentes steht, und welcher gewöhnlich der grösste Kreis des Instrumentes genannt wird. Mithin muss man hier, um die beobachtete Zeit des Durchganges durch den Mittelfaden auf die Zeit des Durchganges durch den grössten Kreis des Instrumentes zu reduciren, im 1sten Falle, als der Verticalkreis sich im Osten befand, den Werth $0''.307 \sec \delta$ zulegen, oder diesen Werth abziehen, wenn der Kreis sich im Westen befand. Bei der unteren Culmination, macht man die Reductionen auf umgekehrte Weise.

ASTRONOMISCHER THEODOLIT von ERTEL.

62. Nach Reichenbach werden alle diejenigen Instrumente Theodoliten genannt, bei welchen der getheilte Kreis, sowohl die horizontale als auch verticale, aber keine der Zwischenlagen annehmen kann, und demzufolge sieht man in Fig. 1, *a*, Taf. IV. einen Theodoliten in ein Drittel seiner natürlichen Grösse dargestellt, welcher in solcher Lage aufgestellt ist, wie er zum Messen horizontaler Winkel dient; in der Abbildung sieht man ihn in seiner orthographischen Projection auf der Vertical-Ebene, welche durch die horizontale Umdrehungs-Achse des Instrumentes geht, dargestellt.

Die Haupttheile des Instrumentes bestehen:

1stens In zwei Horizontal-Kreisen, von welchen der eine der Limbus-Kreis *T* ist, welcher 8 Zoll in Durchmesser hat, und von 10 zu 10 Bogen-Minuten eingetheilt ist; der Kreis *U* ist der Vernierkreis, welcher mit 4 Vernieren versehen ist, die 90° von einander abstehen, und alle so eingerichtet sind, dass man an ihnen unmittelbar bis auf 10 Bogensecunden ablesen kann.

2tens In einem gebrochenen Fernrohre *L*, dessen horizontale Achse *K K* an ihrem einen Ende das Ocularrohr, an ihrem anderen Ende den Höhenkreis trägt, und überhaupt ganz so eingerichtet ist, wie bei dem vorher beschriebenen Durchgangsinstrumente (§. 38. Seite 74.)

3tens In einem Versicherungs-Fernrohre *H* (dem Spion), welches dazu dient, um bei Horizontal-

Winkel-Messungen jede Verrückung des Kreises *T*, der bei der Beobachtung unbeweglich sein muss, bemerkbar zu machen, und

4tens In einem Niveau (Fig. *k b*. Taf. IV.), welches auf die Zapfen der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohres aufgesetzt wird, um ihre Neigung zu bestimmen.

Der Untertheil des Instrumentes wird durch einen starken Dreifuss gebildet, welcher auf drei Stellschrauben ruht, die in die konischen Vertiefungen der drei Messingplatten eingehen. Auf diesem Dreifusse ist eine hohle Säule *G G*, (Fig. 1. *a* Taf. IV.) in der Form eines abgestumpften Kegels aufgeschraubt, und in dem oberen Ende der Säule befindet sich eine konische Büchse zur Aufnahme des, ebenfalls konischen Theiles der stählernen Verticalachse *D D*. Unten wird diese Achse cylindrisch; und geht dann durch eine zweite Büchse von ähnlicher Gestalt, die sich im Centrum des Dreifusses befindet, und gegen das Schlottern der Achse, mit einer Druckfeder *d* versehen ist. Unterhalb des Dreifusses läuft die Verticalachse *D D*, wieder etwas konisch zu, und auf dieser Stelle ist auf ihr ein kleiner Horizontalkreis *h h* aufgesteckt, welcher nur durch starke Reibung festgehalten wird. Letzterer hat eine grobe Theilung von ½ zu ½ Grad und dient nur dazu, das Instrument in jedem beliebigen Azimuthe bequem aufstellen zu können. Die Hemmung dieses Kreises *h h* durch Klemme und Micrometerschraube, geht von einem Arme aus, der an den Dreifuss angeschraubt ist; ein anderer Arm trägt die Lupe und den Vernier, der die einzelnen Minuten giebt. Die Verticalachse *D D* endigt sich nach unten, mit einer schwach gewölbten Fläche, und ruht auf einer dreiarmigen stählernen Feder *F F*, welche durch Schrauben mit dem Dreifusse verbunden ist, und vermöge ihre Durchbiegung die ganze Last des beweglichen Theiles des Instrumentes unterstützt, so dass die Reibung der Verticalachse in

der obersten konischen Büchse der Säule, bedeutend vermindert wird. Durch tieferes Einschrauben, kann die Tragkraft der Feder *F F*, nach Bedürfniss vermehrt werden.

Auf dem, über der Säule *G G* hervorragenden Ende der Verticalachse *D D*, ist eine Platte δ δ unveränderlich befestigt, die mit dem Parallellipipedon *X X*, vermittelst der Schrauben β β zusammenhält. Auf der unteren Fläche des Parallellipipidons *X X*, befindet sich ein etwas abgestumpfter Kegel, welcher in die konisch ausgearbeitete Vertiefung der Verticalachse *D D* genau hineinpasst; auf der oberen Fläche des Parallelipipedidons aber, ist ein Cylinder *C C* aufgeschraubt, um welchen sich eine ringförmige Hülse γ γ (Fig. 1. *d*) mit dem Versicherungsfernrohre *H H*, und seinem Gegenwichte *w* leicht bewegen lässt, sobald die, an die Hülse anliegende Druckschraube λ gelöst wird.

Der Cylinder *C C* (Fig. 1, *a*), und das Parallellipipedon *X X*, mit seinem konischen Ansatze, sind durchbohrt und dienen zur Aufnahme der Verticalachse ω ω des Limbuskreises *T T*. Diese Achse, auf welcher die Ebene des Kreises *T T* abgedreht wurde, ist von Glockenmetall, inwendig hohl und an zwei Stellen, äusserlich und innerlich konisch. Mit den beiden äusseren konischen Stellen passt sie genau in zwei Büchsen, wovon die eine sich oberhalb in dem Cylinder *C C*, die andere sich unten in dem konischen Ansatze des Parallellipipedons befindet. Ein stählerner Zapfen *O O*, der an dem Vernierkreise *U U* befestigt ist, passt genau in die hohle Achse des Limbuskreises, so dass der Zapfen *O O* dieselbe nur an den beiden inneren konischen Stellen berührt und eine besondere Verticalachse bildet, um welche der Vernierkreis, unabhängig vom Limbus, sich bewegen lässt. Um die Schwankungen der beiden Achsen gegen einander zu vermeiden und die Oberflächen der Kreise *T T* und *U U* beinahe in einer Ebene zu halten, wird eine Schraubenmutter am Ende der äussersten Achse ω ω aufgeschraubt, die in

sich eine Kreisfeder enthält, welche auf das untere Ende der inneren Achse *O O* aufgesetzt ist und sich gegen den Boden der Schraubenmutter stemmt.

Der hervorstehende Doppelrand des Limbuskreises hat 2 Falze, deren einer die Hemmungsklemme *q* (Fig. 3 Taf. IV.) zwischen Limbuskreis *T* und Vernierkreis *U* aufnimmt, der andere die Klemme *m* (Fig. 1. *a* Taf. IV.). Vermittelst des Armes *α α* wird der Limbuskreis *T* durch diese Klemme *m* mit der Platte *α' α'* und auch mit dem Parallellipipedon *X X* verbunden, indem letzteres mit der Platte *α' α'* durch zwei starke Schrauben *N, N* zusammenhält.

Oben auf dem äusseren Rande der Säule *G G*, bewegt sich auf einem Ansatze der Ring *δ' δ'* mit einem Arme *P'* (Fig. 1. *a* Taf. IV.) und einer Druckschraube, welche in der Richtung des Radius des Ringes wirkt, um den Ring unveränderlich gegen die Säule feststellen zu können. Das Nähere darüber erklärt Fig. 1. *c*; an dem Arme *A' P'* siehe *P'* in Fig. 1, *a*, des Ringes *δ' δ'*, befindet sich eine Micrometerschraube *r* und in einer horizontalen Ebene ist auch am Parallelipipedon *X X* ein Arm *B'* angebracht, welcher vermöge einer an *δ δ* befestigten Feder *f f* den Arm *B'* gegen die Micrometerschraube *r* beständig andrückt. Wenn die Druckschraube *R* gelöst wird, so kann man den Ring *δ' δ'* zusammen mit dem Parallellipipedon *X X* und den ganzen oberen Theil des Instrumentes frei mit der Hand um die Vertical-Achse drehen; nach der Schliessung der Druckschraube *R* aber, ist der Limbuskreis gegen die Säule *G G* gehemmt, und eine feine gemeinschaftliche Bewegung der beiden Limbus- und Vernierkreise lässt sich nur durch die Wirkung der Micrometerschraube *r* hervorbringen.

Von einer, an den Vernierkreis durch Schrauben *a a* befestigten Platte, erheben sich vom Centrum ausgehend, die Stützen *M, M'* des Obertheiles des Instrumentes. Letzteres besteht aus einem gebrochenen Fernrohre *L*, welches ebenso wie

bei dem vorher §. 38. Seite 74. beschriebenen Passageninstrumente construirt, und um die Horizontalachse *K K* drehbar ist. Auf der, dem Oculare $\sigma\tau\sigma$ entgegengesetzten Seite der Horizontal-Achse, sitzt der Höhenkreis *P P*. Die stählernen cylindrischen Zapfen dieser Achse ruhen hier auf zwei, mit den Stützen *M*, *M'* verbundenen Lagern *S* und *S'*, von denen das eine *S* fest aufsitzt, das andere *S'* Correctionsschrauben *s''*, *s''* in verticalem Sinne hat, damit die Horizontal-Achse *K K* rechtwinkelicht gegen die Vertical-Achse gestellt werden kann.

Zur Nivellirung der Achse *K K*, oder zur Aufstellung der Kreise in horizontaler Lage, wird eine Steh-Libelle, oder das Niveau Fig. 1. *b.* gebraucht, wie bei dem Passageninstrumente. Das Fadennetz besteht aus 3 oder 5 verticalen Fäden wie am Passageninstrumente, und zwei nahen, 20″ oder 30″ von einander entfernten Horizontalfäden. Herr v. Struve schlägt vor, statt eines einfachen, verticalen Mittelfadens, zweie aufzuspannen, in gegenseitiger Entfernung von ebenfalls 20 oder 30 Secunden, in deren Mitte das Bild des zu beobachtenden Objectes gestellt wird, wenn horizontale Winkel gemessen werden sollen.

Das gebrochene Fernrohr *L* wird mit Hülfe der Schrauben am Prisma und der Schrauben $\sigma\ \sigma$ (Fig. 1, *a*) am Ocularröhrchen ebenso, wie bei dem Passageninstrumente (§. 51—§. 52. Seite 105—110.) berichtigt.

Das Versicherungs-Fernrohr hat nur ein einfaches Kreuz von Spinnfäden im Focus. Nachts wird das Gesichtsfeld des Fernrohres, wie am Passageninstrumente, erleuchtet.

Der Loupenträger besteht aus einem gebogenen stählernen Arme *W W* (Fig. 1. *a*. Taf. IV.) und dreht sich leicht oberhalb des Vernierkreises; die Verniere werden durch zwei Loupen *W W* abgelesen.

Aufstellung der Kreise des astronomischen Theodoliten in die verticale Lage, zur Messung von Zenithdistanzen.

63. Die Abbildung in Fig. 2. *a*. Taf. IV. stellt den astronomischen Theodoliten, bei verticaler Aufstellung, in seiner halben Grösse vor.

Soll das Instrument zu verticalen Winkelmessungen gebraucht werden, so hat man erstens die Horizontal-Achse KK (Fig. 1. *a*) mit dem gebrochenen Fernrohre L, abzuheben; den Träger $S\,M\,M'\,S'$ abzuschrauben und statt dessen, ein zu Vertical-Winkelmessungen bestimmtes Fernrohr L' in seinen beiden halbcylindrischen Lagern E, E (Fig. 2. *a*) am Vernierkreise U zu befestigen; was leicht durch Anschrauben der beiden, das Fernrohr umschliessenden Halbringe ausgeführt werden kann. Zweitens werden die Schrauben N, N, (Fig. 1, a) wie auch die Klemme m heruntergeschroben und der Arm $\alpha\,\alpha$ (Fig. 1. a), welcher den Limbuskreis $T\,T$ in seiner horizontalen Lage mit dem Parallelipipedon $X\,X$ verband, abgenommen. Alsdann muss man diesen Arm $\alpha\,\alpha$, mit der Platte $\alpha'\,\alpha'$, in einer zu seiner früheren Lage senkrechten Richtung, wiederum am Parallellipipedon $X\,X$ mit Hülfe der Schrauben $N\,N$ befestigen. Das Parallellipipedon $X\,X$, hat nämlich, ausser seiner verticalen Durchbohrung zur Aufnahme der Achse des Limbuskreises bei horizontaler Lage des letzteren, noch eine ähnliche horizontale Durchbohrung und zwei Ansätze. Ein Ansatz ist von aussen cylindrisch, von innen konisch; der zweite äusserlich und innerlich konisch; in diesen beiden Ansätzen läuft die Achse des Limbuskreises. Wenn sie horizontal, oder jener Kreis vertical aufgestellt wird, dann muss der Arm $\alpha\,\alpha$ ebenso wie früher,

nur in einer anderer Lage benutzt werden, nämlich zur Verbindung des Limbuskreises mit dem Parallellipipedon.

Man fasst nun die Speichen an, zieht beide Kreise sammt ihren Achsen heraus und legt sie horizontal auf ein kleines, mit einem Loche versehenes Tischchen, so dass die Verticalbüchse des Limbuskreises in dieses Loch hineinpasst und die Kreise horizontal liegen. Hierauf setzt man das Rahmenstück (Fig. 2. *b*.) mit der Frictionsrolle und dem Gegengewichte *Q* über das Parallellipipedon; so dass die Friktionsrolle vor die grössere runde Seitenöffnung des Parallellipipedons zu stehen kommt, und dass der Rahmen mit seinen halbcylindrischen Lagern $\gamma'\gamma'$ auf kurze, an das Parallellipipdon befestigte Stahlcylinder $\gamma\gamma$ (Fig. 2. *c*) sich stützt. Dann steckt man auf einmal die Achsen der Kreise horizontal in die entsprechenden Oeffnungen des Parallellipipedons ein; damit die Kreise aber nicht herausfallen und eine feste verticale Aufstellung bekommen, schraubt man am Ende, der nunmehr horizontalen Büchse des Limbuskreises, eine Schraubenmutter vor, mit einer Feder versehen, die gegen den konischen Ansatz des Parallellipipedons *X X* andrückt. Auf das Ende der stählernen Achse des Vernierkreises, wird eine runde Feder $\pi\ \pi$ (Fig 2. *b*) aufgesetzt und durch die Schraubenmutter $\pi'\ \pi'$ so befestigt, dass die beiden Achsen gehörig gegen einander eingespannt werden und die Flächen des Limbus- und Vernierkreises fast genau in einer Ebene liegen.

Die Last des Limbuskreises und seiner Achse wird durch das Gegengewicht *Q*, an dem Rahmenstücke (Fig. 2. *b*) aequilibrirt. Der Rahmen trägt nämlich auf der, dem Gewichte *Q* entgegengesetzten Seite, eine Frictionsrolle *S'*, die in einen Falz an der Büchse eingreift und vermittelst des Gegengewichts *Q* die Büchse unterstützt, so dass der Schwerpunkt in die Verticalachse verlegt wird. Für den Vernierkreis und das Fernrohr dient aber ein anderes Gegengewicht

A' (Fig. 2. *a*). Man schraubt hierzu über dem Cylinder C die Stütze B an und legt den Hebel A darauf, welcher an einem Ende das Gegengewicht A' trägt, auf dem andern aber die Stange $k\,k'$ (Fig. 2. *a*) unterstützt. Dieser Arm $k\,k'$ endigt unten in einem Ringe $k\,k$ (Fig. 2. d.), mit zwei Friktionsrollen $b\,b$, die in den Falz einer runden Platte eingehen, welche vermittelst der langen Schrauben $p\,p$ mit der Centralplatte des Vernierkreises verbunden ist.

Ist alles dieses geschehen, so bleibt nur noch übrig die Fassung $e\,\tau\,z$ (Fig. 3) des Sicherheitsniveaus $n\,n$ unterhalb des Kreises an den Limbus anzuklemmen. Dieses Niveau dient nämlich dazu, die Veränderlichkeit des höchsten Punktes, oder den Ort des Zeniths, auf dem unbeweglichen Limbuskreise anzugeben. Wenn die Klemme τ zugezogen ist, so kann man die Lage des Niveaus $n\,n$ nur ganz wenig ändern und zwar:

1stens Durch die Drehung des Limbuskreises selbst, mit Hülfe der Micrometerschraube s (Fig. 2. *a*.), oder:

2tens Durch die Wirkung der Micrometerschraube z (Fig. 3), welche ein Ende des Niveaus hebt oder senkt, ohne die Lage des Limbuskreises dabei zu verändern.

Der Vernierkreis wird gegen den Limbus an der Peripherie durch die Klemme q und die Micrometerschraube μ gehemmt (Fig. 3). Die Hemmung des Limbuskreises selbst, geschieht durch die Klemme O, mit der Schraube m und durch die Micrometerschraube s (Fig. 2. *a*). Die Klemme ist an dem Limbuskreise angebracht und ist durch die Micrometerschraube s mit dem Arm $\alpha\,\alpha$ verbunden, wodurch auch der Limbus gegen das Parallellipipedon gehemmt wird. Das ganze Instrument wird im Azimuth durch die, in der Richtung eines Radius wirkende Druckschraube R, festgehalten; ist diese Schraube zugezogen, so kann eine kleine Verstellung nur durch Drehung der Micrometerschraube r (Fig. 2. *a*) stattfinden.

Zur Bequemlichkeit der Beobachtungen bei allen Neigungen des Fernrohres L' (Fig. 2. *a*) ist dieses Fernrohr mit einem Glasprisma *v* versehen, welches die durch das Objectiv durchgehende Lichtstrahlen, horizontal in das Ocularröhrchen $\psi\ o\ \psi$ zurückwirft. Das Fadennetz enthält zwei Verticalfäden, die 3 oder 4 Minuten von einander abstehen und zwei Horizontalfäden deren Entfernung etwa 20 oder 30 Secunden in Bogen beträgt. Die Schrauben $\psi\ \psi$ dienen dazu den Collimationsfehler wegzuschaffen, oder um die Gesichtslinie senkrecht auf die horizontale Umdrehungs-Achse zu stellen, (§. 51. Seite 107). Wenn man nämlich eine der Schrauben ψ lösst und die andere anzieht, so setzt sich die ganze Fadenplatte in Bewegung und die Verticalfäden werden dabei parallel mit sich selbst fortrücken; ist die Gesichtslinie berichtigt, so werden die Schrauben $\psi\ \psi$ fest gemacht. Man stellt auch das Netz in den Focus, indem man die Fädenplatte durch die Schrauben $\psi\ \psi$, als Handhaben in dem ausgeschnittenen Ocularröhrchen verschiebt.

Die Fädenplatte wird vermittelst der Schrauben $\psi\ \psi$ in einem Ringe gehalten, welcher durch eine besondere, um einen Quadranten von ψ, ψ, entfernte Druckschraube gegen das Ocularröhrchen gehemmt ist; löst man diese Druckschraube, so kann man den Ring frei mit der Hand so lange drehen, bis die Horizontalfäden sich genau in eine, der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohres parallelen horizontalen Ebene stellen. Die Berichtigung geschieht, wie am Passageninstrumente.

Des Nachts wird das Gesichtsfeld durch eine Lampe erleuchtet; dazu befindet sich auf der Mitte des Fernrohres eine, mit einem Planglas versehene Oeffnung, hinter welcher im Fernrohre selbst ein elliptischer Spiegelring ζ sitzt, um das durch das Planglas gehende Lampenlicht nach dem Oculare zu werfen.

Nahe am unteren Azimuthalkreise *h h*, wird die Verticalachse von einem Doppelringe umschlossen, der vermittelst einer Klemme an die Achse fest gemacht wird. Durch diesen Arm geht eine Schraube hindurch, wodurch die Vorrichtung gebildet wird, um die Achse des Instrumentes schnell und genau um 180° zu drehen, wenn nach Schliessung der Klemme ein Mal, die eine Fläche des Doppelarms, das andere Mal, das Ende der oben erwähnten Schraube an einen, im Dreifusse festsitzenden Stift anschlägt.

DAS KLEINE UNIVERSAL-INSTRUMENT von ERTEL.

64. Dieses Instrument ist hauptsächlich nach Hr. von Struves Angabe construirt und wird zuweilen auch Theodolit genannt; mit Recht aber verdient es den Namen eines kleinen Universal-Instrumentes, indem es beinahe mit gleicher Sicherheit, sowohl horizontale als verticale Winkel misst, und zugleich ein Passagen-Instrument abgiebt, ohne dass an der Aufstellung des Instrumentes irgend etwas geändert wird. Winkel von verschiedener Art, lassen sich mit diesem Instrumente bequem bis auf 1 oder 2 Bogensecunden messen, (Astr. Nachrichten No. 292. J. 1836); es ist also für viele geodetische Operationen und geographische Ortsbestimmungen ein geeigneter Apparat, dabei auch leicht transportabel, und daher den reisenden Naturforschern und Astronomen ganz vorzüglich zu empfehlen. Das ganze Instrument lässt sich in einen Kasten, der nur einen Quadratfuss Grundfläche und 10 Zoll Höhe hat, einpacken.

Auf Tafel V. erblickt man das Instrument in seiner halben Grösse; (Fig. 1.) stellt es in der Verticalprojection vor, wenn die Gesichtslinie senkrecht auf die Horizontalachse $K\,K$ fällt; (Fig. 2.) wenn die Gesichtslinie in der Verlängerung jener Achse, oder senkrecht zur Fläche des Höhenkreises $P\,Q$ angenommen wird.

Der messingne Dreifuss $A\,A$ trägt den 6 zölligen horizontalen Limbuskreis $T\,T$ und das, an der Büchse desselben, festzustellende Versicherungsfernrohr $H\,H$; der Limbuskreis T hat eine Theilung von 10 zu 10 Minuten; die beiden auf dem anderen Kreise U befindlichen zwei Verniere geben jeder 10 Secunden an. Nahe am Centrum des Ver-

nierkreises *U* ist die Platte *M' M'* angeschraubt, welche ein einziges Stück, mit den Stützen *M M*, des oberen Theiles des Instrumentes bildet. Eine 6 Zoll lange stählerne Horizontalachse *K K* ruht auf den Lagern *S*, *S'*, die mit den Stützen *M M* so verbunden sind, dass das eine Lager *S'* fest aufsitzt, das andere *S* Correctionsschrauben *s*, *s* im verticalen Sinne hat. An einem Ende der Horizontalachse befindet sich das Fernrohr *L*, am andern Ende, der 4 zöllige verticale Limbuskreis *Q*, ebenfalls von 10 zu 10 Minuten getheilt und mit dem Fernrohre drehbar. Der Vernierkreis *P* ist mit 4, unmittelbar 10″ angebenden Vernieren versehen, und wird durch den, an ihm befestigten Arm π gegen die Stütze *M* gehemmt; dieser Kreis *P* trägt auch ein kleines Sicherheitsniveau λ λ an seinem Umfange.

Durch die Versetzung des Fernrohrs *L* an das eine Ende der Horizontal-Achses *K K*, wird in allen Zenithdistanzen mit gleicher Bequemlichkeit beobachtet und die Wasserwage *N* bleibt beständig auf der Achse *K K* stehen; ein wesentlicher Vortheil, wenn das Azimuth durch den Polarstern und die Polhöhe durch Beobachtungen im ersten Verticale bestimmt werden soll. Das Fernrohr hat 10 Zoll Focallänge und 10 Linien Oeffnung, sein Ocular gewährt eine nahezu 30malige Vergrösserung und ist ausserhalb mit einem Glasprisma versehen. Man kann damit Sterne 1ster Grösse bei Tage, auch den Polarstern schon 2 Stunden vor Sonnenuntergang sehen, wenn das Fernrohr nur vorher gehörig eingestellt ist*). Das Fadennetz besteht aus 2, etwa 30″ von einander entfernten horizontalen und 2 eben so nahen verticalen Fäden; es bildet sich also in der Mitte des Gesichtsfeldes ein kleines Quadrat in dessen Mitte die Einstellung mit gleichem Vortheile für horizontale und verticale Winkel geschieht. Ausserdem sind noch auf jeder Seite

*) Astronomische Nachrichten No. 292.

der nahen Verticalfäden 2 ihnen parallele, weiter abstehende Fäden, wie in einem Durchgangsinstrumente eingezogen. Das Versicherungsfernrohr hat nur ein einfaches, rechtwinkeliges Kreuz von Spinnfäden im Focus.

Die Einrichtung der verticalen Umdrehungs-Achsen erklärt die Fig. 1. Taf. V. Auf dem Dreifusse sitzt eine hohle cylindrische Säule *C C*, fest, und an dem horizontalen Limbuskreise sind, durch 6 Schrauben, um den Mittelpunkt herum, der Cylinder *V V*, wie auch die, aus Glockenmetall gemachte, Verticalachse *ω ω* zugleich angeschraubt; sie sind beide sind hohl und werden so aufgesetzt, dass die Vertical-Achse *ω ω* in das Innere der Säule *C C* eintritt, der Cylinder *V V* aber umschliesst die Säule, ohne sie zu berühren. In den Ertelschen Instrumenten ist dieser äusserliche Cylinder *V V* mit einem Rande versehen, auf welchem sich die Hülse mit dem Versicherungsfernrohre *H* und mit der Druckschraube *l'* (Fig. 1.) frei bewegen lässt. Wenn die Schraube *l'* zugezogen wird, so ist das Versicherungsfernrohr gegen den Cylinder *V V* und folglich auch gegen den Limbuskreis *T* festgestellt. An der Hülse, ist ein kleiner Hebel befestigt, mit dem Gegengewichte *G* für das Fernrohr *H*; dieses Fernrohr hat auch eine erforderliche kleine Verticalbewegung um einen kurzen Horizontalzapfen.

Auf dem Cylinder *V V* sitzt, nach unten, ein Ring, mit der Druckschraube *R*, Fig. 2. und dem horizontalen Arme *h* versehen, zur Hemmung des Limbuskreises gegen den Dreifuss. Der Arm *h* hat nämlich einen, nach unten gerichteten, verticalen Ansatz *h'*, welcher mit einem Stahlstifte *e* (Fig. 2.) verlängert wird, und eine horizontale, gegen den Druckfuss anstossende Schraube *Θ* hindurchlässt. Auf diesen Stift *e* wirkt nun die, an den Kern des Dreifusses angeschraubte lange Stahlfeder *f*, die den Arm *h h'* beständig an den Schenkel des Dreifusses anzudrücken strebt. Wenn also die Druckschraube *R*, Fig. 2. fest zugezogen wird, so

kann man dem Limbuskreise, mit dem Versicherungsfernrohre zugleich, nur eine kleine gemeinschaftliche Bewegung, vermittelst der Micrometerschraube Θ geben; ist aber die Druckschraube R gelöst, so kann man den Cylinder $V\ V$ mit dem ganzen Obertheile des Instrumentes, beliebig um die Vertical-Achse drehen.

Mit dem horizontalen Vernierkreise U ist der Stahlzapfen $O\ O$ fest verbunden; er bildet die verticale Umdrehungs-Achse dieses Kreises und ragt über dem Kreise ein wenig hervor. Unterhalb desselben läuft der Zapfen oben und unten etwas konisch zu und passt genau in die Büchse, oder in die Höhlung der Vertical-Achse $\omega\ \omega$ des Limbuskreises hinein, so dass er sie nur in konisch ausgearbeiteten Stellen berührt. Am unteren Ende der stählernen Vertical-Achse $O\ O$ ist eine durchlöcherte runde Feder angebracht und durch ein Schraubenmutter befestigt; diese Feder stemmt sich dann gegen das untere Ende der Büchse $\omega\ \omega$ und spannt die beiden Achsen $O\ O$ und $\omega\ \omega$ gegen einander an, damit die Limbus- und Vernierkreise beständig in einer Ebene gehalten werden. Um die Reibung der Vertical-Achse $O\ O$ in der erwähnten Büchse aufzuheben, ist am unteren hervorstehenden Rande des Kornes des Dreifusses, ein konisches Stück $D\ D$, in der Form einer Kapsel, angeschraubt, an deren Boden sich die gebogene Federplatte Y stemmt, und die Vertical-Achse $O\ O$ unterstützt.

Wir wollen jetzt den Höhenkreis näher betrachten. Auf einem, dem Fernrohre L entgegengesetzten Ende der Horizontal-Achse, ist der verticale Limbuskreis P fest angeschraubt; die Achse läuft weiter hin etwas konisch zu und wird dort von der Büchse des Vernierkreises Q umschlossen. Auf dieser, hinten mit hervorstehendem Rande versehenen Büchse $X\ X$, ist ein Ring mit dem Arme π und einem Ansatze aufgesteckt

Vermittelst der Druckschrauben ζ ζ, die durch den Ansatz gehen, wird der Ring mit der Büchse des Vernierkreises fest verbunden. Der Arm π, welcher mit dem Ringe ein zusammenhängendes Stück bildet, richtet sich nach unten, wird dann etwas gebogen, damit er die Kreise nicht berührt und läuft endlich in eine gabelförmige Stütze τ ein, welche am Träger *M* der Horizontalachse befestigt ist. Diese gabelförmige Stütze enthält ein kleines Viereck (Fig. 1.) durch welches, an einer Seite, die Micrometerschraube ψ hindurchgeht, an der andern aber ein Stift; letzterer wird von einer starken Feder φ stets gegen die Schraube ψ angedrückt. Zwischen dem Stifte und der Schraube ψ, ist das untere Ende des Armes π eingefasst und festgestellt. Auf diese Weise wird also der verticale Vernierkreis gegen die Stütze *M* gehemmt, indem der Arm π und mit ihm auch der Vernierkreis, durch die Wirkung der Schrauben ψ, nur eine kleine drehende Bewegung bekommen kann.

Das Sicherheitsniveau λ λ ist mit seiner Fassung oben an dem vorstehenden Rande des Vernierkreises befestigt, kann aber ein wenig durch die Schraube *F*, unabhängig von dem Kreise, verstellt werden.

Zur Nivellirung der Horizontalachse wird das Niveau *N*, ebenso wie bei dem Passagen-Instrumente gebraucht.

Die Hemmung des Fernrohres *L*, und des mit ihm beweglichen verticalen Limbuskreises geschieht durch die Druckschraube α (Fig. 1. Taf. V.) Die Horizontalachse *K K* wird nämlich in der Mitte von einem Ringe α' (Fig. 3.) umhüllt, der durch das Anziehen der Schraube, auf der Achse fest sitzt. Vom Ringe aus geht nach unten ein Arm β und eine starke Feder. Das Ende des Armes β wird von zwei horizontalen, entgegengesetzten Schrauben *E*, *E* eingefasst, und durch das Anstemmen der Feder γ gegen den inneren Rand des Stützenträgers, stets nach einer Seite gedrückt. Wenn die Druckschraube α gelöst ist, so kann man das

Fernrohr um die Horizontalachse $K\,K$ frei bewegen; wenn aber α fest angezogen wird, so kann das Fernrohr um die Achse $K\,K$ nur mit Hülfe einer der beiden Micrometerschrauben E, E etwas gedreht werden, um genau auf das zu beobachtende Object eingestellt zu werden.

Der Loupenträger $Z'\,Z'$ für den Verticalkreis, wird auf die Büchse des Vernierkreises aufgesetzt, und durch eine Schraubenmutter so befestigt, dass er sich leicht bewegen lässt; er trägt vier Loupen W, W, W, W, zur Ablesung der Verniere. Der Loupenträger für den Horizontalkreis, trägt zwei Loupen δ, δ.

Die Verniere sind hier, ebenso wie bei den anderen Instrumenten, mit Illuminatoren versehen, welche aus matten Glasscheibchen, oder auch aus geöltem Papiere, auf geneigte Rahmen geklebt, bestehen und an den Vernierkreis angeschraubt werden. Die Ablesung der Verniere, wird dann sehr bequem, auch bei Nacht, wo das Licht einer Handlanterne auf die Theilungen fällt, bewerkstelligt.

Zur Berichtigung des Fernrohres L (Fig. 1. Taf. V.) dienen die Schrauben σ, σ, ebenso wie bei dem Theodoliten. Das Fadennetz wird in den Focus gebracht, indem man die Fadenplatte durch die Schrauben σ, σ als Handhaben, in dem Ocularröhrchen gehörig verschiebt. Löst man eine dieser Schrauben σ, σ, und zieht die andere an, so verstellt man das Fadennetz so, dass die Verticalfäden mit sich selbst parallel fortrücken, und eine Lage annehmen können, bei welcher die Gesichtslinie oder die optische Achse des Fernrohres senkrecht auf der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohres steht; alsdann wird die Fadenplatte befestigt. Die Richtung der Fäden, wird ebenso wie bei dem Theodoliten berichtigt. Die Schraube u dient zur Befestigung der Ocularrohre in die gehörige Entfernung vom Objective.

Von der Berichtigung des Universalinstrumentes überhaupt; und des Theodoliten, bei der horizontalen Aufstellung der Kreise.

65. Bei dem Gebrauche eines jeden, mit einem Fernrohre versehenen Winkelmessinstrumentes, ist es vor allem nöthig, dass man durch das Fernrohr, sowohl die zu beobachtenden Gegenstände, als auch die Fäden zugleich sehen kann, welche im gemeinschaftlichen Brennpunkte des Objectives und Oculares sich befinden müssen, und die zur Bestimmung der Absehens- oder Visirlinie (*linea collimationis*) dienen. Ist die Lage des Oculares und der Fäden in Bezug auf den Brennpunkt (*Focus*) berichtigt, so wird man ein präcises Bild eines entfernten Gegenstandes deutlich am Orte des Fadennetzes sehen können. Dann muss noch das Fadennetz so gestellt sein, dass die sogenannten Verticalfäden senkrecht auf der Richtung der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohrs stehen, oder parallel mit der Ebene des Höhenkreises, sind. Wie alle diese Berichtigungen gemacht werden, haben wir in (§. 33. Seite 64.) und in (§. 52. Seite 109.) näher erläutert; auch bei der Beschreibung der Instrumente sind die Schrauben erwähnt worden, welche sich an der Ocularröhre befinden, und bei diesen Berichtigungen gebraucht werden.

Soll ein Instrument zur Messung horizontaler oder verticaler Winkel angewandt werden, so muss

1sten Die Vertical-Achse des Instrumentes genau lothrecht sein; diese Achse wollen wir die erste nennen;

2tens muss die zweite oder die sogenannte Horizontal-Achse des Fernrohres mit der ersten vertica-

len Achse einen rechten Winkel (90°) bilden; also genau horizontal sein, und

3tens muss die optische Achse oder die Visirlinie senkrecht auf der zweiten Achse stehen, und also bei der Drehung des Fernrohres um die Horizontal-Achse eine zum Horizonte senkrechte Ebene beschreiben. Die genannte Gesichtslinie ist diejenige Linie, die vom Centrum des Objectives entweder direct, oder im gebrochenen Fernrohre durch die Reflexion des in demselben befindlichen Prismas, in die Mitte des kleinen Viereckes trifft, welches zwischen den beiden nahen Vertical- und Horizontal-Fäden-Paaren gebildet wird.

Die Berichtigung des Niveaus- und der Vertical-Achse, oder die Aufstellung dieser Achse in lothrechter Lage, geschieht ganz ebenso wie wir in (§. 48. Seite 96.) gezeigt haben.

Schwerer ist die Berichtigung der Horizontal-Achse. Durch die Umlegung dieser Achse in ihren Lagern, wird man, mit Hülfe des Niveaus, erstens den Unterschied der Dicke der beiden Zapfen dieser Achse erkennen müssen, und auch die Correction bestimmen, welche man an die durch das Niveau angegebene Neigungen der Achse anzubringen hat, (§. 50. Seite 103.)*). Alsdann berichtigt man so genau wie möglich die Vertical-Achse, und nachdem dieses geschehen ist, wird die Horizontal-Achse zweimal nivellirt; erst in einer Lage (I), dann in der entgegengesetzten Lage (II), in welcher die Achse, durch die Umdrehung derselben, um 180° um die Vertical-Achse bewegt wird. Wenn man in dieser Lage der Achse eine andere Neigung als in der ersten

*) Es versteht sich von selbst, dass alle diejenigen Theile, welche bei der Umlegung der Horizontal-Achse hinderlich sind, vorher abgenommen werden müssen.

findet, so ist dieses ein Beweis, dass die Horizontal-Achse keinen rechten Winkel mit der Vertical-Achse bildet. Die Abweichung dieses Winkels von 90° kann aber sehr leicht weggeschafft werden. Mit Hülfe der Schrauben s'', s'' (Fig. 1. *a* Taf. IV.) und s, s (Fig. 1. Taf. V.), welche sich unter einem der Pfannenlager befinden, kann das Lager so gehoben oder gesenkt werden, dass die Mitte der Blase am Niveau, bei beiden um 180° verschiedenen Lagen der Horizontal-Achse, sich in der Mitte zwischen ihren, vom Einflusse der ungleichen Dicke der Zapfen befreiten, Orten genau einstellt.

Ueber den Einfluss der Neigung der Umdrehungs-Achse und des Collimationsfehlers des Fernrohres, auf die Messung horizontaler Winkel.

66. Gewöhnlich ist diese Neigung der Horizontal-Achse sehr klein, und wir werden sie daher gleich J Bogen-Secunden setzen, wo J keine zu grosse Zahl bedeutet.

Wenn die optische Achse des Fernrohres hierbei keinen Collimationsfehler hat, oder mit anderen Worten senkrecht auf der Umdrehungs-Achse des Fernrohres steht, so wird sie bei der Bewegung des Fernrohres um diese zweite Achse herum, einen grossen Kreis $Q\ S\ B$ (Fig. 25. Taf. I.) an der Himmelssphäre beschreiben. Dieser grosse Kreis wird durch den beobachteten Gegenstand S hindurchgehen, und vom Zenithe Z um einen Bogen $Z\ Q = J$ abstehen, welcher auf $Q\ S\ B$ senkrecht steht. Es sei ferner B der Durchschnittspunkt des Kreises $Q\ S\ B$ mit demjenigen Kreise, welcher um J Bogensecunden gegen den Horizont geneigt ist, und es sei A der Punkt dieses Kreises, in welchem er vom Verticalkreis $Z\ S\ A$ getroffen wird, der durch den Gegenstand S geht. Wäre nun die Neigung J nicht vorhanden, so würde

die optische Achse des Fernrohres die Ebene $Z\,S\,A$ beschrieben, und folglich drückt der Bogen $A\,B = \eta$, die Correction der Vernier Angaben aus, welche von der Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse gegen den Horizont abhängt. Wegen der Kleinheit von J kann man annehmen, dass $Q\,S = Z\,S =$ der Zenithdistanz z des beobachteten Gegenstandes S ist, und ebenso auch $S\,B = S\,A = 90^\circ - z$, so dass man aus der strengen Gleichung $\sin S = \frac{\sin J}{\sin Q\,S} = \frac{\sin A\,B}{\sin S\,B}$, folgenden hinlänglich genauen Ausdruck bekommen wird:

$$\eta = J \cot g\, z.$$

Auf den Horizontalkreisen der Münchener Instrumente, wächst die Gradtheilung ununterbrochen nach der rechten Seite zu, von 0° bis 360° fort, und zwar auf dem vom Beobachter abgewandten Rande des Kreises. Liegt also das rechte Ende der Umdrehungs-Achse höher wie das Linke, so muss die Ebene, welche die Hauptgesichtslinie bei der Bewegung des Fernrohres um jene Achse beschreibt, dem sogenannten Horizontalkreise des Instrumentes bei einem grösseren Gradtheile begegnen, als wenn die Achse gar keine Neigung gegen den Horizont hätte; ~~addirt~~ man daher $J \cot g\, z$ Substrahirt ~~zu~~ den abgelesenen Graden, Minuten und Secunden ~~[illegible]~~ von so wird der, aus der Neigung der Achse entstehende Fehler eliminirt. Im entgegengesetzten Falle, d. h. wenn das linke Ende der Umdrehungs-Achse das höhere ist, muss eben so viel ($J \cot g\, z$) ~~abgezogen~~ addirt werden. Bei Beobachtungen terrestrischer Gegenstände, deren Zenithdistanzen immer nahe an 90° sind, beträgt die Correction so wenig, dass sie vernachlässigt werden kann; bei Beobachtungen der Gestirne aber, können die Zenithdistanzen ziemlich klein sein und der Einfluss der Neigung der Achse muss also im Betracht gezogen werden.

67. In den beschriebenen Instrumenten, ist das Fernrohr an der äusseren Seite der Umdrehungs-Achse angebracht, und kann daher alle Richtungen vom Zenith bis Nadir durchlaufen; mithin kann man auch in gewissen Lagen des Instrumentes die Neigung der Umdrehungs-Achse ohne Hülfe des Niveaus finden, indem man sich hierzu nur eines künstlichen Horizontes zu bedienen braucht, welcher aus einer flachen Schale besteht, die mit irgend einer Flüssigkeit z. B. mit Quecksilber angefüllt ist, und dadurch eine horizontale spiegelnde Ebene darbietet.

Das Bild des Gegenstandes in einem Spiegel, und der Ort, welchen es im Raume einnimmt, befinden sich immer in einer Ebene, die senkrecht auf der Spiegelfläche steht, und durch das Auge des Beobachters und den Gegenstand hindurchgeht; folglich wird das gespiegelte Bild eines Sternes im Quecksilberhorizonte, ganz genau in demselben Verticale liegen, in welchem sich der Stern befindet, und wenn wir daher das Fernrohr um eben so viel unter den Horizont senken, als der Stern wirklich hoch über dem Horizonte steht, so wird dadurch das Bild des Sternes in der Richtung des Fernrohres liegen müssen. Wenn nun der Stern unbeweglich bleibt, auch die Umdrehungs-Achse des Fernrohres vollkommen horizontal wäre, und man stellte zuerst den Verticalfaden des Fernrohres auf den Stern selbst ein, so würde man dann, (wenn das Objectivende des Fernrohres um eben so viel nach unten gesenkt würde, als es vorher, wie es auf den Stern selbst gerichtet war, über dem Horizonte stand), das Bild des Sternes im Quecksilberhorizonte an ganz demselben Verticalfaden, wie vorher bei der directen Beobachtung des Sternes, erblicken; falls aber die Umdrehungs-Achse des Fernrohres gegen den Horizont geneigt ist, so werden wir finden, dass das Bild des Sternes seitwärts vom Faden abstehen wird. Wählt man nun einen Stern, der so sehr nahe am Pole des Aequators ist, dass er in einer kurzen Zeit sehr

wenig seinen Ort ändert, so kann man aus den Einstellungen auf den Stern selbst, und auf sein gespiegeltes Bild im Quecksilber-Horizonte, sehr scharf bestimmen, ob die Neigung der Umdrehungs-Achse mit der Horizontallinie zusammenfällt oder nicht. Sobald eine Neigung stattfindet, kann man sie beinahe gänzlich wegschaffen, indem man durch eine passende Drehung der Fussschrauben am Dreifusse, den Verticalfaden im Fernrohre, dem Bilde des Sternes im Quecksilber-Horizonte, um seinen halben stattfindenden Abstand nähert. Der Polarstern (*α Ursae minoris*) ist vorzüglich zu dieser Art von Beobachtungen geeignet, wegen seiner äusserst langsamen Bewegung, und seiner Helligkeit; übrigens wird man, anstatt ihn unbeweglich anzunehmen, besser auf folgende Weise verfahren, und dabei wollen wir annehmen, dass das Instrument 5 Verticalfäden enthält, deren Intervalle vom Mittel-Verticalfaden ganz genau bekannt sind. Nun beobachtet man den Durchgang des Polarsternes zuerst direct durch den 1sten Faden, darauf richtet man das Objectiv nach unten, und beobachtet den Antritt des gespiegelten Bildes des Sternes im künstlichen Horizonte, an den 2ten, 3ten, und 4ten Faden; endlich richtet man das Fernrohr wieder auf den Stern selbst, und beobachtet seinen Antritt direct an den 5ten Faden. Aus den Beobachtungen der Antritte des directen Bildes des Sternes an den 1sten und 5ten Faden, leitet man vermöge der bekannten Fädenintervalle, den Durchgang durch den Mittelfaden her; es sei die Mittelzahl für beide Fäden beim directen Bilde $= T$; ferner kann man ebenso die Antritte des gespiegelten Bildes an den 2ten, 3ten und 4ten Faden, auf den Mittelfaden reduciren, es sei die Mittelzahl für diesen Durchgang $= T'$; und dann wird es leicht sein aus der Differenz $T' - T$ den genauen Werth der Neigung der Umdrehungs-Achse des Fernrohres zu finden.

Hierzu wollen wir den speciellen Fall annehmen, dass das Instrument nahe im Meridiane aufgestellt sei, und es sei

$S'\ H\ s''$ (Fig. 26. Tafel I.) der grösste Kreis des Instrumentes, der östlich vom Zenithe um die Entfernung 15 t absteht und den Horizont im Punkte H schneidet; zieht man nun den Verticalkreis $Z\ H$, welcher gleiches Azimuth mit dem Kreise $S'\ H\ s''$ hat, so kann man annehmen, dass der Polarstern an den Kreis $S'\ H\ s''$ im Punkte S', an den Verticalkreis $Z\ H\ s$ im Punkte S antritt. Mit Rücksicht auf (§. 61. Seite 142) und ganz dieselbe Bezeichnung wie dort beibehaltend, finden wir, dass um den Meridian herum, der Stern, um vom Punkte S' nach S zu gelangen, eine Zeit $= k$ braucht, die durch folgende Formel gefunden werden kann, nämlich:

$$k = \pm\ t\,.\,cos\ z\,.\,sec\ \delta$$

Bei einer bedeutenden Entfernung vom Meridiane, wird;

$$k = \pm\ t.\,cos\ z.\,sec\ \delta.\,sec\ q,$$

von z die Zenithdistanz, δ die Declination, und q der parallactische Winkel des Sternes für die Zeit der Beobachtung bezeichnet. Wenn das reflectirte Bild des Sternes an die Verlängerung des grössten Kreises $S'\ H$ unter dem Horizonte tritt, so wird der Stern sich in s'' befinden; und die Zeit k', welche das Bild eines dem Meridiane nahen Sternes, braucht, um auf den Verlängerungen, von dem Punkte s bis zum Punkte s'' zu gelangen, wird offenbar ganz dieselbe sein, als wenn der Stern von S nach S'' gelangt wäre; so dass folglich alsdann:

$$T' - T = 2\,k;\ \pm\ \tfrac{1}{2}\,(T' - T)\ cos\ \delta\ sec\ z = t.$$

Zählt man t positiv, wenn der Kreis, welche von einem Lichtstrahle beschrieben wird, der durch den Mittelfaden geht, östlich vom Zenithe abgeneigt ist, oder wenn das

westliche Ende der Achse höher als das östliche liegt, so muss man alsdann + für die obere, und — für die untere Culmination nehmen.

Wenn der Polarstern sich ausser dem Meridiane befindet, so wird t mit hinreichender Genauigkeit, durch die Formel:

$$t = \pm \tfrac{1}{2} (T' - T) \cos \delta \cos q \sec z;$$

berechnet, wo + alsdann gebraucht wird, wenn der Stern sich zwischen seiner grössten Abweichung vom Meridiane und der oberen Culmination befindet, das Zeichen (—) wird dagegen im entgegengesetzten Falle gebraucht.

Das Niveau giebt gewiss das bequemste Mittel, zur Bestimmung der Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse an die Hand; die eben erläuterte Methode aber, kann angewandt werden, um diejenige Correction der Neigung, welche von der Ungleichheit der Zapfen abhängt, beim Universal-Instrumente zu bestimmen. Hierzu beobachtet man nämlich den Polarstern, und sein gespiegeltes Bild im Quecksilber-Horizonte, zugleich aber bestimmt man auch die Neigung der Umdrehungs-Achse mittelst des Niveaus. Der Unterschied zwischen dieser letzteren Neigung, und der aus der Beobachtung des Polarsternes und seines gespiegelten Bildes gefolgerten, giebt uns die Berichtigung der Neigung, so wie sie unmittelbar an dem Niveau abgelesen wird.

Statt des Polarsternes, kann man ebenfalls hierzu den Stern δ *Ursae minoris*, oder einen anderen hellen Stern benutzen, der nahe am Pole ist.

68. Die Berichtigung des Fernrohres in Bezug auf den Brennpunkt und die Lage der Fädenplatte, geschieht mittelst, verschiedener Schrauben, die sich in der Ocularröhre befinden, und welche wir bei Beschreibung der Instrumente, mehrmals näher erklärt haben.

Um endlich den Collimationsfehler der Hauptgesichtslinie des Fernrohres des Theodoliten bei seiner horizontalen Aufstellung zu finden, kann man die (§. §. 60. und 61. Seite 137—145) nachlesen, welche alles dazu nöthige enthalten; aber beim Universalinstrumente ist das Fernrohr an einem der äussersten Enden der horizontalen Umdrehungs-Achse angebracht, und wenn man daher den Collimationsfehler mit Hülfe der Vernierablesungen am Horizontalkreise zu bestimmen wünscht, so muss man hierzu erst in einer gehörigen Entfernung vom Instrumente selbst ein Signal aufstellen, an welchem sich zwei weisse Kreise, oder auch zwei weisse Rechtecke auf schwarzem Grunde befinden, die so angebracht sind, dass die halbe horizontale Entfernung ihrer Mitten, genau gleich dem Abstande der Mitte des Fernrohres von der Mitte der horizontalen Umdrehungs-Achse ist; alsdann stellt man den mittleren Verticalfäden des Fernrohres, zuerst auf den rechtsliegenden Kreis ein, wenn nämlich das Fernrohr sich auf der rechten Seite des Beobachters befindet, und liest die Verniere ab; dann dreht man den oberen Theil des Instrumentes um 180°, und richtet den mittleren Verticalfaden auf den linksliegenden weissen Kreis, und liest die Verniere wieder ab. Findet man dann, dass der Unterschied der beiden Angaben, welche den beiden verschiedenen Lagen des Instrumentes entsprechen, genau $= 180°$ ist, so wird auch der Collimationsfehler $= 0$ sein; findet man dagegen diesen Unterschied $= 180° \pm C''$, so muss der Collimationsfehler $= \pm \frac{1}{2} C''$ sein. Wenn man aber kein auf solche Weise eingerichtetes Sygnal hat, und nur irgend einen terrestrischen Gegenstand anstatt dessen beobachtet, so wird der Lichtstrahl, welcher von diesem Gegenstande bei beiden Lagen des Fernrohres, rechts und links vom Beobachter, an den Mittel-Verticalfaden tritt, einen Winkel bilden, dessen Scheitel am beobachteten Gegenstande liegen wird, und dessen Werth in

Bogensecunden ausgedrückt $= \frac{2e}{E \sin 1''}$ sein wird; hier bezeichnet e den Abstand der Mitte des Fernrohres von der Mitte der horizontalen Umdrehungs-Achse und E drückt die Entfernung des Instrumentes, in demselben Längenmasse wie e angegeben, vom beobachteten Gegenstande aus.

Wir wollen annehmen, dass wenn das Fernrohr auf den Gegenstand eingestellt war, und sich zur linken drehte, der Verticalkreis sich also auf der rechten Seite des Beobachters befand, dass alsdann die Angabe des Verniers am Horizontalkreise $= N$ war; und ebenso sei M die Ablesung, als das Fernrohr auf der rechten Seite war; folglich da nun bei den Münchener Kreisen, die Theilung von der linken zur rechten, auf dem vom Beobachter abgewandten Theile des Kreises, zunimmt, so folgt:

$$n = N - \frac{e}{E \sin 1''}; \qquad m = M + \frac{e}{E \sin 1''}$$

n und m bedeuten hierbei die Ablesungen, welche die Verniere am Horizontalkreise angeben würden, wenn das Fernrohr sich genau auf der Mitte der horizontalen Umdrehungs-Achse befände; wenn also kein Collimationsfehler stattfände, so wäre auch nothwendig

$$n = m \mp 180°;$$

wenn aber diese Bedingung nicht erfüllt wird, so muss offenbar der Werth $\frac{1}{2}(n - (m \mp 180°))$ den Collimationsfehler ausdrücken; es versteht sich von selbst, dass man $m + 180°$ dann nehmen muss, wenn N grösser wie M ist, und $m - 180°$ im entgegengesetzten Fall.

Dieses lehrt uns eine sehr einfache Methode, wie man den Werth des Collimationsfehlers aus der Beobachtung

eines terrestrischen Gegenstandes finden kann, wenn dessen Entfernung vom Instrumente gut bekannt ist. Es ist nothwendig, dass man bei jeder Einstellung des Fernrohres auf den Gegenstand, sich zugleich mit Hülfe des sogenannten Versicherungs-Fernrohres genau überzeugen muss, dass die Lage des Instrumentes sich auch nicht geändert hat.

Beispiel. Es wurde ein Sygnal beobachtet, welches von der Mitte des Universalinstrumentes um 12960 englische Zoll abstand; und dabei fanden sich folgende Mittelzahlen, aus den Ablesungen der Verniere am Limbus des Horizontalkreises des Instrumentes:

$116^\circ 29' 38'' = N$, als der Verticalk. sich auf der rechten befand

$296^\circ 29' 56'' = M$, „ „ „ „ „ „ linken „

Der Abstand der Mitte des Fernrohrs von der Mitte des horizontalen Umdrehungs-Achse war $= e = 4{,}58$ englische Zoll; so dass also hier: $E = 12960$; $\frac{e}{E \sin 1''} = 7''.3$, folglich:

$$M + \frac{e}{E \sin 1''} = 296^\circ 29' 56'' + 7''.3 = m = 296^\circ 30' 3''.3$$

$$N - \frac{e}{E \sin 1''} = 126^\circ 29' 38'' - 7''.3 = n = 116^\circ 29' 30''.7$$

und daher endlich der Collimationsfehler

$$= \left\{\frac{(m - 180^\circ) - n}{2}\right\} = 16''.3 \text{ in Bogen.}$$

In diesem Falle verkleinerte der Collimationsfehler die Vernierablesungen, in dem Falle wenn der Verticalkreis sich auf der rechten Seite des Beobachters befand, und vergrösserte sie, als dieser Kreis links lag; um daher den Einfluss des Collimationsfehlers auf die Ablesungen der Verniere am Horizontalkreise zu vernichten, muss man hier im ersten Falle

(Kreis rechts) zu diesen Angaben 16″.3 in Bogen hinzufügen, im zweiten Falle (Kreis links) aber, abziehen.

Wenn der Collimationsfehler gar zu gross wird, so wird man ihn wegschaffen müssen; hierzu beobachtet man einen terrestrischen Gegenstand, indem man die Ablesung N der Verniere am Horizontalkreise in demjenigen Falle aufschreibt, wenn der Verticalkreis sich rechts befindet, und darauf das Instrument so umdreht, dass der Kreis links liegt. Der Vernier am Horizontalkreise, wird aber alsdann $N + 180^0 - \frac{2e}{E \sin 1''}$ oder $N - 180^0 - \frac{2e}{E \sin 1''}$ zeigen, und folglich wird man dann den Gegenstand, in einem Abstande vom mittleren Verticalfaden erblicken, der gleich dem doppelten Collimationsfehler ist; bewegt man darauf das Fadennetz um die Hälfte dieser Entfernung dem Gegenstande näher, so wird also dadurch der Collimationsfehler verschwinden müssen. Diese Bewegung wird leicht vermittelst der Wirkung einiger kleiner Schrauben bewerkstelligt, welche sich am Oculare des Fernrohres des Universalinstruments befinden, und welche den Ort der Fädenplatte seitlich ändern.

Wir wollen jetzt untersuchen, welchen Einfluss der Collimationsfehler auf die Ablesungen der Verniere am Horizontalkreis ausübt. Es sei Z das Zenith, $A\,B\,C$ der Horizontalkreis des Instrumentes (Fig. 27. Taf. I.); $Z\,A$ ein grösster Kreis der Himmelssphäre, welcher von der Linie beschrieben wird, welche senkrecht auf der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohrs steht; $S'\,B$ ein mit ihm paralleler kleiner Kreis, welchen der Lichtstrahl beschreibt, der durch das Objectiv nach dem Mittelfaden geht; wir wollen auch dabei noch annehmen, dass dieser kleine Kreis $S'\,B$ von dem ihm parallelen grössten Kreise $Z\,A$, um den senkrechten Bogen $A\,B = c$ absteht. Wenn nun S der beobachtete Gegenstand ist, so wird man die Theilung auf dem Horizontalkreise $A\,B\,C$ so ablesen, als wenn der Gegenstand

sich in S' befände, nämlich nicht als ob er sich im Verticalkreise $Z\ S\ A$, sondern als ob er sich im Vertikale $Z\ S'\ C$ befände; folglich wird auch der Bogen $A\ C$, welcher gleich dem Winkel $A\ Z\ C = \beta$ ist, die Aenderung ausdrücken, welchen der Collimationsfehler $= c$, auf das Azimuth des Gegenstandes S hervorbringt; bezeichnet man nun die Zenithdistanz $Z\ S$ durch z, so erhält man aus dem sphärischen Dreiecke $Z\ S\ S'$, in welchem $S\ S' = c$ und der Winkel $S' = 90°$ ist:

$$\sin\beta = \frac{\sin c}{\sin z}, \text{ und wenn } c \text{ sehr klein ist: } \beta = \frac{c}{\sin z}.$$

Von der Messung horizontaler Winkel zwischen terrestrischen Gegenständen.

69. Man gebraucht hierbei einen hinreichend festen eisernen oder auch hölzernen Dreifuss, als Stativ, um das Instrument aufzustellen. Die Hauptbedingung bei Winkelmessungen überhaupt, besteht aber in der Unveränderlichkeit desjenigen Kreises, welcher bei der Umdrehung des Fernrohres unbeweglich bleiben soll, und welcher daher auch in der That, seine Lage in keiner Beziehung ändern darf. Wir haben schon früher, bei der Beschreibung der Instrumente das Versicherungsfernrohr erwähnt, welches mit diesem unbeweglichem Kreise fest verbunden ist, und dazu dient, um jede Veränderung, welche in seiner Lage erfolgt, sogleich wahrzunehmen. Hierzu richtet man es auf irgend einen recht deutlichen Gegenstand, und sorgt dafür, dass das Versicherungsfernrohr von Anfang bis zum Ende der Beobachtungen diese Richtung unveränderlich beibehält.

Wir wollen hier, die Art und Weise diese Beobachtungen anzustellen, mit wenigen Worten erläutern, wobei wir

aber annehmen wollen, dass das Instrument schon vollkommen, nach den Methoden, welche in den früheren Paragraphen erklärt wurden, berichtigt und zugleich mit Hülfe des Niveaus horizontal aufgestellt ist.

Um die verschiedenen Lagen des Instrumentes zu unterscheiden, muss man beim Anfang der Beobachtungen, alle mal aufschreiben, ob der Verticalkreis sich rechts (*K. R*) oder links (*K. L*) vom Beobachter befand. Löst man darauf die Druckschraube, welche das Versicherungsfernrohr festhält, so kann man es aus freier Hand auf einen recht deutlichen terrestrischen Gegenstand richten, welches entweder einer von den nachher zu bestimmenden Gegenständen selbst, oder irgend ein anderer Gegenstand, der sich aber auf derselben Seite mit ihnen befindet, sein kann; alsdann schraubt man die Druckschraube wieder fest, wodurch auch das Versicherungsfernrohr und zugleich der Limbus mit befestigt wird. Hierauf stellt man nun das Fadenkreuz im Versicherungsfernrohre, mit Hülfe der Micrometerschraube Θ (Fig. 1. Tafel V.) oder r (Fig. 1. Tafel IV) genau auf den Gegenstand ein, und führt darauf das obere Fernrohr zugleich mit dem Alhidadenkreise frei herum, so lange bis dieses Fernrohr auf den ersten der gegebenen, am meisten links liegenden Gegenstände, oder auch umgekehrt, nahezu eingestellt ist, dann zieht man die Druckschraube m, welche zur Verbindung des Limbus mit dem Alhidadenkreise dient, fest an, und vermöge der Micrometerschraube, welche sich am Alhidadenkreise befindet, stellt man nunmehr den oberen Theil des Instrumentes so, dass das Bild des Gegenstandes genau an dem Mittel-Verticalfaden erscheint, oder wenn sich anstatt eines Fadens, zwei Mittel-Verticalfäden im Fernrohre befinden, so stellt man es so, dass das Bild des Gegenstandes in die Mitte des kleinen Rechteckes kommt, welches von den gegenseitigen Durchschnitten der beiden sich nahen Vertical- und Horizontalfäden gebildet wird.

Sogleich nach der Einstellung, sieht man wiederum durch das Versicherungsfernrohr, um sich zu überzeugen, ob sich auch die Lage des Instrumentes nicht geändert hat; bemerkt man hierbei, dass das Fadenkreuz im Versicherungsfernrohre nicht mehr mit dem Gegenstande zusammenfällt, auf welchen man es vorher genau einstellte, so führt man das Versicherungsfernrohr, mittelst der Schraube Θ für das Universalinstrument, (Fig. 1. Tafel V.) oder der Schraube r für den Theodoliten (Fig. 1. Tafel IV.) auf seinen früheren Ort genau zurück, und stellt ebenfalls das obere Fernrohr wieder scharf ein; wenn sich darauf keine Aenderung mehr zeigt, so liest man alle 4 Verniere ab, und wenn es nöthig ist, so wiederholt man die Beobachtung nochmals. Darauf richtet man das obere Fernrohr auf den zweiten gegebenen Gegenstand, und beobachtet auf ähnliche Weise wie vorher. Wenn auf diese Art alle Gegenstände bei einer Lage des Instrumentes beobachtet worden sind, zum Beispiel bei Verticalkreis links ($K.\ L$), so dreht man den Alhidadenkreis, welcher mit dem oberen Fernrohre verbunden ist, um einen Halbkreis oder 180° herum; alsdann wird sich der Verticalkreis auf der rechten Seite ($K.\ R$) befinden und in dieser Lage, wiederholt man alle die früheren Beobachtungen, indem man mit demjenigen Gegenstande anfängt, mit welchem man vorher aufhörte. Die Mittel der Vernier-Ablesungen zeigen uns auf dem Horizontalkreise des Instrumentes, die Richtungen der Lichtstrahlen an, welche von den beobachteten Gegenständen nach dem Auge des Beobachters gehen; und der Unterschied dieser Mittel wird daher, gleich dem von uns gemessenen Winkel, zwischen diesen Gegenständen sein. Da nun an den Münchener Instrumenten die Theilung am Horizontalkreise von der linken nach der rechten, auf dem vom Beobachter abgewandten Theile des Kreises, zunimmt, so muss man um den gesuchten Winkel zu erhalten, die Richtung des zur linken Hand liegenden Gegenstandes von der Richtung des

zugehörigen rechtsliegenden Gegenstandes abziehen. Die halbe Summe der beiden Werthe eines und desselben Winkels, welcher in jeder der beiden Lagen des Instrumentes erhalten wurde, giebt uns den wahrscheinlichsten Werth des gesuchten Winkels.

Die gemessenen Winkel werden noch weit zuverlässiger sein, wenn sie von zwei Beobachtern zugleich hergeleitet werden, von denen der eine fortwährend durch das Versicherungsfernrohr sieht, und es immer genau auf einen festen Punkt des Gegenstandes hält. Wenn aber nur ein Beobachter diese Messungen anstellt, so muss er das Versicherungsfernrohr auf einen passenden Gegenstand einstellen, welcher nahe in der Mitte zwischen den beiden zu messenden Gegenständen liegt; alsdann braucht er seinen Ort, bei jeder Einstellung des oberen Fernrohres nicht zu ändern, und beim Durchsehen durch das Versicherungsfernrohr, sich nur wenig zu bücken; so dass also auf diese Weise der veränderliche Einfluss, welcher von einer Versetzung des eigenen Gewichtes des Beobachters herrühren würde, und dadurch das Instrument in jedem Augenblicke anders afficiren könnte, ganz wegfällt.

Bei dem Universalinstrumente und bei dem Theodoliten, wird die Befestigung des Limbus mit dem Alhidadenkreise an ihren Peripherie mittelst einer Druckschraube bewerkstelligt; aber alsdann kann die Bewegung des Alhidadenkreises durch eine dort befindliche Micrometerschraube, welche in der Richtung der Tangente wirkt, zugleich eine Biegung der Speiche veranlassen, welche das Zentrum des Alhidadenkreises mit demjenigen Theile seines Umfanges verbindet, an welchem die Micrometerschraube wirkt Dadurch muss der Alhidadenkreis in eine andere Lage kommen, als er haben würde, wenn er nur eine einfache Drehung um sein Centrum erlitten hätte. Auf diese Weise werden also auch die Angaben der Verniere fehlerhaft sein, und um nun diesen

Fehler zu eliminiren, muss man in jeder Lage des Kreises, bei jedem Gegenstande, zwei Einstellungen machen: 1) die Micrometerschraube so bewegen, dass der Mittel-Verticalfaden sich allmählig dem Bilde des Gegenstandes von links nach rechts nähert, und es dabei in zwei gleiche Hälften theilt, und 2) die Micrometerschraube so bewegen, dass der Mittelverticalfaden, sich von der entgegengesetzten Seite her bewegt, und sich dem Bilde des Gegenstandes von rechts nach links, allmählig nähert, es dabei wiederum in zwei gleiche Hälften theilend. Struve hat aus vielen Beobachtungen gefunden, dass das arithmetrische Mittel aus den Vernierablesungen, welche den beiden auf eben erwähnte Weise gemachten Einstellungen entsprechen, durchaus nicht dem Einflusse der erwähnten Durchbiegung der Speichen unterworfen ist, und daher muss man sich stets ohne Ausnahme zum Gesetze machen, zwei Einstellungen, mit entgegengesetzter Bewegung der Micrometerschraube, in demjenigen Falle zu machen, wo diese Schraube in der Richtung der Tangente am Umfange der Kreise wirkt *).

70. Es wird jedoch nicht immer möglich sein, die gegebenen Gegenstände von einem gegebenen Punkte aus zu beobachten; in diesem Falle muss man am gegebenen Punkte ein Sygnal aufstellen, und nicht weit davon das Instrument auf ein passendes Stativ aufsetzen. Der Winkel zwischen den Gegenständen, wird alsdann eben so gemessen, wie wir es schon oben gezeigt haben; aber ausserdem muss man noch in jeder Lage des Instrumentes, am Horizontalkreise die Richtung beobachten, welche vom Instrumente nach dem eben erwähnten Sygnale geht, und darauf die Entfernung

*) Astronomische Nachrichten No. 47. 48. Breiten-Gradmessung in den Ostsee-Provinzen Russlands von T. G. W. Struve. T. 1. p. 95.

zwischen dem Instrumente und dem Signale in Fussen oder Zollen ausmessen. Nehmen wir an, dass die Entfernungen der gegebenen Gegenstände vom Beobachtungsorte aus, ebenfalls in Fussen oder Zollen bekannt sind, so wird es leicht sein, die unmittelbaren Beobachtungen, welche für jeden der Gegenstände angestellt wurden, so zu reduciren, als wenn das Instrument gleich anfänglich am gegebenen Punkte aufgestellt worden wäre.

Es sei A (Fig. 28. Taf. I.) einer der gegebenen Gegenstände; C derjenige Punkt, an welchem die Beobachtungen gemacht werden sollten, C' aber der Punkt von welchem aus man wirklich die Richtung $A\,C'$ beobachtet hat, während man eigentlich die Richtung $A\,C$ (aus C beobachtet) braucht; Zieht man nun die Linie $C'\,A'$ mit $A\,C$ parallel, so wird $A'\,C'$ ebenfalls die gesuchte Richtung darstellen, und daher wird die Berichtigung der gemessenen Richtung $A\,C'$, wenn sie auf die gesuchte Richtung $A\,C$ reducirt werden soll, durch den Winkel $A\,C'\,A' = C\,A\,C' = x$ ausgedrückt werden. Da nun die Linie $A\,C' = E$, $C\,C' = e$ und der Winkel $A\,C'\,C = W$ bekannt sein werden, so wird man x sehr leicht aus dem Dreiecke $A\,C'\,C$ berechnen können, und dann lässt sich x, weil es gewöhnlich sehr klein ist, ebenso wie e im Verhältniss zu E ebenfalls sehr klein ist, mit genügender Genauigkeit durch folgende Formel in Secunden ausdrücken:

$$x = \frac{e}{E \sin 1''} \cdot \sin W.$$

Immer wird es leicht sein zu schliessen, ob der gefundene Werth der Correction x zur Angabe des Verniers bei der Einstellung des Fernrohrs in C' auf A; zuaddirt oder abgezogen werden muss, um die Angabe des Verniers zu erhalten, welche stattgefunden hätte, wenn man mit dem Instrumente in C beobachtet hätte; denn hierzu braucht man

nur zu wissen nach welcher Richtung hin die Gradtheilung auf dem Horizontalkreise hinläuft. Wenn der Beobachter sich in C' befindet, und zuerst das Fernrohr auf das Sygnal C einstellt, und es nachher nach rechts dreht bis es den Gegenstand A trifft, so dass der Winkel $C\ C'\ A$ stets von 0° bis 360° von links nach rechts gezählt, kleiner wie 180° wird, so muss man in diesem Falle bei den Münchener Instrumenten, die Correction x zur Angabe der Verniere zulegen; wenn aber der Winkel $C\ C'\ A = W$ grösser, wie 180° ausfällt, so muss man x abziehen; denn im ersten Falle wird $sin\ W$ positiv, im zweiten aber negativ, so dass man also für die erwähnten Münchener Instrumente folgende allgemeine Regel aufstellen kann: die Correction $+ \frac{e}{E\ sin\ 1''} . sin\ W$, ist immer zur Vernierangabe zuzuaddiren; der Winkel W wird fortwährend von 0° bis 360° gezählt, indem man die Zählung von C aus nach A fortsetzt und der Richtung von links nach rechts folgt; alsdann entscheidet das Zeichen bei $sin\ W$ ob die Correction positiv oder negativ zu nehmen ist.

Wenn von C' aus, noch ein anderer Gegenstand B beobachtet wird, so muss man für diesen auf ganz dieselbe Weise die Correction $y = C\ B\ C' = B\ C'\ B'$ berechnen, indem angenommen ist, dass die Linie $C'\ B'$ parallel mit der Linie $C\ B$ ist. Der Unterschied der so verbesserten Richtungen, bestimmt alsdann den Werth des gesuchten Winkels $A\ C\ B$, wofür wir $A\ C'\ B + y - x = A\ C\ B$ erhalten, wenn B rechts von A ab liegt.

Beobachtung des horizontalen Winkels zwischen einem Gestirne und einem terrestrischen Gegenstande.

71. Die oben auseinandergesetzten Regeln müssen auch in diesem Falle genau beobachtet werden; nur dass hier noch dazu kömmt, dass man bei jeder Beobachtung ganz genau die Zeit aufschreiben muss, weil der Winkel zwischen einem Gestirne und einem terrestrischen Gegenstande sich fortwährend ändert.

Man richtet das Fernrohr nahe auf den Stern, entweder nach blossem Augenmaasse, wenn nämlich der Stern recht hell ist, oder noch zuverlässiger dadurch, dass man sich erst vorläufig eine kleine Ephemeride berechnet, welche das Azimuth des Sternes und seine Zenithdistanz, mit der Zeit als Argument für den bestimmten Beobachtungsort giebt*). Darauf richtet man das Fernrohr so, dass der Stern in dem Gesichtsfelde des Fernrohres zwischen den beiden Horizontalfäden erscheint, und zugleich so, dass der Stern sich durch seine scheinbare tägliche Bewegung dem mittleren Verticalfaden zu nähern scheint. Darauf zieht man die Druckschraube am Horizontalkreise fest an, und lässt auch die an ihm befindliche Micrometerschraube in Ruhe, indem man nur fortwährend die Neigung des Fernrohres gegen den Horizont ändert, damit der Stern immer in der Mitte zwischen den Horizontalfäden bleibt. Nach dem Gehör passt man nun auf die Schläge des Chronometers, und sieht mit dem Auge durch

*) Es versteht sich von selbst, dass man in diesem Falle, den Ort des Meridianes auf dem Horizontalkreise und den Ort des Zeniths auf dem Verticalkreise des Instrumentes vorläufig ziemlich genähert wissen muss.

das Fernrohr nach dem Sterne, indem man in demjenigen Augenblicke, bei einem gewissen Schlage des Chronometers Null zählt, wenn der Stern sich so sehr nahe am Mittel-Verticalfaden befindet, dass er bei dem unmittelbar darauf folgenden Schlage der Unruhe, schon auf der anderen Seite des Fadens sich befinden wird. Es wird nämlich hierbei die genaue Zeit des Durchganges durch den Mittelfaden auf ganz dieselbe Weise beobachtet, wie wir schon in §. 56. Seite 126. und 127. erwähnt haben.

Wenn anstatt eines Mittelfadens, sich zwei sehr nahe an einander aufgespannte Verticalfäden in der Mitte des Gesichtsfeldes befinden, so beobachtet man die Zeit, wenn der Stern genau in der Mitte des Raumes zwischen beiden Fäden ist, welches bei einiger Vorsicht mit genügender Genauigkeit geschehen kann.

Beim Anstellen dieser Beobachtungen, muss man nicht nur grosse Aufmerksamkeit auf das Versicherungsfernrohr wenden, um sich zu überzeugen, ob das Instrument auch unveränderlich ist; sondern zugleich auch, auf das Niveau, welches sich an der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohres befindet, gehörig Acht geben, damit man bei jeder einzelnen Einstellung des Sternes auch die genaue Neigung dieser Achse gegen den Horizont kennt.

Sobald man die Beobachtungen in einer Lage des Instrumentes, als z. B. der Verticalkreis sich nordöstlich befand, beendigt hat, dreht man den oberen Theil des Instrumentes mit welchem das Fernrohr verbunden ist, um 180° horizontal herum, und stellt nun in dieser neuen Lage des Instrumentes (wenn Verticalkreis südwestlich war) eine neue Reihe von Beobachtungen an, deren Anzahl immer dieselbe mit der früheren Reihe sein sollte.

Bei jeder Lage des Instrumentes muss man wenigstens zwei Beobachtungen des irdischen Gegenstandes und zwei Beobachtungen des Sternes machen, so dass also, auf diese

Weise die vollständige Reihenfolge dieser Messungen, welche Azimuthalmessungen heissen, in folgendem bestehen wird:

Iste *Lage des Instrumentes, oder Verticalkreis im Nordosten.*

1stens Zwei Beobachtungen des gegebenen terrestrischen Gegenstandes (angestellt mit umgekehrten Einstellungen der Micrometerschraube).

2tens Bestimmung der Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse, vermittelst des Niveaus.

3tens Zwei Beobachtungen des Gestirnes.

4tens Bestimmung der Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse.

IIte *Lage des Instrumentes, oder Verticalkreis im Südwesten.*

1stens Bestimmung der Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse.

2tens Zwei Beobachtungen des Gestirnes.

3tens Bestimmung der Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse.

4tens Zwei Beobachtungen des gegebenen terrestrischen Gegenstandes.

Wenn die Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse $= i$, und der Collimationsfehler $= c$ ist, so erhält man bei einer Zenithdistanz des Gestirnes $= z$, folgende Correctionen:

$$\pm i \cot g\, z \text{ und } \pm c \operatorname{cosec} z$$

welche die Berichtigungen ausdrücken, die man an die Vernierablesungen des Horizontalkreises anbringen muss, um sie so zu reduciren, als wenn $i = o$ und $c = o$, stattfände; über die Wahl der passenden Zeichen, haben wir schon (§. 66. und 68. Seite 165 und 173), näher gesprochen; den Werth

und das Zeichen des Collimationsfehlers, kann man ferner leicht aus der Beobachtung eines terrestrischen Gegenstandes finden.

72. Bei Sonnenbeobachtungen, bemerkt man noch ausserdem den Durchgang beider Sonnenränder durch den Mittelfaden; hat aber das Netz in der Mitte zwei verticale einander sehr nahe Fäden, und befindet sich die Sonne nicht gar zu weit ausserhalb des Meridianes, so kann man ohne grossen Fehler die Zeit des Durchganges des Sonnenrandes durch die Mitte des Raumes zwischen beiden Fäden, dem arithmetischen Mittel der beobachteten Durchgänge des Sonnenrandes durch jeden der beiden Fäden gleichsetzen.

Wenn man irgend einen Rand der Sonne beobachtet hat, und wir bezeichnen den Winkelhalbmesser der Sonne ebenso wie er aus den Tafeln, oder Ephemeriden gefunden wird, durch $r\odot$, und drücken alsdann die Zenithdistanz des Centrums der Sonne durch z aus, so muss man $\pm \frac{r\odot}{\sin z}$ zur Angabe der Verniere am Horizontalkreise hinzulegen, um den ihnen entsprechenden Stand für das Centrum des Gestirnes zu erhalten. Bei den Münchener Instrumenten muss man $+$ alsdann gebrauchen, wenn der zweite oder der nachfolgende Rand der Sonne beobachtet worden ist, dagegen $(-)$ wenn der erste oder vorhergehende Rand beobachtet wurde. In schwachen Fernröhren erscheint der Radius der Sonne (wegen Irradiation) etwas grösser als er wirklich sein sollte, und daher muss man um diesen Fehler zu umgehen, beide Ränder der Sonne beobachten.

Beobachtet man bei Tage, so muss man immerwährend das ganze Instrument in den Schatten stellen, um die Einwirkungen zu vermeiden, welche sonst die Erwärmung durch Sonnenstrahlen, auf den Stand des Niveaus und die Lage des Instrumentes haben würden; es ist also gut unter einem

Zelte zu beobachten, welches an derjenigen Stelle, an welchem der zu beobachtende Gegenstand sich befindet, eine passende Oeffnung hat; alsdann wird das Instrument nicht nur vor dem directen Einflusse der Sonnenstrahlen, sondern auch gegen die Schwankungen des Windes geschützt sein.

Von der Berichtigung des astronomischen Theodoliten, als Höhenkreises betrachtet, und von der Messung der Zenithdistanzen überhaupt, sowohl mit dem Theodoliten, als auch mit dem Universalinstrumente.

73. Bei der Messung von Zenithdistanzen, ist es nöthig, dass die Ebene des Verticalkreises, welcher in Grade eingetheilt ist, wirklich vertical ist, und sich zugleich parallel mit der Ebene befindet, welche die Hauptgesichtslinie des Fernrohres bei seiner Umdrehung beschreibt. Wenn die horizontale Umdrehungs-Achse, an derem Ende der Verticalkreis befestigt ist, ganz genau einen rechten Winkel mit der verticalen Umdrehungsachse des Instrumentes bildet, so werden alsdann die vorhergehenden Bedingungen leicht zu erfüllen sein, indem man die Vertical-Achse lothrecht stellt, und den Collimationsfehler wegschafft.

Berichtigung der Gesichtslinie.

Der Collimationsfehler des Fernrohres wird am Theodoliten auf eben dieselbe Weise wie am Universalinstrumente berichtigt; man benutzt nämlich hierzu den Horizontalkreis *h h* (Fig. 1. *a* und 2 *a*. Taf. IV.), welcher an dem untersten Ende der verticalen Achse *D D* befestigt ist, und an wel-

chem man mit Hülfe der Verniere bis auf 1′ in Bogen ablesen kann. Die Platte mit den Fadennetze lässt sich dann durch die beiden Schrauben ψ und ψ, (Fig. 2. *a*. Taf. IV.), so stellen, dass die Gesichtslinie senkrecht auf die sogenannte Horizontal-Achse des Fernrohres zu sehen kommt.

Berichtigung der Vertical-Achse.

Die Vertical-Achse des Theodoliten wird in die Richtung der Lothlinie mittellst des Niveaus *n n* (Fig. 2. *a* und 3. Taf. IV.) welches mit dem Limbus verbunden ist, leicht eingestellt; hierzu stellt man nämlich die Ebene des Verticalkreises zuerst so auf, dass sie der Linie parallel wird, welche das untere Ende der verticalen Achse mit einer der drei Fuss-Schrauben des Instrumentes verbindet. Vermöge dieser Fuss-Schraube, stellt man die Blase des Niveaus *n n* auf die Mitte seiner Glasröhre ein, und dreht alsdann den oberen beweglichen Theil des Instrumentes genau um 180° um die Vertical-Achse herum. Wenn die Blase nun in dieser neuen Lage des Instrumentes sich nicht mehr auf der Mitte der gläsernen Röhre befindet, so muss man die erwähnte Fuss-Schraube auf solche Weise drehen, dass dadurch die Blase auf die Mitte der Entfernung zwischen ihren Oertern bei der Isten und IIten Lage zurückgebracht wird; die andere Hälfte der Entfernung schafft man aber mittelst der Schraube *z* hinweg, welche sich am Niveau selbst befindet. Um dieses nun recht bequem zu bewerkstelligen, verstellt man zuerst durch Drehung der Fuss-Schraube, die Blase um die ganze oben erwähnte Entfernung und bemerkt dabei wie viele Mal die Fuss-Schraube gedreht wurde, damit die Blase die ganze Entfernung zwischen ihrer Isten und IIten Lage durchläuft; alsdann dreht man die Schraube um die halbe Anzahl von Umdrehungen zurück und lässt auf solche Weise die Blase genau in die Mitte zwischen ihren

beiden beobachteten Oertern einspielen. Nachdem das Niveau durch die Schraube z auf die Mitte der Glasröhre gebracht worden ist, verstellt man die sogenannte Horizontal-Achse aus ihrer früheren Lage um 90°, im horizontalen Sinne, heraus, so dass die Ebene des Höhenkreises einer Linie parallel wird, welche die beiden übrigen der erwähnten drei Fuss-Schrauben des Instrumentes verbindet. Wenn alsdann die Blase des Niveaus nicht auf die Mitte der gläsernen Röhre einspielt, so muss man sie durch eine passende Drehung einer der beiden Fuss-Schrauben, welche sich in der besagten Linie befinden, auf die Mitte einstellen. Alle diese Operationen werden mehrere Male wiederholt, bis endlich bei der Umdrehung um die Vertical-Achse, das Niveau in allen Lagen richtig einspielt und die Blase in der Glasröhre nahezu unbeweglich wird; dann ist die Vertical-Achse wirklich vertical, und wenn die andere Umdrehungs-Achse mit ihr einen rechten Winkel bildet, so wird alsdann diese letztere horizontal sein.

Untersuchung der Wtnkel der Achsen.

74. Wir haben schon früher gesehen, auf welche Weise, bei dem Universalinstrumente und auch beim Theodoliten in der horizontaler Aufstellung, die beiden Umdrehungs-Achsen unter einander senkrecht gestellt werden müssen. Bei der verticalen Aufstellung der Kreise des Theodoliten, ist aber der Winkel der beiden Achsen unveränderlich und vom Künstler durch mechanische Mittel nahezu 90° gemacht worden; es ist also wichtig die Richtigkeit desselben zu prüfen. Dieses geschieht am besten durch Anwendung eines künstlichen Horizontes *). Wenn die Vertical-Achse genau

*) Struve's Gradmessung in den Ostsee-Provinzen Russlands. I. Th. S. 46.

berichtigt ist und man das Fernrohr auf ein unbewegliches Object richtet, welches nicht im Horizonte liegt, sondern je näher am Zenith desto besser, und dann durch eine Drehung des Vernierkreises, das Fernrohr auf das reflectirte Bild des Gegenstandes führt, so wird das Bild nur in dem Falle vom Faden wieder geschnitten werden, wenn die Umdrehungs-Achse des Vernierkreises horizontal war, also einen rechten Winkel mit der Vertical-Achse bildete. Es ergiebt sich darnach gleich, ob die beiden Achsen einen rechten Winkel bilden oder nicht; aber die Bestimmung der Abweichung davon ist schwierig. Hierzu stellt man das Instrument nahe an einem hohen Gebäude auf ein passendes Stativ so auf, dass die Linie, welche durch zwei der Fussschrauben des Theodoliten geht, sich genau in derselben verticalen Ebene befindet, welche auf den zu beobachtenden Gipfel des Gebäudes gerichtet ist. Dann wird auf die bekannte Weise die Vertical-Achse genau berichtigt, und in einer gehörigen Entfernung vom Instrumente ein Quecksilber-Horizont so aufgestellt, dass das Bild des Gipfels des Gebäudes in der spiegelnden Oberfläche des Quecksilbers, durch das Fernrohr des Theodoliten gesehen werden kann. Nun richtet man das Fernrohr mit einem von seinen Verticalfäden zuerst direct auf den höchsten Punkt des Gebäudes, und gleich nachher auf das Bild desselben Punktes im Quecksilber-Horizonte. Wenn der erwähnte Faden mit diesem gespiegelten Bilde nicht zusammenfällt, so wird dieses ein Beweis sein, dass die Umdrehungs-Achse des Fernrohres keinen rechten Winkel mit der Vertical-Achse des Instrumentes bildet; alsdann lässt man den Faden mit dem Bilde dadurch zusammenfallen, dass man diejenige Fuss-Schraube dreht, welche in der Richtung der sogenannten Horizontal-Achse liegt. Ist dieses geschehen, so wird diese letzte Achse wirklich horizontal sein; aber durch die Verstellung der Fuss-Schraube ist die Vertical-Achse in der einen Richtung aus der Verticalen herausgebracht, und die Abwei-

chung derselben von der Lothlinie ist die Neigung der beiden Achsen. Um die Neigung der Verticalachse in dieser Richtung zu messen, giebt es mehrfache Mittel; das bequemste mag folgendes sein.

Man drehe den oberen beweglichen Theil des Instrumentes um 90° im horizontalen Sinne, so dass der Höhenkreis *T U* (Taf. 2. *a*. Fig. IV) mit dem Niveau in die Richtung zu stehen kommt, in welcher früher die Horizontalachse lag. Jetzt wird das Niveau, wenn es früher berichtigt gewesen, nicht mehr einspielen. Man kann aber die Umgänge der Fussschraube zählen, welche das Niveau wieder zum einspielen bringen, und auf diese Weise die Neigung in Umgängen der Schraube erkennen. Hierzu muss die Fussschraube an ihrem Kopfe eingetheilt, und mit einem Zeiger versehen sein. Da die Anzahl der Secunden, welche auf eine Umdrehung der Schraube gehen, leicht zu finden ist, so wird es auch leicht sein, die erwähnte Neigung in Secunden auszudrücken.

Dieses, und andere ähnliche Verfahren, sind immer mit dem Uebelstande verknüpft, dass man das Instrument dem irdischen Gegenstande sehr nahe aufstellen muss. Der Polarstern ist daher einem solchen Gegenstande vorzuziehen. Hat man zuerst die verticale Umdrehungs-Achse des Instrumentes, mit Hülfe des Niveaus und der Fussschrauben, genau lothrecht gestellt, so bleibt es nur übrig die Neigung der sogenannten Horizontalachse des Fernrohres zu bestimmen. Dazu wird ein Quecksilber-Horizont angewandt, und der Durchgang des Polarsternes im directen Bilde durch den einen, durch den anderen verticalen Faden aber, im reflectirten beobachtet. Aus diesen Beobachtungen lässt sich die Neigung sehr bequem finden, nach folgendem von H. v. Struve vorgeschlagenen Verfahren. *)

*) Breitengradmessung in den Ostsee-Provinzen Russlands. Theil I. Seite 29.

Die Zeit, welche der Polarstern gebraucht, um von einem Faden zum andern zu gelangen, kann aus vorhergehenden und gleichnachfolgenden Beobachtungen bei directem Bilde sehr leicht abgeleitet werden, und daraus wird es denn möglich sein, die Momente zu bestimmen, als der Polarstern sowohl bei directem als auch reflectirtem Bilde durch dieselbe Gesichtslinie gegangen ist. Es sei z. B. der Antritt des directen Bildes an den östlichen Faden um die Zeit t, an den westlichen Faden dagegen um die Zeit t', dann wieder bei directem Bilde an den östlichen Faden um die Zeit τ, und bei reflectirtem Bilde an den westlichen Faden um die Zeit τ', beobachtet, endlich seien noch einmal, die Antritte bei directem Bilde an den östlichen und westlichen Fäden um die Zeiten T und T' beobachtet, so hat man alsdann für die Reduction des einen Fadens auf den anderen:

$t' - t = l$ . . . . für die Zeit . . . . . $\frac{t' + t}{2}$ geltend,

$T' - T = L$ . . . . „ „ „ . . . . . $\frac{T' + T}{2}$ „

Daraus lässt sich sehr nahezu die Reduction λ für die Zeit $\frac{\tau' + \tau}{2}$ durch einfache Interpolation berechnen. Es wird dann $\tau + \lambda$ die Zeit ausdrücken, um welche der Polarstern durch den westlichen Faden direct durchgehen müsste; im reflectirten Bilde, aber ist er um die Zeit τ' durchgegangen; folglich ist:

$$\tau' - (\tau + \lambda) = k,$$

der Zeitintervall, um welchen das reflectirte Bild des Sternes später als das directe an den westlichen Faden gelangte. Ist nun F der Winkelabstand der beiden Fäden von einander, so wird der Ausdruck $\frac{k}{2\lambda} \cdot F = e$, die Abweichung e

des grössten Kreises des Instrumentes vom Verticalkreise am Orte des Sternes bestimmen. Folglich muss die Neigung der Horizontalachse des Fernrohres $= \frac{e}{\cos z}$ sein, wo z die Zenithdistanz des Polarsternes für das Moment $\frac{\tau' + \tau}{2}$ bedeutet, die Neigung wird als positiv betrachtet, wenn die westlichere Seite der Achse die höhere ist. Oder es wird auch die Neigung der Achse in Bogensecunden

$$= \tfrac{1}{2} \cdot \frac{15\, k . \cos \delta . \cos q}{\cos z}$$

sein; wo δ die Declination und q den parallactischen Winkel des Sternes für die Zeit $\frac{\tau' + \tau}{2}$ bedeutet.

75. Aehnlich wie nun bei der Messung horizontaler Winkel, das Versicherungsfernrohr dazu diente, um die Unveränderlichkeit des Horizontalkreises anzuzeigen, ebenso wird auch jede Aenderung in der Lage des höchsten Punktes am Verticalkreise durch das Sicherheitsniveau angedeutet. Beim Theodoliten ist dieses Niveau am Limbus, beim Universalinstrumente am Vernierkreise befestigt, und die Richtung der Gesichtslinie, nach den beobachteten Gegenstande zu, wird immer mit derjenigen Lage des höchsten Punktes am Verticalkreise verglichen, bei welcher die Mitte der Niveauröhre mit der Mitte der Blase zusammenfällt. Wenn aber aus irgend einer Ursache, eine kleine Drehung des Kreises in seiner Ebene um den Mittelpunkt desselben, stattfindet, so wird die Verstellung des höchsten Punktes durch eine entsprechende Verstellung der Blase gemessen.

Wir wollen z. B. annehmen, dass bei constanter Richtung der Gesichtslinie nach einem irdischen Gegenstande, die Blase

des Niveaus, in Folge einer Verschiebung des Kreises, sich aus der Mitte der Niveauröhre entfernt, und dass die Verniere eine zu kleine Zahl an dem Gradbogen angeben. Alsdann muss man die Verstellung der Blase, aus der Mitte der Niveauröhre in Secunden ausdrücken, und diesen Werth zu der Vernierangabe zulegen, um diejenige Ablesung der Verniere zu bekommen, bei welcher sich die Mitte der Blase in der Mitte der Niveauröhre befindet. Daher entspricht überhaupt eine Seite des Niveaus einer positiven, die andere Seite des Niveaus aber, einer negativen Correction. Um diese beiden Seiten von einander zu unterscheiden, bezeichnet man auf der Messingfassung, in welche die gläserne Röhre des Niveaus eingesetzt ist, die eine Seite mit (+), die andere aber mit dem Zeichen (—). Es befinde sich zum Beispiel der Nullpunkt der Theilung auf der Mitte der Glasröhre, und von diesem aus, nähmen die Zahlen der Niveautheilung nach beiden positiven und negativen Seiten der Röhre zu; es entspreche, das eine Ende der Blase dem Striche der Niveautheilung $+ a$, das andere aber dem Striche $- b$; und es sei t die Zahl von Secunden, welche in einem Theile des Niveaus enthalten sind, so wird offenbar $+ \frac{a-b}{2}.t$ die Berichtigung ausdrücken, welche man zur Vernierablesung am Verticalkreise zulegen muss, um diese Ablesung auf die Hauptlage des Limbus zu reduciren. Es ist leicht zu entscheiden, auf welcher Seite des Niveaus man (+), und auf welcher Seite man (—) zählen muss; denn hierzu ist es nur nöthig zu bemerken, dass die Richtung von der negativen Seite des Niveaus nach seiner positiven Seite hin, ganz dieselbe, wie die Richtung der Zunahme der Theilung auf dem untersten Theile des Limbus des Verticalkreises sein muss. Wenn das Niveau nicht am Limbus, sondern am Alhidadenkreise befestigt ist, wie dieses beim Universalinstrumente, so wie auch bei vielen anderen Instrumenten stattfindet, so muss dagegen die obige

Regel umgekehrt werden Uebrigens ist es immer leicht, sich durch Probiren zu versichern, ob die auf den Niveau-Enden festgesetzten Zeichen + und —, in Beziehung auf die Vernierablesungen der positiven oder negativen Seite des Niveaus entsprechen. Hierzu lässt man nämlich die Blase zuerst auf die Mitte der gläsernen Niveauröhre einspielen, und richtet das Fernrohr auf irgend einen irdischen Gegenstand; nachdem man nun die Verniere abgelesen hat, verändert man, mit Hülfe einer hierzu bestimmten Micrometerschraube, die Lage des Kreises, an welchem das Niveau befestigt ist, auf solche Weise, dass die Blase nach einer gewissen Seite der Niveauröhre hinläuft; nun richtet man das Fernrohr wieder auf den früheren Gegenstand, und wenn man an den Vernieren eine kleinere Ablesung findet, so ist dieses ein Beweis, dass man die Niveaublase nach der positiven Seite hin bewegt hat.

76. Der Winkelwerth eines Niveautheiles lässt sich auch hier in Secunden bestimmen, ebenso wie wir es (§. 47. Seite 92.) gezeigt haben; aber hier kann man immer die Zahl von Secunden, welche in einer Umdrehung der Schraube am Fusse des Instrumentes enthalten sind noch auf eine andere, als auf die dort angegebene Weise herleiten. Hierzu zieht man nämlich auf dem Stative auf welches der Theodolit, als Höhenkreis gestellt wird, eine gerade Linie so, dass sie durch irgend einen deutlichen irdischen Gegenstand hindurchgeht, und errichtet darauf ein Senkrechte. Auf diese letztere stellt man zwei Fussschrauben des Instrumentes auf, die dritte aber, deren Gang man untersuchen will, stellt man auf die Linie, welche vom Instrumente nach dem oben erwähnten Gegenstande geht. Alsdann stellt man das Instrument mittelst des Niveaus richtig auf; richtet darauf das Fernrohr so, dass der Gegenstand, genau in der Mitte des Raumes zwischen beiden Horizontalfäden erscheint, und liest die Verniere am Verticalkreise, und die Theilung am Kopfe der

zu untersuchenden Schraube ab, gegenüber welcher, sich ein Zeiger zum Ablesen befindet. Hiernach dreht man den Schraubenkopf, um eine volle Umdrehung herum; so wird alsdann das Bild des beobachteten Gegenstandes nicht mehr zwischen den horizontalen Fäden liegen; man bringt es aber dann wieder, mittelst der Micrometerschraube, die zur Einstellung des Fernrohres bestimmt ist, in die Mitte des Raumes zwischen den beiden Horizontalfäden. Der Limbus bleibt dabei unveränderlich und nur der Alhidadenkreis, wird zugleich mit dem Fernrohre gedreht; liest man also nochmals die Angaben der Verniere ab, so wird der Unterschied zwischen dieser Ablesung und der vorher bei der ersten Einstellung gefundenen, gleich dem Werthe einer Umdrehung der Fussschraube, in Minuten und Secunden ausgedrückt, sein.

Als Beispiel wollen wir den Werth eines Niveautheiles, an der Libelle eines Ertelschen Theodoliten bestimmen; diese Libelle war am Limbus, oder am eingetheilten verticalen Hauptkreise befestigt; eine der drei Fussschrauben des Instrumentes, war am Umfange ihres Kopfes in 40 Theile eingetheilt. In der berichtigten Aufstellung des Instrumentes fand man alsdann:

a) Angaben der 4 Verniere bei der Einstellung des Fernrohres auf einen terrestrischen Gegenstand:	*b*) Ablesungen an den Vernieren bei der Einstellung des Fernrohres auf ganz denselben Gegenstand, als die Schraube einmal vollständig umgedreht worden war:
260 ° 37′ 36″	260 ° 27′ 34″
34	34
50	48
40	40
Mittelzahl . . . 260 ° 37′ 40″	Mittelzahl . . . 260 ° 27′ 39″

Der Unterschied dieser Mittelzahlen ist $= 10' 1'' = 601$ Bogensecunden, welches also der Winkelwerth einer ganzen Umdrehung der Fussschraube ist. Nachdem man darauf auf ganz dieselbe Weise verfahren hatte, wie wir es in (§. 47. Seite 92.) gezeigt haben, als wir vom Durchgangsinstrumente sprachen; wurde gefunden, dass eine ganze Umdrehung der Fussschraube, 250.7 Niveautheile enthielt, so dass folglich:

$$250.7 \text{ Niveautheile} = 601'', \text{ oder } 1 \text{ Niveautheil} = 2''.397,$$
$$\text{sehr nahe} = 2.''40.$$

77. Es bleibt nur noch übrig zu zeigen, auf welche Weise man Zenith-Distanzen misst, und zur grösseren Einfachheit, wollen wir dabei annehmen, dass die zu beobachtenden Gegenstände, unbewegliche oder terrestrische Objecte sind.

Bei dem Theodoliten, werden die Vertical-Ebenen, des Limbus- und des Alhidaden-Kreises an einem gewissen Punkte ihres Umfanges mit einander verbunden, so dass die Lage des Alhidadenkreises nur durch die Wirkung der Micrometer-Schraube, in Bezug auf den Limbus geändert werden kann; wodurch aber eine Durchbiegung hervorgebracht wird, welche wir schon am Ende von (§. 69. Seite 178.) erwähnt haben; um desshalb den Einfluss dieser Fehlerquelle zu eliminiren, muss man hier bei jeder Lage des Instrumentes ebenfalls, wie dort angegeben, zwei Einstellungen bei entgegengesetzten Bewegungen der Micrometer-Schraube machen.

Wir wollen hierbei annehmen, dass das Instrument, schon in jeder Beziehung berichtigt, und auf gehörige Weise mittelst des Niveaus aufgestellt worden ist. Man bemerkt sich alsdann, bei welcher Lage des Höhenkreises die Beobachtungen anfangen (d. h. entweder Verticalkreis rechts,

oder Verticalkreis links vom Beobachter, richtet darauf das Fernrohr, aus freier Hand, auf den zu beobachtenden Gegenstand und zieht dann die Druckschraube fest an. Darauf macht man vermittelst der Micrometer-Schraube eine genaue Einstellung des Fernrohres auf solche Weise, dass dadurch das Bild des Gegenstandes, von oben nach unten, dem Horizontalfaden in der Mitte des Fernrohres näher kommend, genau in die Mitte des Raumes zwischen die beiden Horizontalfäden gebracht wird; dann liest man die Lage der beiden Enden der Blase ($+ a$ und $- b$), an demjenigen Niveau ab, welches mit dem Verticalkreise fest verbunden ist, und schreibt zugleich die Angaben aller Verniere an diesem Kreise auf, indem man nur beim 1sten Vernier die Grade abzulesen braucht, die Minuten und Secunden aber an allen vieren. Sobald diese erste Beobachtung des Gegenstandes beendigt ist, macht man eine zweite auf solche Weise, dass hierbei durch die Drehung der Fernrohr-Micrometerschraube, das Bild des Gegenstandes, sich den beiden Horizontalfäden von unten nach oben nähert; und wiederum genau in die Mitte zwischen diese beiden Fäden kommt; dann liest man die Blasen-Enden am Niveau ab, und auch die Angaben der Verniere. Verbessert man darauf, die Ablesungen der Verniere, welche bei der ersten und zweiten Einstellung des Gegenstandes, abgelesen wurden, für ihre entsprechenden Niveau-Angaben, und nimmt darauf die halbe Summe aller dieser Ablesungen, so erhält man das Mittel der Ablesungen bei der Isten Lage des Instrumentes, welches von der erwähnten Durchbiegung der Speiche frei sein wird. Alsdann dreht man den oberen Theil des Instrumentes um einen Halbkreis oder 180° in horizontaler Richtung herum; wodurch der Verticalkreis sich nun in der entgegengesetzten Lage befinden wird, z. B. von der linken Seite nach der rechten Seite des Beobachters zu, und in dieser neuen Lage des Instrumentes, wiederholt man die Messungen noch ein Mal, indem man zwei neue

Einstellungen durch entgegengesetzte Bewegungen der Micrometerschraube hervorbringt.

Aus diesen Beobachtungen wird man nun die Zenithdistanz des Gegenstandes $= z$, und auch den Ort des Zeniths auf dem Limbus finden können, d h. diejenige Angabe $= M$, welche die Verniere zeigen werden, wenn die optische Achse des Fernrohres genau nach dem Zenithe gerichtet wird. Auf den Münchener Instrumenten, nimmt die Gradtheilung an den Verticalkreisen fortwährend von 0 bis 360°, an dem obersten Theile des unbeweglichen Kreises von links nach rechts zu. Wenn wir daher annehmen, dass die Mittelzahl, der schon für Niveau und Durchbiegung corrigirten Ablesungen der Verniere, bei derjenigen Lage des Instrumentes, als der Verticalkreis, sich für einen Beobachter, der sein Gesicht nach dem Gegenstand wendete, auf der rechten Seite der verticalen Achse befand, $= R$ war, und ferner als der Verticalkreis sich links befand $= L$ war, so wird bei den Münchener Instrumenten $R > L$ anzunehmen sein, und folglich überhaupt:

$$\textit{Ort des Zeniths} \text{ oder } M = \frac{R+L}{2};$$

$$\textit{Zenithdistanz} \text{ oder } z = \frac{R-L}{2};$$

wenn es nicht möglich sein sollte, die letztere Grösse L von R abzuziehen, so legt man zu R, einen ganzen Umkreis, oder 360° hinzu; so dass alsdann: $M = \frac{360^\circ + R + L}{2}$, und dann wird in diesem Falle:

$$z = M - L = R - M.$$

Beispiel Mit Hülfe des Höhenkreises eines Theodoliten, bestimmte man die Zenithdistanz des obersten Kreuzes einer

entfernten Kirche; das am Limbus befindliche Niveau, war ganz eben dasselbe, welches wir schon oben erwähnt haben; folglich ein Theil dieses Niveaus sehr nahe $= 2''.40$.

I^ste *Lage des Instrumentes. Verticalkreis rechts.*

1ste Einstellung (von unten nach oben)

Ablesung am Niveau	Ablesung an den Vernieren
$+ 10.2 - 13.2$	$327^0\ 15'\ 34''$
	46
	34
	44
Mittelzahl	$327^0\ 15'\ 39''.5$
Correc. wegen Niveau $= \left(\frac{+10.2 - 13.2}{2}\right).2''.40 =$	$-3''.6$
Mittel der verbesserten Ablesungen	$= 327^0\ 15'\ 35''.9$

2te Einstellung (von oben nach unten)

Ablesung am Niveau	Ablesung an den Vernieren
$+ 9.7 - 15.7$	$327^0\ 15'\ 36''$
	50
	37
	47
Mittelzahl	$327^0\ 15'\ 42''.5$
Correc. wegen Niveau $= \left(\frac{+9.7 - 15.7}{2}\right).2''.40 =$	$-4''.8$
Mittel der verbesserten Ablesungen	$= 327^0\ 15'\ 37''.7$

Man findet nun, indem man die Mittelzahl aus den beiden obigen Mittelzahlen für die verbesserten Vernierablesungen, bei beiden Einstellungen nimmt, dass:

$$R = 327^0\ 15'\ 36''.8$$

Nachdem der obere Theil des Instrumentes nunmehr um 180° in horizontaler Richtung gedreht worden war, fand man in der:

II^ten *Lage des Instrumentes. Verticalkreis links.*

1ste Einstellung (von unten nach oben)

Ablesung am Niveau	Ablesung an den Vernieren
+ 12.5 — 10.2	149° 16′ 22″
	14
	12
	20
Mittelzahl	149° 16′ 17″.0
Correc. wegen Niveau $= \left(\frac{+12.5-10.2}{2}\right).2''.40$	$= +\ 2''.7$
Mittel der verbesserten Ablesungen	$= 149°\ 16'\ 19''.7$

2te Einstellung (von oben nach unten)

Ablesung am Niveau	Ablesung an den Vernieren
+ 12.5 — 12.0	149° 16′ 24″
	15
	13
	22
Mittelzahl	149° 16′ 18″.5
Correc. wegen Niveau $= \left(\frac{+12.5-12.0}{2}\right).2''.40$	$= +\ 0''.6$
Mittel der verbesserten Ablesungen	$= 149°\ 16'\ 19''.1$

Hiermit wird also . . . . . $L = 149°\ 16'\ 19''.4$

und da nach dem vorigen . . . . . $R = 327°\ 15'\ 36''.8$

so hat man endlich:

Ort des Zeniths $= M = \frac{1}{2}(R + L) = 238°\ 15'\ 58''.1$

Zenithdistanz $= z = \frac{1}{2}(R - L) = 88°\ 59'\ 38''.7$

Wenn die Theilung am obersten Theile des Kreises ebenfalls von der Linken nach der Rechten zunimmt, diese Theilung sich aber am beweglichen Kreise, oder an einem Limbus befindet, der sich zugleich mit dem Fernrohre dreht, während die Verniere sich am festen Kreise befinden, so muss man offenbar die obige Regel umkehren, und erhält alsdann:

$$z = \frac{L - R}{2} = M - R = L - M.$$

Bestimmung der Zenithdistanz eines Gestirnes.

78. Da die Zenithdistanzen der Gestirne sich unaufhörlich ändern, so muss man bei jeder Beobachtung die Zeit aufschreiben. Der Stern wird hierbei entweder in die Mitte der Fäden, oder in die Mitte des kleinen Rechteckes eingestellt, welches von den gegenseitigen Durchschnitten der beiden horizontalen und beiden verticalen Fäden gebildet wird. Wenn man die Sonne beobachtet, so muss man den Ober- oder Unterrand, auf solche Weise, auf die Mitte der Fäden, oder in das erwähnte kleine Rechteck einstellen, dass eine an diesen Rand horizontal gelegte Tangente, den Raum zwischen den beiden Horizontalfäden in zwei gleiche Hälften zu theilen scheint. Wünscht man ausserdem die Zenithdistanz des Zentrums eines Gestirnes unabhängig von seinem Halbmesser zu finden, welcher in schwachen Fernröhren, wegen einiger später zu erwähnenden Ursachen, etwas zu gross erscheint, so muss man, abwechselnde Beobachtungen des Ober- und Unterrandes in gleicher Anzahl anstellen. Bei dem Monde, wird dieses selten möglich sein, weil man meistens nur einen Rand des Mondes sehen kann; in diesem Falle erhält man die Zenithdistanz des Mondcentrums dadurch, dass man zu der beobachteten Zenithdistanz seines Ober-

randes den scheinbaren Halbmesser dieses Gestirnes zulegt, oder von der Zenithdistanz seines Unterrandes diesen Halbmesser abzieht.

Es versteht sich von selbst, dass die Beobachtungen überhaupt in beiden Lagen des Instrumentes angestellt werden müssen In jeder besonderen Lage des Instrumentes (bei *K R* und *K L*) muss man 2 Einstellungen nach zwei entgegengesetzten Richtungen machen; im ganzen also werden vier Beobachtungen gemacht, welche eine vollstandige Reihe bilden. Beabsichtigt man eine zweite ähnliche Reihe von Beobachtungen anzustellen, so muss man zwei Einstellungen in einer Lage des Instrumentes (zum Beispiel bei *K L*), viere, bei der anderen (bei *K. R*) und darauf wiederum zwei Einstellungen bei der ersten Lage des Instrumentes (*K L*) machen. Ebenso verfährt man auch, wenn man eine grössere Anzahl von Beobachtungsreihen veranstalten will. Um aber zugleich den Einfluss der zufälligen Fehler der Gradtheilung an dem Kreise zu verringern, so muss man nach Beendigung, einer oder einiger vollständiger Beobachtungsreihen, den Ort des Zeniths regelmässig um aliquote Theile des Kreises ändern, und darauf neue Beobachtungsreihen anstellen.

Weit ausserhalb des Meridianes ändert sich die Zenithdistanz eines Gestirnes rasch genug, so dass man nicht mehr nöthig hat, das Fernrohr mittelst der Micrometerschraube einzustellen; und es genügt das Fernrohr so zu richten, dass das Gestirn durch seine scheinbare tägliche Bewegung, in kurzer Zeit in die Mitte des Raumes zwischen beiden Horizontalfäden tritt. Befestigt man den beweglichen Verticalkreis durch die Druckschraube, so braucht man ihn nur ein wenig im Azimuth zu drehen, und abzuwarten bis der Stern (oder der Rand des Gestirns, welches einen Durchmesser hat) in die Mitte des erwähnten kleinen Rechteckes tritt; in diesem Augenblicke fängt man im Kopfe, nach den Schlä-

gen der Uhr, Null zu zählen an, und bemerkt bald darauf, indem man immer mit den Schlägen der Uhr fortzählt, die genaue Angabe des Secundenzeigers am Chronometer, und ebenfalls die Stunden und Minuten; zieht man von dieser Angabe die mitgezählten Schwingungen der Unruhe, indem man sie in Secunden und Theile von Secunden verwandelt ab, so bekömmt man die entsprechende Zeit der Beobachtung nach den Chronometer.

In diesen Fällen, wird es bequemer sein, statt zweier sich sehr naher horizontaler Fäden, nur einen feinen zu gebrauchen, und alsdann die Zeit des Durchganges des Sternes, durch diesen Horizontal-Faden, ebenso zu beobachten, wie es bei der Beobachtung eines Sternes durch die Verticalfäden des Mittagsrohres geschieht. Man kann daher im Fadennetze zwei einander sehr nahe Horizontal-Fäden, und in einer gewissen Entfernung von ihnen, einen dritten mit diesen parallelen und recht feinen Faden aufspannen; die ersten beiden kann man bei der Beobachtung von Zenithdistanzen, in der Nähe des Meridianes, den dritten aber in solchen Fällen benutzen, wenn die Höhe des Gestirnes sich rasch ändert. Den Vortheil solcher Netze, haben wir bei vielen Gelegenheiten erprobt; sie können auch ebenfalls mit Nutzen bei Sonnen-Beobachtungen angewandt werden, wenn man nämlich sehr dunkel gefärbte Blendgläser gebraucht, in diesem Falle ist es nicht gut möglich den Raum zwischen den beiden Horizontalfäden zu sehen, man beobachtet daher weit sicherer die Berührung mit einem besonderen Horizontalfaden.

Da nun die Zenithdistanzen eines Gestirnes sich immerwährend verändern, so muss man um die scheinbare Zenithdistanz aus jeder entsprechenden Einstellung des Fernrohres finden zu können, vorläufig den Ort des Zeniths am Verticalkreise kennen, welcher am einfachsten durch die Beobachtung irgend eines terrestrischen Gegenstandes bestimmt werden kann; jedoch kann man auch dazu ebenfalls die Be-

obachtung eines dem Meridiane sehr nahen Sternes anwenden. Zieht man nun von dem Orte des Zeniths das Mittel, der für Niveau verbesserten, Ablesungen der Verniere bei Verticalkreis links ab, oder zieht man von dem ebenso verbesserten Mittel der Ablesungen bei Verticalkreis rechts den Ort des Zeniths selbst ab, so erhält man an den Münchener Instrumenten die Zenithdistanz. Damit aber eine Ungenauigkeit in der Bestimmung des angenommenen Ortes des Zeniths keinen Einfluss auf das Endresultat hat, so muss man den Stern, dessen Zenithdistanz zu messen ist, bald bei Kreis rechts, bald bei Kreis links beobachten; die Beobachtungen aber in kurzen Zeitintervallen, regelmässig und abwechselnd in gleicher Zahl, in beiden Lagen des Instrumentes, nach einander folgen lassen.

79. Beobachtet man bei Tage, so muss man das Instrument im Schatten aufstellen; weil die Sonnenstrahlen durch ihre Wärme, die verschiedenen Theile des Instrumentes nicht gleichmässig ausdehnen würden, und mithin grössere oder kleinere ungleichförmige Veränderungen, dadurch hervorgebracht würden. Den allerschädlichsten Einfluss bringen die Sonnenstrahlen auf das Niveau hervor; wenn nämlich ein gewisser Theil des letzteren sich im Schatten befindet, der von irgend einem Theile des Instrumentes herrührt; der andere Theil des Niveaus aber, der directen Wirkung der Sonnenstrahlen ausgesetzt ist; denn alsdann wird der leere Raum, oder die Blase, welche sich in der mit Spiritus oder Schwefeläther angefüllten Röhre des Niveaus befindet, nicht mehr auf den höchsten Punkt der gläsernen Röhre einspielen, sondern sich nach derjenigen Seite hin bewegen, welche am wenigsten erwärmt ist, und so wie die Lage des Instrumentes, oder der Ort der Sonne sich ändert, wird auch die Blase sich bewegen; wodurch es also ganz unmöglich werden würde sich auf die Angabe des Niveaus zu verlassen.

Man muss daher stets die grösste Aufmerksamkeit auf das Niveau wenden; gebraucht man einen Theodoliten, so kann man die Niveau-Angaben, welche jeder Einstellung des Fernrohres entsprechen, leicht ablesen; beim Universal-Instrumente befindet sich aber der Kreis, an welchem das Niveau sitzt, weit vom Beobachter ab; sollte dieser daher keine besondere Fertigkeit haben, so muss er sich eines Gehülfen bedienen, welcher bei jeder Beobachtung das Niveau, welches seine Lage etwas durch das Umdrehen des Fernrohrs ändert, durch die Micrometerschraube, welche den Verticalkreis bewegt, zuvor einstellt.

Von dem Einflusse des Collimationsfehlers des Fernrohres und der nicht genauen Verticalität des Höhenkreises auf die Messung von Zenithdistanzen.

80. Wenn man auch das Instrument noch so sorgfältig berichtigt, so wird sich doch eine solche Berichtigung niemals ganz genau erreichen lassen, und daher wollen wir jetzt untersuchen, wie klein die Fehler werden müssen, um keinen merklichen Einfluss mehr auf die Messung der Zenithdistanzen hervorzubringen. Es sei daher der Collimationsfehler der optischen Achse des Fernrohres oder der Hauptgesichtslinie in Bogensecunden ausgedrückt $= c$; die Neigung des Kreises aber; an welchem die Zenithdistanzen gemessen werden, gegen die Verticalebene sei in Bogensecunden $= t$; und nun wollen wir annehmen, dass in Fig. 29. Tafel I.; Z das Zenith ist, S der Ort des beobachteten Gegenstandes, $S\,E$ die Ebene, welche die optische Achse des Fernrohres bei der Drehung des Alhidadenkreises im Inneren des Limbus

beschreibt, und welche sehr nahezu eine verticale Lage hat; und endlich sei $D\,B$ eine Ebene, welche mit der Ebene parallel ist, die von der optischen Achse beschrieben würde, wenn sie wirklich auf der Umdrehungs-Achse des Fernrohres senkrecht stände. Alsdann wird $S\,E$ einen kleinen, $D\,B$ aber einen grossen Kreis der Himmelskugel darstellen, welcher der Ebene des Limbus entspricht; nehmen wir nun an, dass der Punkt A der Pol des Kreises $D\,B$ ist, und ziehen die Bögen $Z\,A$ und $S\,A$, so folgt, dass der Bogen $Z\,B = t$, und der Bogen $B\,E = D\,S = c$ sein wird. Der wirkliche Winkelabstand des Gegenstandes S vom Zenith Z, wird gleich $Z\,S = z'$ sein, die durch das Instrument gegebene Zenithdistanz wird aber $= D\,B$ oder $=$ Winkel A sein, welchen wir gleich z setzen wollen; wenn wir dabei voraussetzen, dass das Zenith Z weiter von dem Punkte A, der kleine Kreis $S\,E$ aber näher an A liegt, als der grosse Kreis $B\,D$, so erhält man in dem sphärischen Dreiecke $Z\,S\,A$: $Z\,A\,S = z$, $Z\,S = z'$; $S\,A = 90^0 - c$, $Z\,A = 90^0 + t$, folglich:

$$\cos z' = -\sin t \sin c + \cos t \cos c \cos z \quad \ldots \quad (a)$$

$$\cos z - \cos z' = \cos z\,(1 - \cos t \cos c) + \sin t \sin c$$

$$2 \sin\left(\frac{z' + z}{2}\right) \sin\left(\frac{z' - z}{2}\right) = (2 \sin^2 \tfrac{1}{2} t + 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} c - 4 \sin^2 \tfrac{1}{2} t \sin^2 \tfrac{1}{2} c)\ \cos z + \sin t \sin c$$

Vernachlässigt man hierbei wegen der Kleinheit der Werthe, von t und c, die Glieder 4ter Ordnung, so kann man mit genügender Annäherung annehmen, dass:

$$z' - z = \tfrac{1}{2}\,(t^2 + c^2) \frac{\sin 1''}{tg\, z} + \frac{t.\,c.}{\sin z} \sin 1'', \text{ oder}$$

$$z' - z = \frac{(t + c)^2}{2\, tg\, z} \cdot \sin 1'' + t.\,c.\, tg\, \tfrac{1}{2} z \sin 1'' \quad \ldots \quad (b)$$

Hieraus sieht man, dass die untersuchten Fehler nur alsdann merkliche Correctionen nöthig machen, wenn die Zenithdistanzen klein werden; wenn zum Beispiel der beobachtete Ort des Sternes dem höchsten Punkte E des kleinen Kreises $S\,E$ entspricht, so wird $z = o$ und aus der genauen Formel (a) folgt dann, dass $z' - z = t + c$; wenn daher z eine kleine Anzahl von Minuten beträgt, so dass man in der Gleichung (a), annehmen kann, dass $\cos z = 1$, so wird auch die Correction von z, gleich der algebraischen Summe der Fehler t und c werden. Bei gut berichtigten Instrumenten werden die Fehler t und c nie mehr als ein Paar Minuten betragen können; gewöhnlich aber werden sie noch kleiner sein; setzten wir zum Beispiel $t = +60''$ und $c = +60''$, so wird in diesem Falle, wenn $z = 1^0$ ist, nach der Formel (b), die Correction $z' - z$ sehr nahe $= 2''$, gefunden werden; bei $z = 5^0$, wird sie aber schon kleiner als $0''.4$ und endlich bei $z = 10^0$, kleiner als $0''.2$, so dass sie also über diese Grenze hinaus, beinahe als verschwindend angesehen werden kann.

Von den Correctionen, welche von dem Einflusse der Schwere auf das Instrument herrühren.

81. Die Metalle aus denen man die verschiedenen Theile der Instrumente anfertigt, werden niemals vollkommen ganz hart, noch überhaupt gleichartig sein; sondern wir müssen in ihnen eine stärkere oder schwächere Biegsamkeit annehmen, welche an verschiedenen Stellen, verschieden sein wird. Folglich wird auch die Schwerkraft sowohl in der horizontalen Achse, um welche das Fernrohr sich dreht, als auch in dem Fernrohre und in dem in Grade eingetheilten Kreise selbst, verschiedene Durchbiegungen hervorbringen. Diese Biegungen sind besonders wichtig; die erste hat einen Einfluss auf die

Genauigkeit der gemessenen horizontalen Winkel oder der Azimuthe, und auf die Zeit der Beobachtung des Gestirnes im Durchgangs-Instrument; die zweite auf die Messung der Zenithdistanzen der Gestirne, und die letzte endlich auf die Messung eines jeden, sowohl horizontalen, als auch verticalen Winkels.

Die Durchbiegung der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohres wird bei unserem beschriebenen Durchgangs-Instrumente und auch beim Theodoliten in seiner horizontalen Aufstellung, niemals merklich sein können, weil in diesen beiden Fällen, das Fernrohr sich in der Mitte einer sehr festen horizontalen Umdrehungs-Achse befindet, und von zwei starken abgestumpften Kegeln getragen wird, die ihre breite Grundfläche am Fernrohre selbst haben, so dass sie gewissermaassen die beiden Hälften der Umdrehungs-Achse bilden. Beim Universal-Instrumente ist aber das Fernrohr am äussersten Ende der Umdrehungs-Achse angebracht, und an der anderen Seite dieser Achse equilibirt, das Fernrohr selbst, ist jedoch sehr leicht, und der kurze stählerne Zapfen an welchem es sitzt, dagegen sehr fest, so dass also auch in diesem Falle eine Durchbiegung der Achse kaum zu erwarten sein sollte; weshalb wir auch nur der Vollständigkeit wegen erwähnen wollen, von welcher Art die Fehler sind, welche die Durchbiegung der Umdrehungs-Achse hervorbringt. Diese Durchbiegung wird nun so wirken müssen, dass die aus der Niveau-Ablesung hergeleitete, und für Ungleichheit der Zapfen schon verbesserte Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohres, nicht die wirklich wahre Neigung dieser Achse gegen den Horizont sein wird, sondern sie wird von dieser wahren Neigung um eine Grösse verschieden sein müssen, welche gleich dem Winkelwerthe der Durchbiegung in Secunden ausgedrückt ist. Bezeichnet man daher solcherweise die Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse, wie sie vermittelst des Niveaus

bestimmt worden ist, durch t; die Durchbiegung der horizontalen Umdrehungs-Achse aber durch y, so wird die wahre Neigung dieser Achse $= t + y$ werden. Wenn aber die Achse so umgelegt würde, das ihr rechtes Ende auf das linke Pfannenlager käme; und nehmen wir an, dass t alsdann in t' überging, so ist es klar, dass in dieser neuen Lage der Achse; ihre wahre Neigung $= + t' - y$ werden müsste. Man sieht also hieraus, dass die Durchbiegung nach der Umlegung entgegengesetzt wirkt, und wenn man daher, Durchgänge von Sternen, bei einem und demselben Azimuthe des Fernrohres, aber bei entgegengesetzten Lagen der horizontalen Umdrehungs-Achse, beobachtet, so wird das mittlere Resultat, frei von der Durchbiegung der Achse sein müssen *). Ebenso ist es auch leicht einzusehen, dass wenn t, t' und der Collimationsfehler der optischen Achse des Fernrohres genau bekannt sind, man alsdann auch aus den beobachteten Zeiten der Durchgänge von Sternen, in beiden Lagen des Instrumentes, wiederum ebenfalls auf die Grösse der Durchbiegung $= y$ schliessen kann; jedoch wird diese Art die Durchbiegung zu ermitteln, sehr unzuverlässig sein, weil kleine Ungenauigkeiten in t, t' und im Collimationsfehler sich meistens im Werthe von y vergrössern. Eine andere weit vorzüglichere Art die Durchbiegung der horizontalen Umdrehungs-Achse des Universalinstrumentes zu

*) Man könnte übrigens noch eine seitliche Durchbiegung annehmen, welche streben würde das Azimuth des Fernrohres ein klein wenig zu verändern; indessen wird diese Aenderung in beiden Lagen des Instrumentes vor und nach der Umlegung der horizontalen Umdrehungs-Achse numerisch constant bleiben, und aus dem Mittel der Azimuthe verschwinden, welche man mit Hülfe astronomischer Beobachtungen in beiden Lagen bestimmt hat, mithin also auch auf die Resultate, welche aus diesen Beobachtungen gefolgert werden, keinen Einfluss haben.

ermitteln, besteht in der Anwendung eines künstlichen Quecksilber-Horizontes. Hierzu sucht man nämlich zuerst, durch wirkliche Umlegung der horizontalen Umdrehungs-Achse, so genau wie nur irgend möglich, die Ungleichheit in der Dicke der Zapfen zu erforschen, alsdann sucht man die Neigung der Umdrehungs-Achse mittelst des Niveaus; und bestimmt ebenfalls die Neigung der Umdrehungs-Achse, indem man den Polarstern (*α Ursae minoris*) zuerst direct, an einigen Fäden im Gesichtsfelde des Fernrohres, und darauf sein gespiegeltes Bild auf der Oberfläche des künstlichen Quecksilber-Horizontes an den andern Fäden im Fernrohre beobachtet. Aus diesen Beobachtungen, kann man alsdann, ganz genau ebenso wie wir es in (§. 67. Seite 169.) gezeigt haben, ohne weiteres die wahre Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse des Fernrohres $t + y$ oder $t' - y$ herleiten; wobei die Werthe von t oder t' schon bekannt, der von y aber, erst noch zu finden ist. Auf ähnliche Weise stellt man nun eine Beobachtung bei der entgegengesetzten Lage des Instrumentes an, indem man hierzu den oberen beweglichen Theil des Instrumentes um 180° horizontal herumdreht; aus der Uebereinstimmung der bei diesen beiden entgegengesetzten Lagen gefundenen Werthe von y, wird man dann den wahrscheinlichsten Werth von y finden und auch schliessen können ob die Curve, welche die Gesichtslinie des Fernrohres, bei seiner Umdrehung um die horizontale Umdrehungs-Achse herum, beschreibt, auch wirklich in einer Ebene liegt oder nicht.

Ueberhaupt wirkt die Durchbiegung der horizontalen Umdrehungs-Achse, ganz ähnlich wie eine Neigung dieser Achse selbst, und folglich muss man sie auch in der Rechnung auf ähnliche Weise berücksichtigen; es sei zum Beispiel die Durchbiegung $= y$, so wird diese alsdann auf die Ablesungen der Verniere am Horizontal-Kreise einen Einfluss hervorbringen, der gleich $y \cot g\, z$ ist, wo z die Zenithdistanz des beobachteten Gegenstandes bedeutet.

82. Wir wollen nun den Einfluss der Schwerkraft, auf die Durchbiegung des Fernrohres untersuchen; wobei man diese Wirkung mit derjenigen vergleichen kann, welche ein Gewicht, welches an einem der Enden des Fernrohres angehängt wäre, hervorbringen würde. Wenn nämlich das Fernrohr eine horizontale Lage hat, so wird ein solches Gewicht das Fernrohr am stärksten durchzubiegen streben, und daher auch die Durchbiegung alsdann am grössten sein; dagegen wird die Schwerkraft in dieser Beziehung gar keine Wirkung auf die Richtung des Fernrohres hervorbringen, wenn es genau vertical gestellt ist. In allen anderen Zwischenlagen, wenn zum Beispiel das Fernrohr mit der Verticallinie, einen Winkel $= z$ bildet, wird man durch das Kräftenparallelogramm sogleich die Wirkung der Schwerkraft in zwei Kräfte zerlegen können; wovon die eine in der Richtung des Fernrohres wirkt, die andere aber senkrecht auf dieser steht; die erstere von beiden wird die Lage des Fernrohres gar nicht ändern können, die zweite aber strebt die Lage des Fernrohres zu verrücken. Nimmt man nun die volle Wirkung der Schwere auf die Richtung des Fernrohres, wenn das Fernrohr horizontal ist als Einheit an, und nimmt man ebenfalls an, dass beide eben erwähnten Kräfte in der Ebene des Verticales wirken, der durch die optische Achse des Fernrohres geht, so wird die zweite der beiden eben angegebenen Kräfte dem $\sin z$ proportional werden, so dass also, wenn man die grösste Durchbiegung, oder diejenige im Horizonte $= b$ setzt, alsdann auch die Durchbiegung des Fernrohres, welche stattfinden wird, wenn dieses mit der Lothlinie einen Winkel z bildet $= b \sin z$ sein wird.

Auf diese Weise wird also in der gemessenen Zenithdistanz ein Fehler hervorgebracht, welcher von der Aenderung der Lage des Fernrohres durch die Wirkung der Schwere herrührt; wenn daher die Zenithdistanz aus den

Beobachtungen $= z$ gefunden wurde, so kann man für ihren angenähert wahren Werth $z + b \sin z$ annehmen, wo b sowohl positiv, als auch negativ sein kann.

Zur Bestimmung von b giebt es nun verschiedene Methoden; die allergenaueste von ihnen, rührt von Bessel her, und wird vorzüglich bei grösseren Instrumenten angewandt; sie besteht in folgendem (Astronomische Nachrichten No. 61); man stellt nämlich das Instrument, mittelst des Niveaus so auf, dass sein Verticalkreis, auch wirklich vertical steht, richtet alsdann das Fernrohr beinahe horizontal, und stellt in seiner Nähe, auf beiden Seiten zwei Fernröhre A und B auf, die ihre Objective nach dem Instrumente kehren; diese Fernröhre müssen beide in ihrem Focus, zweie sich durchschneidende Fäden enthalten; die sich bei dem einen Fernrohre unter rechten Winkeln, beim anderen aber unter einem spitzen oder stumpfen Winkel scheiden; ferner muss noch ausserdem, wenigstens eines der beiden Fernröhre, zum Beispiel B irgend eine Einrichtung zu micrometrischen Bewegungen in der Richtung senkrecht zu seiner optischen Achse, nahezu parallel mit dem Horizonte haben. Zuerst giebt man nämlich den Fernröhren A und B eine solche Lage, dass ihre Objective auf das Fernrohr des Instrumentes gerichtet sind, und zwar auf solche Weise, dass wenn man das Objectiv des Fernrohres am Instrumente, auf das Objectiv des Fernrohres A richtet, dort die Fäden deutlich gesehen werden, und dass zugleich, wenn man ferner das Fernrohr des Instrumentes um seine horizontale Umdrehungs-Achse dreht, ohne es irgend wie seitlich, aus seiner Verticalebene zu verrücken, alsdann auch sein Objectiv auf das Objectiv des Fernrohres B gerichtet sein wird.

Darauf stellt man das Fernrohr des Instrumentes so auf das Fernrohr A ein, dass man in der Mitte des Raumes, beim ersteren Fernrohre, zwischen seinen beiden Horizontalfäden, den Durchschnitt der beiden Kreuzfäden des Fernrohres A

genau erblickt; und liest alsdann den Stand des Niveaus, und die Verniere am Verticalkreise genau ab; darauf dreht man den oberen beweglichen Theil des Instrumentes auf solche Weise zur Seite, dass man ganz ungehindert nunmehr, durch eines der beiden Fernröhre *A* auf das andere *B* visiren kann, und indem man dabei durch das Ocular von *B* sieht, welches mit der Micrometerschraube versehen ist, richtet man den Durchschnitt seiner beiden Fäden ganz genau auf den Durchschnitt der beiden Fäden im Fernrohre *A*; so dass also die optischen Achsen der beiden Fernröhre *A* und *B* in einer einzigen geraden Linie liegen werden. Hierauf dreht man den oberen beweglichen Theil des Instrumentes wieder zurück, und richtet zugleich sein Fernrohr so, dass man genau in der Mitte zwischen seinen beiden Horizontalfäden, den Durchschnitt der beiden Kreuzfäden im Fernrohre *B* erblickt, worauf man wiederum das Niveau und auch die Verniere am Verticalkreise abliest. Findet sich alsdann, dass der Unterschied zwischen diesem und dem vorher beobachteten Stande der Verniere genau $= 180^{\circ}\,0'\,0''$ ist, so findet gar keine Durchbiegung beim Fernrohre des Instrumentes statt, weil alsdann alle optischen Achsen der Fernröhre in einer geraden Linie liegen; im entgegengesetzten Falle aber muss man 180° von dem erwähnten Unterschiede abziehen, wodurch alsdann die Durchbiegungs-Constante, oder die Durchbiegung im Horizonte gefunden wird.

Man kann auch noch die Durchbiegung-Constante, obschon mit weniger Genauigkeit, dadurch bestimmen, dass man Sterne im Meridiane beobachtet, deren Declinationen genau bekannt sind; hierzu misst man nämlich vorzüglich die Zenithdistanzen von Sternen, deren Höhen klein sind, und welche sich auf der Südseite des Meridianes in ihrer oberen Culmination befinden, und andere welche sich im Norden des Meridianes bei ihrer unteren Culmination befinden; um aber den Einfluss eines Fehlers in der Strahlenbrechung zu um-

gehen, darf man keine Sterne wählen, deren Höhe kleiner als 15^0 ist. Wir wollen nun annehmen, dass $-\delta'$ die Declination eines solchen südlichen Sternes ist, z' seine gemessene Zenithdistanz; $b \sin z'$ und ϱ', die Durchbiegung und astronomische Strahlenbrechung, welche diesem z' entsprechen, wobei die Strahlenbrechung schon gehörig für Barometer- und Thermometerstand verbessert ist; und es seien ferner δ, z, ϱ und $b \sin z$ ganz ähnliche Werthe für einen nördlichen Stern, so erhält man, in demjenigen Falle, wenn die Beobachtungen im Meridiane selbst angestellt wurden, oder doch wenigstens auf diesen reducirt wurden, für die Breite φ des Beobachtungsortes, folgende Ausdrücke:

$$\varphi = \quad -\delta' + z' + \varrho' + b \sin z'$$
$$\varphi = 180^0 - \delta - z - \varrho - b \sin z$$

so dass also: $b = \left(\frac{180^0 - (\delta - \delta' + z + \varrho + z' + \varrho')}{\sin z + \sin z'}\right)$.

Wenn man viele Sterne beobachtet, so kann man sich eine Menge ganz ähnlicher Gleichungen bilden, und alsdann aus diesen, vermöge der Methode der kleinsten Quadrate, den wahrscheinlichsten Werth von b berechnen.

83. Ausser den untersuchten Einflüssen, welche die Schwerkraft auf astronomische Instrumente hervorbringt, wollen wir noch ein Paar Worte von den Winkelfehlern reden, welche von den Aenderungen herrühren, die die Schwerkraft auf die Form der Kreise an Winkelmess-Instrumenten hervorbringt. Diese Aenderungen, werden gewöhnlich, bei solchen kleinen Instrumenten, wie die von uns beschriebenen sind, unmerklich werden, aber bei grossen Verticalkreisen, wie man sie zu Pulkowa, Greenwich und auf anderen Sternwarten hat, darf man diese Aenderungen nicht als verschwindend annehmen; weil die verschiedenen Theile dieser Kreise

so schwer sind, dass ungeachtet der Festigkeit des Metalles, man doch annehmen muss, dass sie dadurch in sich zusammengedrückt, an einigen Stellen aber ausgedehnt werden; wodurch denn der Gradbogen am Umfange des Kreises, seine Kreisform verlieren muss, und folglich auch bei der Messung von verticalen Winkeln, bedeutende Fehler entstehen können. Beobachtet man nun in beiden entgegengesetzten Lagen des Instrumentes (Kreis Ost und Kreis West), zuerst einen Stern direct, und darauf sein gespiegeltes Bild in einem Quecksilber-Horizonte, und liest alsdann jedesmal die entsprechenden Vernier-Angaben am Verticalkreise ab, so lässt sich zeigen, dass die mittlere aus diesen Beobachtungen gefundene Höhe des Sternes, frei von den Einflüssen sein wird, welche die Schwerkraft auf die Form des Kreises und auf die Biegung des Fernrohres ausübt. Es giebt noch andere Methoden um diese Einflüsse zu eliminiren; jedoch wollen wir uns hier nicht weiter über diesen für unser Werk fremdartigen Gegenstand verbreiten, sondern lieber auf die darauf bezüglichen wichtigen Untersuchungen Struve's in seiner Beschreibung der Pulkowaer Sternwarte, und ebenfalls auf Bessels Untersuchungen in den astronomischen Nachrichten für das Jahr 1843, in dieser Bezeichnung verweisen.

Von den verschiedenen Fehlern der Gradtheilung an Winkelmess-Instrumenten.

1stens *Von der excentrischen Lage des Umdrehungscentrums, und von der Entfernung der Vernière.*

84. Wir wollen zuerst annehmen, dass der eingetheilte Kreis, nur einen einzigen Vernier hätte, der an einem Lineale

(Alhidade) befestigt wäre, welches ganz fest mit dem Fernrohre verbunden wäre; und alsdann untersuchen, welcher Fehler in der Vernier-Ablesung daraus entstehen könnte, dass das Centrum der Umdrehung des Fernrohres nicht mit dem Centrum des Gradbogens, an welchem sich die Theilung befindet, zusammenfiele. Es sei deswegen C das Centrum dieses Bogens (Fig. 30. Tafel I.), K der Punkt durch welchen die Umdrehungs-Achse des Fernrohres hindurchgeht, a und b die Punkte der Theilung, welche der Vernier am Kreisumfange zeigt, wenn das Fernrohr auf die Gegenstände A und B gerichtet wird, welche in der Ebene des Kreises selbst liegen. Der gesuchte Winkel wird $= B\,K\,A = K$ sein; der am Instrument gemessene Winkel aber ist $= b\,C\,a = C$. Zieht man nun durch C und K den Durchmesser $Q\,C\,K\,P$ und bezeichnet durch P das an K zunächstliegende, durch Q aber das am entferntesten von K liegende Ende des Durchmessers $Q\,C\,K\,P$, so wird der Einfluss der Excentricität $C\,K$ auf die Angabe des Vernieres, nur dann verschwinden, wenn der Vernier gegen den Punkt P oder Q gerichtet ist, in jedem anderen Falle aber, dieser Einfluss mehr oder weniger merklich werden.

Es sei nun Winkel $a\,C\,P = x$, $a\,K\,P = z$, $b\,K\,P = z'$, der Radius $C\,P = r$, $C\,K = e$; nimmt man nun an, dass e sehr klein in Vergleich zu r ist, und setzt $\frac{e}{r\,\sin 1''} = \varepsilon$, so werden die Winkel $C\,a\,K$ und $C\,b\,K$ beinahe gleich $\varepsilon\,\sin z$ und $\varepsilon\,\sin z' = \varepsilon\,\sin(z + K)$ werden, so dass folglich:

$$z = x + \varepsilon\,\sin z\,;\; z' = z + K = x + C + \varepsilon\,\sin(z + K)$$
$$\text{mithin } K = C + \varepsilon.[\sin(z + K) - \sin z] \quad \ldots\ldots \quad (1).$$

Hieraus sieht man, dass wenn man mit Hülfe eines Kreises, welcher nur einen Vernier hat, die Winkel frei von Excen-

tricität zu bestimmen wünscht, man jedesmal die Winkel in beiden Lagen des Instrumentes bestimmen muss. Wenn nämlich in der Isten Lage bei der Einstellung des Fernrohres auf A und B, die Verniere die Punkte a und b geben, so wird bei der IIten Lage des Instrumentes, der Mittelpunkt C des Kreises sich auf der entgegengesetzten Seite von K (z. B. von links nach rechts) befinden, ferner wird der Einfluss der Excentricität auf die Winkel, sich entgegengesetzt wie vorher äussern, und also bei der Einstellung des Fernrohres auf die Gegenstände A und B, der Vernier auf die Punkte a' und b' zeigen, in welchen der Umfang des getheilten Kreises von den Verlängerungen der Linien $a\,K$ und $b\,K$ geschnitten wird; nun folgt aber sogleich aus der Elementar-Geometrie, dass der gesuchte Winkel $B\,K\,A = b\,K\,a =$ der halben Summe der gemessenen Winkel $b\,C\,a$ in der Isten Lage, und $b'\,C'\,a'$ in der IIten Lage des Instrumentes sein wird.

Wenn aber das Instrument, statt eines Vollkreises, nur einen gewissen in Graden eingetheilten Bogen haben sollte, so werden alle mit diesem Instrumente gemessenen Winkel durchaus mit Excentricität behaftet sein. Nimmt man nun an, dass a und b die Anzahl der Grade, Minuten und Secunden bezeichnen, welche den Punkten a und b (Fig. 30. Tafel I.) am Verniere entsprechen, und bezeichnet man ferner durch p die Zahl der Grade, Minuten und Secunden, welche dem Punkte P angehören, so erhält man aus der obigen Formel: $b - a = C$; $b - p + \varepsilon \sin x' = x' = x + K$; $a - p + \varepsilon \sin x = x$. Nimmt man nun ferner an, dass α und β die Vernier-Ablesungen waren; als man auf zwei neue Gegenstände, die zwischen sich ganz genau den Winkel L bildeten, visirte, so erhält man mit Vernachlässigung der Glieder 2ter Ordnung in Beziehung auf ε:

$$K = b - a + \varepsilon\,[\sin(b - p) - \sin(a - p)],$$
$$L = \beta - \alpha + \varepsilon\,[\sin(\beta - p) - \sin(\alpha - p)].$$

Wenn K und L, eben so wie $b - a$, und $\beta - \alpha$, bekannt sind, so wird man aus den beiden vorhergehenden Gleichungen leicht die Unbekannten ε und p finden können, welches durch folgende Formeln geschieht:

$$\frac{K-(b-a)}{2\,sin\,\frac{1}{2}(b-a)} = n; \frac{L-(\beta-\alpha)}{2\,sin\,\frac{1}{2}(\beta-\alpha)} = m;$$

$$\frac{b+a}{2} = B; \frac{\beta+\alpha}{2} = A; \varepsilon\,sin\,(A-p) = \frac{m\,cos\,(B-A)-n}{sin\,(B-A)}$$

$$\varepsilon\,cos\,(A-p) = m.$$

Hieraus sieht man, dass man bei einem solchen Instrumente nur zwei bekannte und zwischen einander sehr verschiedene Winkel zu messen nöthig hat, um sogleich die in Secunden ausgedrückte Excentrität ε, und den Punkt der Gradtheilung p, welche dem Punkte, des Kreises entspricht, der dem Umdrehungs-Centrum zunächst liegt zu finden; hat man ε und p gefunden, so kann man leicht die Correctionen wegen Excentricität für alle anderen Winkel berechnen.

Wir wollen jetzt annehmen, dass der ganze Vollkreis eines Instrumentes eingetheilt ist; und dass man anstatt des Lineals (Alhidade), einen Vernier- oder Alhidadenkreis hat, an welchem sich n Verniere befinden, die alle von einander um einen gleichen Kreisbogen $= \frac{360^0}{n} = q^0$ abstehen; behalten wir nun die obige Bezeichnungsweise bei, so finden wir für den von der Excentricität abhängigen Fehler der 1sten Vernier-Ablesung, den Werth $= z - x$ oder sehr nahe $= \varepsilon\,sin\,x$, wenn ε recht klein ist; für die 2te Vernier-Ablesung, wird dieser Fehler $= z_, - x_,$ oder sehr nahe $= \varepsilon\,sin\,x_, = \varepsilon\,sin\,(x + q)$; für die 3te ferner $= z_{,,} - x_{,,} = \varepsilon\,sin\,(x + 2q)$ u. s. w., wobei $z_,$ und $x_,$, $z_{,,}$ und $x_{,,}$ u. s. w. ganz dasselbe für den 2ten, 3ten u. s. w. Vernier bezeichnen, was z und x für den 1sten bezeichneten.

Nun wird in der Lehre der trigonometrischen Functionen bewiesen, dass:

$$\left.\begin{aligned} \sin x + \sin\left(x + 1.\frac{360^0}{n}\right) + \sin\left(x + 2.\frac{360^0}{n}\right) + \ldots \\ \ldots\ldots + \sin\left(x + (n-1).\frac{360^0}{n}\right) \end{aligned}\right\} = 0$$

Addiren wir also folgende Gleichungen zusammen:

$$\begin{aligned} z &= x + \varepsilon \sin x \\ z_1 &= x_1 + \varepsilon \sin (x + 1.q) \\ z_{11} &= x_{11} + \varepsilon \sin (x + 2.q) \\ &\cdots \\ z_{n-1} &= x_{n-1} + \varepsilon \sin [x + (n-1)q] \end{aligned}$$

so bekommen wir:

$$\begin{aligned} z + z_1 + z_{11} + \ldots\ldots + z_{n-1} = \\ = x + x_1 + x_{11} + \ldots + x_{n-1} \end{aligned}$$

Hieraus sieht man, dass die Wirkung der Excentricität gänzlich verschwinden wird, wenn man die Ablesungen an einer beliebigen Anzahl von Vernieren macht, welche alle am ganzen Kreis-Umfange so vertheilt sind, dass ihre Entfernung von einander, durchweg $= \frac{360^0}{n} = q^0$ ist, wo n eine beliebige Zahl von Vernieren bezeichnet; so zum Beispiel verschwindet diese Wirkung bei 3 Vernieren, die untereinander einen Winkel von 120° bilden, ebenso auch bei 6en wo der Winkel 60° würde, auch bei 4en wo er 90° würde u. s. w.;

daher richten auch die Künstler die Verniere am Kreise möglicherweise so ein, dass ihre Entfernung sehr nahe $= \frac{360^0}{n} = q^0$ wird, wesshalb auch, wenn die wahre Entfernung zwischen zwei benachbarten Vernierlagen $= q + \lambda$ ist, alsdann λ immer nur eine sehr kleine Grösse sein wird. Nehmen wir zum Beispiel an, dass die Ablesung der Kreistheilung am 1sten Verniere $= a$, die am 2ten Verniere $= \alpha$ war, und dass ferner a' und α' dieselben, aber schon für Excentricität verbesserten Werthe ausdrücken; so wird:

$$\alpha' = \alpha + \varepsilon \sin(\alpha - p), \; a' = a + \varepsilon \sin(a - p).$$

Der Unterschied $\alpha' - a'$ ist aber nichts anderes als der Winkel $q + \lambda$, welcher zwischen den Vernieren gelegen ist; mithin hat man:

$$q + \lambda = \alpha - a + \varepsilon . [\sin(\alpha - p) - \sin(a - p)].$$

Wenn man nun den 1sten Vernier auf $180^0 + a = (a)$ einstellt, so wird die Ablesung am 2ten Vernier, sehr nahe $= 180 + \alpha$ werden; wegen der kleinen Einwirkung der Excentricität und des Werthes λ aber, wollen wir die Ablesung des 2ten Verniers durch (α) bezeichnen, so dass alsdann:

$$q + \lambda = (\alpha) - (a) + \varepsilon \left\{ \sin[(\alpha) - p] - \sin[(a) - p] \right\}$$
$$= (\alpha) - (a) - \varepsilon [\sin(\alpha - p) - \sin(a - p)]$$

hieraus folgt nun: $q + \lambda = \frac{1}{2} [\alpha - a + (\alpha) - (a)]$,
d. h. die Entfernung der Verniere wird unabhängig vom Einflusse der Excentricität erhalten, wenn man das arithmetische Mittel aus dem Unterschiede der Ablesungen beider Verniere bei zwei Lagen nimmt, die um 180^0 von einander verschieden sind.

Die zufälligen Theilungsfehler müssen jedenfalls einen Einfluss auf die Bestimmung des Werthes $q + \lambda$ haben; diesen letzteren findet man daher genauer, wenn man den 1sten Vernier fortwährend von 10° zu 10°, oder 20° zu 20° auf dem Gradbogen vorrückt; alsdann wird $q + \lambda$, durch die arithmetrische Mittelzahl, aus allen beobachteten Unterschieden zwischen der Ablesung am 1sten und 2ten Vernier ausgedrückt werden, das heisst: $q + \lambda = \frac{\Sigma(\alpha - a)}{n}$ sein, wo Σ das Summenzeichen ist, und n die Zahl 36 bedeutet, wenn man die Verniere fortwährend um 10° vorrückte, oder auch 18 sein wird, wenn diese Verrückung von 20° zu 20° stattfände, u. s. w.

Nachdem man $q + \lambda$ genau gefunden hat, kann man den wahrscheinlichen Werth von ε und p bestimmen; hierzu zieht man von jedem der Werthe $(\alpha - a)$, den Werth $q + \lambda$ ab, und es sei dieser Unterschied $= \mu$, so hat man alsdann, wenn man den zufälligen Theilungsfehler nicht berücksichtigt:

$$\mu = (\alpha - a) - (q + \lambda) = -\varepsilon\,[\sin(\alpha - p) - \sin(a - p)]$$

und da α immer sehr nahe $= a + q$, so folgt:

$$\mu = +2\varepsilon \sin\frac{q}{2}\sin(a + R), \text{ wo } R = \frac{q}{2} - p - 90°,$$

Und wenn man am 1sten Vernier die Ablesungen machte:	so wird man am 2ten Verniere erhalten:
$0°$	$0° + q + \lambda + \mu' + m'$
$10°$	$10° + q + \lambda + \mu'' + m''$
$20°$	$20° + q + \lambda + \mu''' + m'''$
. . . . .	.
. . . . .	.
. . . . .	.
$350°$	$350° + q + \lambda + \mu^{(n)} + m^{(n)}$

wo m', m'', m''' . . . . . $m^{(n)}$, die jeder einzelnen Einstellung entsprechende Summe des Theilungs- und Ablesungs-Fehlers bei beiden Vernier-Angaben bezeichnen. Diese Fehler m', m'', u. s. w. sind uns unbekannt, aber gerade weil diese Fehler zufällige sind, so werden wir mit vieler Wahrscheinlichkeit annehmen können, dass sie in gleicher Anzahl positiv und negativ sein werden, mithin hat man mit Vernachlässigung dieser Fehler, folgende Gleichungen von gleichem Gewichte und gleicher Wahrscheinlichkeit:

$$\mu' = \Theta \sin R \quad = \Theta (\sin R \cos 0^0 + \cos R \sin 0^0)$$
$$\mu'' = \Theta \sin (R + 10^0) = \Theta (\sin R \cos 10^0 + \cos R \sin 10^0)$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$\mu^{(n)} = \Theta \sin (R + 350^0) = \Theta (\sin R \cos 350^0 + \cos R \sin 350^0)$$

wo $\Theta = 2\varepsilon \sin \frac{q}{2}$ gesetzt ist.

Um diese Gleichungen in Beziehung auf $\Theta \sin R$ und $\Theta \cos R$ nach der Methode der kleinsten Quadrate aufzulösen, bemerken wir, dass überhaupt:

$$\cos^2 0^0 + \cos^2 \left(\frac{360^0}{n}\right) + \ldots + \cos^2 \left(\frac{(n-1)}{n} 360^0\right) = \frac{n}{2}$$
$$\sin^2 0^0 + \sin^2 \left(\frac{360^0}{n}\right) + \ldots + \sin^2 \left(\frac{n-1}{n} 360^0\right) = \frac{n}{2}$$
$$\left.\begin{array}{l} \sin 0^0 \cos 0^0 + \sin \left(\frac{360^0}{n}\right) \cos \left(\frac{360^0}{n}\right) + \ldots\ldots \\ \ldots + \sin \left(\frac{(n-1)}{n} 360^0\right) \cos \left(\frac{(n-1)}{n} 360^0\right) \end{array}\right\} = 0;$$

In unserem Falle wird $n = 36$, und daher:

$$\Theta \sin R = \frac{2}{n} (\mu' \cos 0^0 + \mu'' \cos 10^0 + \ldots + \mu^{(n)} \cos 360^0),$$
$$\Theta \cos R = \frac{2}{n} (\mu' \sin 0^0 + \mu'' \sin 10^0 + \ldots + \mu'^{(n)} \sin 360^0);$$

so dass man nun hieraus Θ und R, und folglich auch ε und $p = \frac{1}{2}\, q - R - 90^0$ bestimmen kann.

Bei den Beobachtungen selbst, muss man stets das Instrument so aufstellen, dass das Licht auf gleiche Weise auf den 1sten und 2ten Vernier einfällt, damit keine Fehler in den Ablesungen durch verschiedenartige Beleuchtung entstehen; es ist auch vortheilhaft, wenn die Beleuchtung sich während der ganzen Dauer der Beobachtungen gar nicht ändert; daher muss man auch, wenn der zu untersuchende Kreis ein Horizontalkreis ist, nach jeder Verrückung der Verniere, das System der Kreise um eben so viel zurückstellen. Ferner muss man bei der Bewegung der Micrometerschraube, immer diese nach einer Richtung drehen; weil alsdann die Durchbiegung der Kreisspeiche, (§. 69. Seite 178.) welche bei dieser Bewegung stattfindet, einen constanten Fehler hervorbringen wird, welcher daher keinen merklichen Einfluss auf die Unterschiede der Vernierablesungen haben kann. Ausserdem muss man die Verniere so stellen, dass man so nahe wie nur irgend möglich am Anfangspunkte (Nullpunkte) ablesen kann; denn wenn wir den 1sten Vernier ganz genau auf 0^0 oder auf 10^0 oder auf 20^0 u. s. w. stellen, so wird es sich zuweilen ereignen können, dass man am Ende des 2ten Vernieres selbst, ablesen muss, wodurch wir dann den vollen Fehler des Vernieres in die Bestimmung einführen würden.

2tens *Von dem Theilungsfehler des Limbus und Vernieres.*

85. Das allgemeinste Mittel, um den Grad der Genauigkeit der Limbustheilung zu untersuchen, besteht in der Discussion ganz eben solcher Beobachtungen, wie wir im vorhergehenden Paragraphen erwähnt haben. Hierzu stellt man regelmässig die Verniere von 10^0 zu 10^0, oder um irgend eine andere volle Zahl von Graden, die in der Kreisperipherie aufgeht, auf der Gradtheilung weiter, und liest die Angaben

immer an denselben beiden Verniere ab. Von dem Unterschiede der Angaben dieser beiden Verniere, in verschiedenen Punkten des Kreises, zieht man ab:
1stens: die Entfernung der Verniere oder den Werth $q + \lambda$ und
2tens: den Werth $\mu = 2\varepsilon \sin\frac{q}{2}\sin(a + R)$; die übrig bleibende Zahl wird dann die Grösse m' bezeichnen; oder gleich der Summe des zufälligen Theilungsfehlers und dem Fehler des Ablesens bei den Vernieren sein. Hieraus findet man nun nach der Theorie der Wahrscheinlichkeitsrechnung, dass der mittlere Werth der beobachteten Fehler m', m'' ..... $m^{(n)}$,

$$= f = \sqrt{\frac{m'^2 + m''^2 \ldots m^{(n)2}}{n - 1}}$$

sein wird, wo im Nenner der Werth n die Zahl der gefundenen Fehler m', m'' u. s. w. bezeichnet; f hängt zugleich von den Theilungsfehlern der beiden Verniere ab; folglich wird daher der Fehler des Theilstrichs, für einen Vernier:

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot f.$$

Man kann auch noch den mittleren Fehler, oder f, finden, ohne ε oder R vorauszuberechnen. Hierzu fertigt man sich nämlich eine Tafel aller Unterschiede an, welche zwischen den Angaben zweier Verniere bei den verschiedenen Punkten des Kreises, z. B. bei 0°, 10°, 20°, 30° u. s. w. bis 180°, stattfinden, und darauf bildet man eine ähnliche Tafel der Unterschiede für diejenigen Lagen des Kreises, welche von den vorigen um 180° verschieden sind; d. h. für 180°, 190°, 200°, 210° u. s. w. bis 360° oder 0°. Wir haben nun gesehen, dass die Entfernung der Verniere, oder $q + \lambda$, ganz unabhängig von der Wirkung der Excentricität erhalten wird, wenn man sie aus der halben Summe der Entfernungen bestimmt, welche einzeln für zwei Lagen des Kreises gefunden

werden, die um 180° verschieden sind. Hieraus folgt nun, dass wenn man $q + \lambda$ aus allen Lagen des Kreises findet, und dieses $q + \lambda$ von dem Unterschiede, zwischen den Angaben der beiden Verniere in der ersten und zweiten Tafel abzieht; wir alsdann auch die halbe Summe der beiden auf diese Weise gefundenen Werthe bei 0° und 180°, bei 10° und 190° u. s. w. und endlich bei 170° und 350°, bestimmen können; wodurch wir die Werthe erhalten:

$$\left(\frac{\mu' + m' - (\mu_{,} + m_{,})}{2}\right) = \frac{m' + m_{,}}{2}$$

$$\left(\frac{\mu'' + m'' - (\mu_{,,} + m_{,,})}{2}\right) = \frac{m'' + m_{,,}}{2} \text{ u. s. w.,}$$

wo $m_{,}$, $m_{,,}$ u. s. w. ganz ähnliche Bedeutung wie m', m'', u. s. w., für die Lagen des Kreises haben, welche den Ablesungen 180°, 190° u. s. w. entsprechen. Es sei zur Vereinfachung $\frac{m' + m_{,}}{2} = M'$, $\frac{m'' + m_{,,}}{2} = M''$ u. s. w.; so wird die Anzahl aller dieser Werthe M', M'' u. s. w. gleich $N = \frac{1}{2} n$ sein, wo n die Anzahl der Werthe m', $m'' \ldots . m^{(n)}$ bezeichnet. Wenn man nun den mittleren Werth von M', M'' u. s. w., durch F bezeichnet, so hat man nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung:

$$F = \sqrt{\frac{M'^2 + M''^2 + \ldots .}{N - 1}}, \quad f = F\sqrt{2}$$

86. Auf solche Weise untersucht man aber nur den mittleren allgemeinen Werth des Fehlers der Gradtheilung; um jedoch die Fehler selbst zu bestimmen, welche den verschiedenen Strichen auf der Kreistheilung entsprechen, muss man die Werthe der verschiedenen Bögen am ganzen Umfange des Kreises genau messen. Die dazu gehörigen

Methoden hat zuerst Bessel am vollständigsten entwickelt; und dadurch einen wesentlichen Fortschritt in der praktischen Astronomie veranlasst. Wir halten es indessen nicht für nöthig uns hierüber zu verbreiten, denn diese Untersuchungen werden nur mit Vortheil bei grösseren astronomischen Instrumenten angewandt; man kann aber die vorzüglichsten Anleitungen zu den sich hierauf beziehenden Methoden, in der Abhandlung von Struve: Observ. Astron. Dorpat. Vol. VI. sive novae serie. Vol. III. 1830. und in Bessels: Königsb. Beobachtungen Vol. VII. p. IV. finden.

Um den Einfluss der zufälligen Theilungsfehler bei der Messung von Winkeln mit kleinen Instrumenten, welche denen ähnlich sind, die wir schon oben beschrieben haben, zu verringern; bedient man sich folgender Vorschriften; man bestimmt den gesuchten Winkel aus einer Reihe von Beobachtungen, indem man die Lage des Anfangspunktes der Theilung auf dem Kreise ändert; hierzu löst man nämlich die Schraube, welche denjenigen Kreis befestigt *), der bei der Winkelmessung unbeweglich bleiben muss, und dreht darauf nach Augenmass diesen Kreis um einige Grade, z. B. 20°, 40°, u. s. w., (aber stets eine kleinere Zahl als 90°, wenn 4 Verniere am Kreise sind, oder stets eine kleinere Zahl als 180°, wenn man nur zwei gegenüber liegende Verniere hat), herum. Darauf zieht man die Schraube an diesem Kreise wieder fest an, so dass er wieder ganz unbeweglich wird, und macht

*) Wenn man zum Beispiel horizontale Winkel am Universal-Instrumente messen will, so muss man die Schraube *n* (Fig. 1. Tafel V.) lösen; wenn man aber Zenithdistanzen am Theodoliten misst, so muss man um den Anfangspunkt der Theilung, oder den Ort des Zeniths zu ändern, die Schraube *m* (Fig. *a.* 2. Tafel IV.) lösen. Es ist zu bedauern, dass man nicht auch auf ähnliche Weise den Verticalkreis des hier beschriebenen Universal-Instrumentes ändern kann.

eine neue Reihe von Beobachtungen, um den Winkel zu bestimmen. Nachdem man nun viele solche Beobachtungsreihen, die verschiedenen Oertern des Anfangspunktes der Theilung entsprechen, veranstaltet hat, kann man leicht aus der Uebereinstimmung der einzelnen Winkel unter einander beurtheilen, wie gross man den Theilungsfehler annehmen kann, und in jedem Falle werden wir mit Zuversicht darauf rechnen können, dass das arithmetrische Mittel aus allen Messungen, den Einfluss der Theilungsfehler unter einander sehr schwächen wird.

Der Fehler in den gemessenen Winkeln hängt auch noch von der Unrichtigkeit der Theilung auf dem Verniere ab, und auch noch davon, dass er nicht ganz genau diejenige Länge hat, welche er zu Folge seiner Construction haben sollte. In diesem letzteren Falle wird der Fehler der Vernierangabe, der Anzahl von Minuten und Secunden, welche man auf dem Verniere abliest, proportional sein, und dieser Fehler muss folglich am grössten, am Ende der Verniertheilung werden: Um die Länge des Vernieres zu bestimmen, stellt man den Hauptstrich oder Null am Verniere, der Theilung 0°, 20°, 40° u. s. w. auf dem Limbus, genau gegenüber, und liest mit möglichster Genauigkeit jedes Mal die Anzahl von Minuten und Secunden, welche dem letzten Hauptstriche auf dem Verniere entsprechen ab; so wird alsdann das arithmetische Mittel aus allen diesen Ablesungen die wahrscheinliche Länge des Vernieres ausdrücken. Wenn man auf diese Weise findet, dass der Vernier, anstatt dass er genau t Minuten hat, wirklich t Minuten $+ s$ Secunden hat, so muss man von jeder Angabe des Vernieres $= r$ Minuten, die Zahl $\frac{r}{t} . s$ Secunden abziehen. Es wurde zum Beispiel bei einem, der von uns beschriebenen Instrumente gefunden, dass die Länge des Verniers anstatt genau $10' 10''$ zu entsprechen, wirklich nur $9' 56''$ umfasste, hier war $s = -4''$; und folglich muss man zu jeder am Verniere abgeselesenen Minute $0''. 4$ zulegen.

87. Um die angegebenen Vorschriften zu erläutern, wollen wir hier eine Untersuchung in Beziehung auf den Horizontalkreis eines Ertelschen Universal-Instrumentes anführen, welches Instrument zwei diametral entgegengesetzte Verniere hatte. Man stellte den 1sten Vernier genähert auf 0°, 10°, 20° u. s. w. am Limbus, und las die Angaben beider Verniere ab, so dass folgende Tafel entstand;

I^ste Tafel.						II^te Tafel.						Entfernung der Verniere, weniger 180°, oder $\mu + m + \lambda$			
1ster Ver.			2ter Vernier			1ster Ver.			2ter Vernier.			nach Taf. I.	nach Taf. II	Mittel	Fehler
°	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″	″	″	″	″
0	0	22	180	0	3	180	0	6	360 + 0	0	17	— 19	+ 11	—4.0	+1.2
10	0	24	189	59	55	190	0	3	10	0	19	— 29	+ 16	—6.5	+3.7
20	0	20	200	0	13	200	0	3	20	0	14	— 17	+ 11	—3.0	+0.2
30	0	22	209	59	59	210	0	2	30	0	14	— 23	+ 12	—5.5	+2.7
40	0	26	220	0	6	219	59	58	40	0	12	— 20	+ 14	—3.0	+0.2
50	0	25	230	0	3	230	0	2	50	0	16	— 22	+ 14	—4.0	+1.2
60	0	18	240	0	4	240	0	0	60	0	9	— 14	+ 9	—2.5	—0.3
70	0	22	250	0	12	249	59	56	70	0	6	— 10	+ 8	—1.0	—1.8
80	0	19	260	0	7	260	0	5	80	0	15	— 12	+ 10	—1.0	—1.8
90	0	23	270	0	15	270	0	0	89	59	56	— 8	— 2	—5.0	+2.2
100	0	17	280	0	14	280	0	13	100	0	11	— 3	— 2	—2.5	—0.3
110	0	14	290	0	14	290	0	12	110	0	6	— 0	— 6	—3.0	+0.2
120	0	9	300	0	15	300	0	7	119	59	57	+ 6	— 10	—2.0	—0.8
130	0	5	310	0	10	310	0	15	130	0	12	+ 5	— 3	+1.0	—3.8
140	0	13	320	0	16	320	0	20	140	0	18	+ 3	— 2	+0.5	—3.3
150	0	7	330	0	9	330	0	19	150	0	16	+ 2	— 3	—0.5	—2.3
160	0	3	340	0	13	340	0	12	159	59	53	+ 10	— 19	—4.5	+1.7
170	0	0	350	0	7	350	0	14	169	59	58	+ 7	— 16	—4.5	+1.7

Allgemeine Mittelzahl = — 2″.8

Hieraus findet man die Entfernung der Verniere, oder die Differenz des 2ten Verniers, weniger dem 1sten $= q + \lambda$ $= 180° 0′ 0″ - 2″.8$

Summe der Fehler Quadrate = 72.24; die Anzahl der Bestimmungen = 18; folglich das Quadrat des mittleren Fehlers $= \frac{72.24}{17} = 4.25$, oder der mittlere Fehler einer Bestimmung $= F = \mp \sqrt{4.25} = \mp 2″.06$.

Hieraus kann man schliessen, dass der mittlere Fehler der Theilung, zugleich einschliesslich des Ablesungsfehlers, sehr nahe $= 2''.06\sqrt{2} = 2''.91$ sein wird.

Ziehen wir nun von den vorhergehenden obigen Entfernungen der Verniere um 180° verkleinert, oder von den Werthen der Summe $\mu + m + \lambda$, den eben von uns gefundenen Werth von λ ab, so können wir eine Tafel der Werthe von $m + \mu$ bilden, welche im Durchschnitt den verschiedenen Punkten des Limbus von 0° bis 360° durch jede 10° entsprechen wird. Um aber die Berechnung einfacher zu machen, muss man bemerken, dass wenn man überhaupt den Werth von $(m + \mu)$, welcher der Theilung auf dem Limbus $= a$ entspricht, durch $(m + \mu)'$ bezeichnet, seinen Werth bei der Theilung $= a + 180°$ aber, durch $(m + \mu)_1$ ausdrückt, und zugleich bedenkt, dass $\sin a = -\sin(180° + a)$ und $\cos a = -\cos(180° + a)$; so kann man bei der Bildung der Summe der Glieder $(m + \mu)\sin a$ oder $(m + \mu)\cos a$, bei den Werthen von a, welche 180° übersteigen, $(m + \mu)$ mit dem früheren Zahlenwerthe von $\sin a$ oder $\cos a$ multipliciren, und darauf $(m + \mu)$, mit entgegengesetzten Zeichen nehmen; wir werden also dem a gegenüber sowohl $(m + \mu)$, als auch $-(m + \mu)$, anführen.

Nach Beendigung der Berechnung für Θ und R, findet man die verschiedenen Werthe von $\mu = \Theta \sin(R + a)$ und zieht man diese von den Werthen von $(m + \mu)$ ab, so erhält man die Summen der Theilungs- und Ablesungsfehler, oder m', m'' u. s. w.

Der Kürze halber, wollen wir $\frac{1}{2}(m + \mu)' - \frac{1}{2}(m + \mu)_1$ durch s bezeichnen; und wenn wir denn dieses s, wie es aus den oben angegebenen Beobachtungen gefunden wird, mit $\cos a$ und $\sin a$ multipliciren, so erhalten wir mit Befolgung der von uns gegebenen Rechnungs Vorschriften, folgende tabellarisch geordneten Grössen:

a	$+$ $(m+\mu)'$	$-$ $(m+\mu)'$	s	$s\cos a$	$s\sin a$	a	m	a	m
0°	— 16″	— 14′	— 15″.0	— 15″.0	— 0″.0	0°	—0″.7	180°	— 1″.3
10	— 26	— 19	— 22 .5	— 22 .2	— 3 .9	10	—9 .9	190	+ 2 .9
20	— 14	— 14	— 14 .0	— 13 .2	— 4 .8	20	+2 .3	200	— 2 .3
30	— 20	— 15	— 17 .5	— 15 .2	— 8 .7	30	—3 .9	210	— 1 .1
40	— 17	— 17	— 17 .0	— 13 .0	— 10 .9	40	—1 6	220	+ 1 .6
50	— 19	— 17	— 18 .0	— 11 .6	— 13 .8	50	—4 .7	230	+ 2 .7
60	— 11	— 12	— 11 .5	— 5 .8	— 10 .0	60	+1 .7	240	— 0 .7
70	— 7	— 11	— 9 .0	— 3 .1	— 8 .5	70	+3 .7	250	+ 0 .3
80	— 9	— 13	— 11 .0	— 1 .9	— 10 .8	80	—0 .6	260	+ 4 .6
90	— 5	— 1	— 3 .0	— 0 .0	— 3 .0	90	+0 .8	270	— 4 .8
100	+ 0	— 1	— 0 5	+ 0 .1	— 0 .5	100	+3 .1	280	— 2 .1
110	+ 3	+ 3	+ 3 .0	— 1 .0	+ 2 .8	110	+3 .2	290	— 3 .2
120	+ 9	+ 7	+ 8 .0	— 4 0	+ 6 .9	120	+6 .4	300	— 4 .4
130	+ 8	+ 0	+ 4 .0	— 2 .6	+ 3 .1	130	+2 .6	310	+ 5 .4
140	+ 6	— 1	+ 2 .5	— 1 .9	+ 1 .6	140	—2 .0	320	+ 9 .0
150	+ 5	+ 0	+ 2 .5	— 2 .2	+ 1 .3	150	—5 .2	330	+10 .3
160	+ 13	+ 16	+ 14 .5	— 13 .6	+ 5 .0	160	+0 .6	240	— 3 .6
170	+ 10	+ 13	+ 11 .5	— 11 .3	+ 2 .0	170	—4 .0	350	+ 1 .0
			Summe	— 137 .5	— 52 .2				

Es ist hier also:

$$\tfrac{1}{2}\Sigma(m+\mu)\cos a = -137.5$$
$$\tfrac{1}{2}\Sigma(m+\mu)\sin a = -52.2$$

$$\Theta\sin R = \frac{2}{n}\Sigma(m+\mu)\cos a;$$
$$\Theta\cos R = \frac{2}{n}\Sigma(m+\mu)\sin a;$$

und weil bei uns $n = 36$.

$$tg\,R = \frac{-137.5}{-52.2};\quad R = 249°\,13'.$$
$$\Theta = \frac{4}{36}\cdot\frac{(-137.5)}{\sin R} = +16''.3.$$

Nun ist: $\Theta = 2\varepsilon\sin\frac{q}{2}$; $R = \frac{q}{2} - p - 90°$; folglich da hier $q = 180°$, so wird $R = -p$ oder $R = 360° - p$.

Hieraus findet man nun die in Bogensecunden ausgedrückte Excentricität $= \varepsilon = 8''.2$, und ebenso: $p = 110° 47'$. Ausserdem wird auch:

$$\Sigma m^2 = 612.70;\quad f = \sqrt{\frac{\Sigma m^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{612.70}{35}} = \pm\ 4''.2$$

VON DEN ASTRONOMISCHEN UHREN.

88. Man gebraucht bei astronomischen Beobachtungen, Uhren von zweierlei Art; die einen von ihnen können nur alsdann gebraucht werden, wenn sie an einem Orte lothrecht und fest aufgestellt sind; die anderen aber kann man auch auf Reisen brauchen, weil sie in jeder beliebigen Lage gehen. Die Uhren der ersten Art heissen: Pendeluhren; weil mit ihnen ein Pendel verbunden ist, dessen gleichförmige Schwingungen, den beständigen Gang der Uhr oder die gleichmässige Umdrehung der Zeiger bedingen. An der Walze die sich in der Uhr befindet, ist ein Gewicht angebracht, dessen Schwere, die Bewegung des Zahnräder-Systems, welches die Zeiger dreht, hervorbringt, und welches am Anfange einer jeden neuen Pendelschwingung, seiner Schwingungsdauer, einen kleinen sich immer gleichbleibenden Zuwachs ertheilt, indem ohne dieses mit der Zeit das Pendel, durch den Wiederstand der Luft und die Reibung, zur Ruhe kommen würde.

Die Uhren zweiter Art, haben statt des Pendels, eine kreisförmige Unruhe, die aus einem Messingringe besteht, dessen Schwingungen durch die Wirkung einer Spiralfeder unterhalten werden, während dabei das ganze System der Zahnräder durch eine andere weit stärkere Feder in Bewegung gesetzt wird; diese Feder ist aus Stahl gearbeitet und spiralförmig gestaltet; beim Aufziehen der Uhr wird sie aufgewickelt, darauf strebt sie sich durch ihre Elasticität wieder abzuwickeln, und bringt dadurch bei dieser Abwickelung den ganzen Mechanismus in Bewegung. Eine ähnliche

kleinere Spiralfeder, befindet sich auch an den astronomischen Pendeluhren, deren Zweck es nur ist, den Gang der Uhr während derjenigen Zeit fortzuführen, wenn das Gewicht in der Uhr aufgezogen wird. Huyhens war der Erste, welcher ein Pendel bei den stehenden Uhren; bei den Reise- oder Taschen-Uhren aber die Balance als das beste Mittel vorschlug, um einen gleichförmigen Gang der Uhr zu erzielen.

Durch die Wärme wird sich die Pendelstange ausdehnen, oder ihre Länge zunehmen, so dass alsdann die Uhr anfangen wird sich zu verspäten. Damit aber die Veränderungen der Temperatur keine Störungen in den Gange der Uhr veranlassen können, so setzt man das Pendel aus Stangen von zwei Metallen zusammen, welche sich verschieden durch die Wärme ausdehnen. Grösstentheils braucht man hierzu drei Eisen- und zwei Zinkstangen, die eine solche Länge haben, und auf solche Weise mit einander verbunden sind, dass die Ausdehnung der Eisenstangen die sogenannte Linse des Pendels, um ebensoviel nach unten senkt, wie die Ausdehnung der Zinkstangen sie wieder in die Höhe hebt. Solche Vorrichtungen heissen Compensations-Rost-Pendel, und wurden zuerst in England von Harrisson im Jahre 1726 erfunden. Es giebt aber noch andere Arten die Compensation zu bewerkstelligen; wovon eine besonders bemerkenswerth ist, und darin besteht einen mit Quecksilber angefüllten Glascylinder am Ende einer Eisenstange zu befestigen; durch die Wärme wird sich alsdann die Stange ausdehnen; zugleich aber auch das Quecksilber im Glascylinder in die Höhe steigen, und wenn man eine gehörige Menge Quecksilber eingefüllt hat, so wird das Schwingungscentrum des Pendels, in constanter Entfernung vom Anhängepunkt bleiben; wodurch denn also auch das Pendel, bei jeder anderen Temperatur, mit derselbe Geschwindigkeit schwingen wird. Indessen sind die Harrissonschen Compen-

sationspendel, jeder anderen Art von Compensationspendeln vorzuziehen.

Der Gang der Uhren zweiter Art, welcher durch die Bewegung einer elastischen Feder hervorgerufen wird, wird sich ebenfalls durch die Einwirkung der Temperatur ändern; denn ausser der Veränderung in den Dimensionen der Kreisbalance, wird in diesem Falle noch eine andere Ursache wirken; welche namentlich darin besteht, dass die Feder ihre Dichtigkeit, und folglich auch ihre Elasticität ändern wird; es werden alsdann in einer geringeren Temperatur die Schwingungen der Balance rascher, wie in einer höheren Temperatur erfolgen. Um diesen Einfluss der Temperatur, so viel wie möglich zu eliminiren, befestigt man an entgegengesetzten Seiten der Kreisbalance, zwei kleine bogenförmige Platten; die jede besonders aus fest mit einander verbundenen Silber- und Platina-Plättchen besteht. Das am stärksten sich ausdehnende Metall oder das Silber ist nach aussen, das Platinaplättchen aber, nach innen angebracht; das eine Ende dieser Platten ist an der Kreisbalance befestigt, das andere aber hält ein frei zu bewegendes kleines Gewicht, welches man mittelst Schrauben, hin und her stellen kann, um den Gang der Uhr auszugleichen. Wenn nun die Temperatur zunimmt, so werden die Plättchen sich krümmen, und das Gewicht sich der Kreisbalance nähern; so dass dann also die Schwingungen rascher werden müssen, zugleich aber wird sich die Elasticität der Spiralfeder, welche diese Schwungen hervorbringt, verringern; und mithin bei gehöriger Länge der Plättchen, und berichtigter Lage der Gewichte der Gang der Uhr constant bleiben. Auf solche Weise eingerichtete Uhren, nennt man nun *Chronometer*.

Eine vollständige und recht deutliche Beschreibung des Mechanismus an Uhren, findet man in dem Werke des berühmten dänischen Künstlers Jürgensen angegeben, welches überhaupt von der Construction astronomischer Uhren handelt.

Der Gang von guten Uhren, darf sich im Laufe eines Tages nicht über einige wenige Bruchtheile einer Secunde ändern. Früher wurden die Chronometer von Lepaute, Breguet, Arnold, W. Jürgensen, Haut u. s. w. sehr geschätzt; jetzt aber werden die Herren Dent in London, Kessels in Altona und Tiede in Berlin, zu den berühmtesten Künstlern gezählt, welche astronomische Pendeluhren und Chronometer anfertigen, vorzüglich gehört aber den Chronometern von Dent der Vorrang, da sie nicht blos ausgezeichnet gehen, sondern auch zugleich die wohlfeilsten sind.

Die astronomischen Pendeluhren muss man an einer Steinmauer, noch besser aber an einer isolirten Steinsäule, oder überhaupt auf ein recht festes Stativ aufstellen; denn sogar kleine Erschütterungen, würden Störungen im Gange der Uhr zur Folge haben. Diese Aufstellung, muss man aber immer so einrichten, dass die horizontalen Umdrehungs-Achsen, auch wirklich genau, horizontal, und zugleich das Pendel gleiche Schwingungsbögen auf beiden Seiten derjenigen Verticallinie macht, welche es in Ruhe gesetzt, einnehmen würde Zieht man das an der Uhr befindliche Gewicht auf, und setzt das Pendel mit der Hand in Bewegung, damit die Uhr zu gehen anfängt, so wird es leicht sein, sich zu überzeugen ob die Uhr richtig aufgestellt ist; denn wenn man auf die Schläge des Pendels horcht, und alsdann bemerkt, dass die Pendelschläge alle auf einander regelmässig nach gleichen Intervallen folgen, so ist dieses ein Beweis, dass die Uhr richtig aufgestellt ist; findet dieses aber nicht statt, so berichtigt man die Lage der Uhr, durch einige dazu angebrachte Schrauben. Auf diese Art wird man den Abfall der Uhren nahezu berichtigen können. Herr Professor Knorre bemerkt aber, dass ein einfaches und viel genaueres Mittel dazu, durch den Gradbogen unter dem Pendel selbst, gewährt wird. Durch langsame Bewegungen des Pendels mit der Hand hin und her, bestimmt man auf dem Gradbogen die Punkte, welchen

der Zeiger des Pendels in dem Augenblicke entspricht, wenn die Zähne des Steigerades überspringen, und den Punkt der Ruhe. Stehen die beiden ersten Punkte gleich weit vom letzterem ab, so ist der Abfall ausgeglichen. Die Uhr muss beständig zu derselben Zeit aufgezogen werden. Die Chronometer sind entweder Kasten- (Box) oder Taschen-Chronometer; jedoch sind meistens die ersteren, den letzteren weit vorzuziehen. Sehr selten, wird die Chronometer-Spiralfeder ihrer ganzen Länge nach eine gleichförmige Elasticität haben, und folglich muss man das Chronometer immer um dieselbe Zeit aufziehen, damit immer alle Theile der Feder auf gleiche Weise wirken, und dadurch der Gang gleichförmig bleibt. Wenn das Chronometer stehen geblieben ist, so muss man es zuerst aufziehen, und dann rasch, aber vorsichtig, das ganze Chronometer horizontal drehen; damit die Unruhe in Schwingung kommt und das Chronometer zu gehen anfängt; in allen anderen Fällen aber, muss man stets sorgfältig jeden Stoss oder jede Schwingung vermeiden, weil dadurch sehr leicht der Stand, und zuweilen auch der Gang des Chronometers geändert werden könnte. Ueberhaupt übt jede derbe Erschütterung einen schädlichen Einfluss auf den Gang des Chronometers aus, und daher muss man es niemals von einem Orte nach einem anderen transportiren, als zu Fuss gehend, oder in einem guten mit starken Federn versehenen Reisewagen, und selbst in diesem Falle das Chronometer auf ein elastisches Kissen ganz fest aufstellen, damit es nicht auf der Reise durch Stösse am meisten zu leiden hat. Auf Schiffen stellt man das Chronometer in einem dem Kompass- ähnlichem Kasten auf, so dass es alsdann, sich frei um seine horizontale Achse drehen kann, und von den Schwankungen des Schiffes in seiner horizontalen Aufstellung nicht affeirt wird. Wenn man aber mit dem Chronometer zu Lande reist; so werden sich anstatt der sanften und langsamen Schwankungen, die auf Schiffen stattfinden, sich alsdann kurze und heftige Stösse

ereignen; in diesem Falle muss man das Chronometer so in seinem Kasten feststellen, dass es sich nach keiner Seite bewegen kann. Trägt man das Chronometer mit den Händen, so muss man es nicht an seinen Griffen, sondern an dem Kasten selbst halten, und sorgfältig jegliche Schwankung, rasche Bewegung, oder Umdrehung vermeiden.

Ebenso muss man auch das Chronometer immer in derselben Lage aufstellen, die beste hierzu ist die horizontale Lage, wenn das Zifferblatt nach oben gekehrt ist; aber wenn das Chronometer, ein Taschen-Chronometer ist, welches der Reisende, während seiner Fahrt, in der Tasche aufbewahrt, so muss es auch nachher immer von ihm in ähnlicher Lage aufgestellt werden. Doch ziehen es manche Beobachter vor, so lange das Chronometer müssig liegt, es immer mit dem Zifferblatte nach unten zu halten, um die Zapfen zu schonen, auf welche die Schwere der Räder und der Unruhe wirkt, wenn das Chronometer zu Beobachtungen gebraucht wird. Es frägt sich aber, ob alsdann der Gang derselbe bleibt vor und nach den Beobachtungen, was oft sehr wesentlich ist. Vorzüglich aber darf der Reisende ja nicht versäumen, seine Chronometer regelmässig aufzuziehen; denn sollte eines von ihnen während der Reise stehen bleiben, so würde, durch die unaufhörlichen Erschütterungen, welche alsdann nicht mehr durch die Gegenwirkung des Ganges des Chronometers selbst geschwächt werden, die Balance durch ihr Gewicht, in eine solche Bewegung gerathen, dass dadurch das Chronometer vielleicht auf immer zerstört sein würde.

Im Laufe einiger Jahre werden selbst die besten Pendel-Uhren und Chronometer, ihren gleichförmigen Gang verlieren; was grösstentheils von der Eindickung des Oeles herrührt, womit die verschiedenen Zapfen und andere Theile dieser Instrumente eingeschmiert werden, welche der Reibung unterworfen sind; die Pendel-Uhren, wird ein geschickter Astronom selbst, zum Reinigen auseinander nehmen können; die

Chronometer aber wird er den Händen eines Künstlers überliefern müssen, welcher sich mit der Construction solcher Instrumente beschäftigt; und man darf sie ja nicht unvorsichtigerweise einem gewöhnlichen Uhrmacher anvertrauen.

Obgleich nun die Chronometer eine Compensationsbalance haben, so werden sie doch beinahe alle ihren Gang ein wenig ändern, sobald man sie stärkeren Temperaturveränderungen aussetzt, weswegen man sie auch so viel wie möglich hiervor schützen muss. Beobachtet man bei Tage, so muss das Chronometer in den Schatten gestellt werden; ebenso ist es auch im Winter nöthig, während der Beobachtungen, das Chronometer mit dickem warmen wollenen Zeuge zu bewickeln, und nicht lange in der Kälte zu lassen, denn sonst könnte es vielleicht, wenn es eine geraume Zeit im starken Froste bliebe, nicht nur einen unrichtigen Gang erhalten, sondern sogar stehen bleiben.

89. Den Stand und Gang des Chronometers untersucht man mit Hülfe astronomischer Beobachtungen; die Zahl von Minuten und Secunden, um welche die Chronometer-Angabe, in einem gegebenen bestimmten Augenblicke von Sternzeit oder mittlerer Zeit, verschieden ist, nennt man die Uhr-Correction oder den Chronometerfehler; unter seinem täglichen Gange aber, versteht man diejenige Zahl von Minuten und Secunden, um welche es in 24 Stunden, gegen eine der eben erwähnten Zeiten, voreilt oder sich verspätet; man zählt den Chronometerfehler und den Gang alsdann positiv, wenn die Uhrangabe zu klein ist und auch täglich retardirt. Will man Sterne beobachten, so ist es gut, sich eines Chronometers zu bedienen, welches nach Sternzeit geht; beobachtet man dagegen oft die Sonne, so ist es alsdann bequemer, ein Chronometer zu gebrauchen, welches nach mittlerer Zeit geht. In allen Fällen aber muss man die Beobachtungen mit demselben Chronometer anstellen, und zur

Berichtigung der übrigen, vergleicht man diese, mit dem ersteren vor und nach den Beobachtungen.

Gewöhnlich vergleicht man ein nach Sternzeit gehendes Chronometer, mit einem welches nach mittlerer Zeit geht; da nun 1″ Sternzeit = 0″.9973 mittlere Zeit, und die Schläge in Bruchtheilen von Secunden aufeinanderfolgen, so wird es sich allemal nach kurzer Zeit ereignen, dass die Schläge der Balancen, beider zu vergleichender Chronometer, in demselben Momente zusammenschlagen werden; diese Coincidenz der Schläge zweier Chronometer, kann man nun mit grosser Schärfe, durch das Gehör bestimmen. Wenn die Laute der Schläge, sich deutlich anfangen einander zu nähern, so sieht man auf das eine Chronometer, und merkt sich im Kopfe, die Angabe seines Secundenzeigers, ganz kurz vor der Zeit, wenn die Coincidenz stattfinden wird, worauf man Null zu zählen anfängt, alsdann zählt man mit den Schlägen dieses Chronometers immer fort, und zwar so lange, bis die wirkliche Coincidenz der Schläge der Balancen selbst, bei beiden Chronometern stattfindet, wo man denn auf das zweite Chronometer sieht, und die genaue Angabe seines Secundenzeigers abliest; darauf schreibt man, die im Kopfe behaltene Zahl der Secunden des ersten Chronometers auf, fügt die gezählten Schläge hinzu, und schreibt zugleich die Secundenzahl des zweiten Chronometers auf; hiermit verbindet man alsdann die gehörige Zahl der Stunden und Minuten, an beiden Chronometern; so dass dadurch ihre entsprechenden Stände im Moment der Coincidenz bestimmt sein werden. Um sich das im Kopfbehalten zu erleichtern, muss man kurz vor der Coincidenz, sich beim ersten Chronometer, den Ort des Secundenzeigers, bei einer vollen Zahl von Secunden merken, gegen welchen auf dem Zifferblatte ein grosser Strich, oder eine Ziffer verzeichnet ist; jedoch darf die Zählung der Schläge nicht zu lange fortgesetzt werden, weil man sonst sich sehr leicht bei der Zählung irren und die Schläge des einen Chro-

nometers mit denen des anderen verwechseln könnte. Um dieses vollständig zu erläutern, folge hier ein Beispiel. Man verglich ein Chronometer *A*, dessen Schläge sich immer nach 0″.4 mittlerer Zeit wiederholten, mit einem anderen Chronometer *B*, bei welchem die Schläge sich immer nach 0″.5 Sternzeit wiederholten, und fand dass die Schläge beider Balancen sich, um die Zeit 9ʰ 13′ 10″ nach dem Chronometer *A*, sehr zu nähern anfingen; man behielt nun 10″ im Kopfe, und zählte nach den Schlägen des Chronometers *A* fort, indem man nun fortwährend auf das Chronometer *B* achtete. Darauf hörte man, dass bei dem 4ten Schlage des Chronometers *A* die Coincidenz der Schläge beider Chronometer stattfand, wo alsdann gefunden wurde, dass das Chronometer *B*, 42″.5 zeigte; nun las man die entsprechenden Angaben der Stunden- und Minutenzeiger, welche bei dieser Coincidenz stattfanden, ab, und fand bei *A*: 9ʰ 13′ und bei *B*: 5ʰ 28′, so dass also auf diese Weise:

$9^h\ 13'\ 10'' + 4$ Schläge bei $A = 5^h\ 28'\ 42''.5$ bei B

oder: $9^h\ 13'\ 11''.60$ . . . . . bei $A = 5^h\ 28'\ 42''.5$ bei B

denn 1 Schlag bei $A = 0''.4$, also 4 Schläge $= 1''.6$.

Man kann auch noch die Zeit der Coincidenz auf mehrere andere Weisen finden; z. B. wenn die Uhr, ganze oder halbe Secunden schlägt, so kann man um die Zeit der Coincidenz herum, die Secunden, welche die Uhr zeigt, im Kopfe weiter zählen, und zugleich auf das zu vergleichende Chronometer sehen; so bald alsdann die Coincidenz der Schläge stattfindet, ist es nur nöthig, die Zahl der im Kopfe gezählten Secunden der Uhr, und zugleich die Angabe des Secundenzeigers an dem verglichenen Chronometer aufzuschreiben, indem man alsdann die nöthigen Stunden und Minuten hinzufügt. Um hierbei Fehler zu vermeiden, macht man gewöhnlich wenigstens zwei Vergleichungen.

Wenn beide Chronometer, ungefähr nach gleichen Intervallen schlagen und entweder nach Sternzeit, oder nach mittlerer Zeit gehen; so werden die Schläge beider, sich so sehr langsam nähern, dass ein Zusammenfallen der Schläge, sich nicht in einer kurzen Zeit wiederholen kann. In diesem Falle wird man sich mit einer genäherten Vergleichung begnügen müssen, deren Fehler nicht grösser als die Hälfte desjenigen Bruchtheiles einer Secunde werden wird, nach welchem sich die Schläge der rascher schwingenden Balance wiederholen. Uebrigens hat man Chronometer, welche man zur Vergleichung aller Arten von Uhren bequem benutzen kann; so hat man zum Beispiel Chronometer, deren Balancen auf solche Weise eingerichtet sind, dass sie 13 Schwingungen in 6″ mittlere Zeit machen; so dass also folglich im Laufe von jeden 6 Secunden, die Schläge solcher Chronometer, mit den Schlägen eines Chronometers, welches nach mittlerer oder Sternzeit geht, zusammenfallen müssen, und die Ungenauigkeit der Coincidenz wird niemals $\frac{1}{26}$ Theil einer Secunde übersteigen können.

Wenn das Chronometer eine Excentricität hat, so muss man bei der Vergleichung, entweder die Angabe von Excentricität befreien; oder immer die Vergleichungen, um denselben Ort auf dem Zifferblatte herum, anstellen. Um den Fehler wegen der ungenauen Aufstellung der Pendeluhren, oder wegen des ungleichen Abfalles der Uhren, zu eliminiren, muss man es sich, wie H. Knorre bemerkt, zur Regel machen, immer zwei Coincidenzen zu beobachten, die eine bei einem geraden, die zweite bei einem ungeraden Uhrschlage, und aus diesen das Mittel nehmen.

90. Wenn man für zwei Zeit-Epochen T und T' die genauen Chronometer-Correctionen u und u' gefunden hat, so kann man in der Annahme, dass der Gang gleichförmig

ist, sehr leicht die Chronometer-Correction für irgend eine andere Zeit berechnen. Aber viele Umstände, beeinträchtigen die Gleichförmigkeit des Ganges der Uhren, so dass man auf solche Weise die Chronometer-Correction nicht zuverlässig berechnen kann; da wir die Ursache dieser Veränderungen des Ganges nicht kennen, und zugleich auch nicht wissen, nach welchem Gesetze sie mit dem Intervall der gegebenen Zeiten T und T', wachsen, so können wir nur annehmen, dass die Ungleichförmigkeiten, welche im Gange der Uhr stattfinden, zufällig sind, also zuweilen positiv und zuweilen negativ. Bezeichnen wir in diesem Falle den mittleren Werth der Ungleichförmigkeit im Laufe einer gewissen Zeiteinheit, durch $\mp \alpha$, so können wir annehmen, dass im Laufe der Zeit t, die wahrscheinliche Summe der Quadrate der Ungleichförmigkeiten gleich $\alpha^2 t$ sein wird; so dass alsdann die Chronometer-Correction, welche in der Annahme eines gleichförmigen Ganges berechnet wurde, den Fehler $\mp \alpha \sqrt{t}$ einschliessen wird. Es sei nun gefordert, die Correction x für die Zeit $T + t = T' - t'$ zu bestimmen, welche zwischen T und T' liegt, und es sei $u' - u = m (t + t')$; hier bedeutet m den täglichen mittleren Gang des Chronometers im Zeitraum $t + t' = T' - T$; wobei ein Tag als Einheit der Zeit betrachtet wird. Zählt man m positiv, so folgt durch einfache Interpolation, $x = u + m t$, oder $x = u' - m t'$, oder auch $x = \frac{u t' + u' t}{t + t'}$; aber wenn wir u und m kennen, u' aber nicht, oder wenn wir u' und m kennen, und u nicht, so können wir in dem ersten der erwähnten Werthe von x, einen Fehler $= \mp \alpha \sqrt{t}$ erwarten, in dem zweiten Ausdruck aber, einen $= \mp \alpha \sqrt{t'}$; die Zahlen, welche nun den Grad des Zutrauens ausdrücken, den man jeder Bestimmung beilegen kann, werden in der Theorie der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Gewichte genannt, und sind den Quadraten der angeführten Fehler

proportional; folglich haben wir in unserem Falle $x = u + mt$, mit dem Gewichte $= \frac{k}{t}$, und $x = u' - mt'$ mit dem Gewichte $\frac{k}{t'}$, wo k ein gewisser constanter Zahlenwerth ist. Um nun hieraus den wahrscheinlichsten Werth von x zu bestimmen, müssen wir jede einzelne Bestimmung mit ihrem Gewichte multipliciren, und die Summe der so erhaltenen Grössen, durch die Summe der Gewichte dividiren; der so gefundene Werth von x, wird alsdann ein Gewicht haben, welches der Summe der angegebenen Gewichte gleich sein wird, folglich haben wir:

$$x = \frac{ut' + ut}{t + t'}, \text{ mit dem Gewichte } = \frac{k(t+t')}{tt'},$$

$$\text{oder auch sein mittlerer Fehler } = \mp \alpha \sqrt{\frac{tt'}{t+t'}};$$

wenn wir aber x durch einfache Interpolation bestimmen; so wird der Fehler sich für $t = o$, und $t' =$ in Null verwandeln; am grössten aber bei $t = t'$, oder in der Mitte der Zeit zwischen T' und T sein, wie dieses von selbst klar ist.

Wenn der Gang des Chronometers sich beständig nach einer Seite ändert, so wird der Fehler, welcher von der Ungleichförmigkeit des Ganges abhängt, einen anderen Ausdruck erhalten; nehmen wir zum Beispiel an, dass zur Zeit T die tägliche Verspätung $= \mu$ war, und ferner die gleichförmige Beschleunigung dieses Ganges am ersten Tage $= 2\beta$; so hat man nach den Gesetzen, der gleichförmig beschleunigten Bewegung: $u' - u = \mu(t + t') + \beta(t + t')^2$. Setzt man nun $u' - u = m(t' + t)$, so sieht man dass hier: $m = \mu + \beta(t + t')$ ist; hat man daher m constant gesetzt, und die für die Zeit $T + t$, entsprechende Chronometer-

Correction x nach der Formel $x = u + m\,t$ berechnet, während man sie $= u + \mu\,t + \beta\,t^2$ hätte setzen müssen; so muss in diesem Falle der Fehler in unserem $x = \beta\,t\,t'$ werden.

Uebrigens hat jedes Chronometer seine Eigenthümlichkeiten, und daher lassen sich seine Fehler nur aus wirklichen Beobachtungen erforschen. Bei der Untersuchung des Ganges, gewisser astronomischer Uhren, hat Struve gefunden, dass die Unrichtigkeit ihrer Correctionen, wie sie durch einfache Interpolation, zwischen den vorhergehenden und nachfolgenden Beobachtungen hergeleitet werden, auf eine befriedigende Weise, durch folgende empirische Formel ausgedrückt wird: nämlich $k\,\frac{t\,t'}{t+t'}$, wo x, t und t' ähnliche Bedeutungen, wie oben haben; siehe Expédition Chronometrique de 1843. p. p. 97—105.

Zweiter Abschnitt.

DIE BREITE EINES ORTES, UND DEN STAND DER UHREN DURCH MESSUNG VON ZENITH-DISTANZEN DER GESTIRNE ZU BESTIMMEN.

Allgemeine Bemerkungen.

91. Es sind hier drei Aufgaben zu lösen, nämlich:

1stens Die Breite eines Ortes zu ermitteln, wenn die Zeit der Beobachtung als bekannt vorausgesetzt wird.

2tens Den Stand der Uhr zu berichtigen, wenn die Breite bekannt ist.

3tens Die Breite des Ortes und die Zeit zu bestimmen, wenn beide unbekannt sind.

Wir wollen aber vorher diejenigen Fälle in Betracht ziehen, in welchen, Fehler der Beobachtung, den geringsten Einfluss auf die Genauigkeit des End-Resultates äussern.

Hierzu wollen wir uns das sphärische Dreieck denken, welches vom Zenithe, vom Pole des Aequators und vom Sterne gebildet wird, und dieselbe Bezeichnung wie in §. 6. Seite 14. beibehalten. Wenn die Sternzeit der Beobachtung und die gerade Aufsteigung eines Sternes bekannt sind, so

können wir leicht seinen entsprechenden Stundenwinkel $= t$, in Graden ausgedrückt, finden (§. 5. Seite 10.). Beobachtet man daher einen bekannten Stern, so kann man die Breite des Ortes φ, vermittelst der Höhe des Sternes $= h$ und des Stundenwinkels $= t$, bestimmen, wobei man annehmen kann, dass ein Fehler in φ gleich $\partial\varphi$, nur abhängig sein wird von dem Fehler der Höhe $= \partial h$ und dem Fehler des Stundenwinkels des Sternes $= \partial t$. Wenn ∂h und ∂t sehr klein sind, so folgt aus der Differenzialrechnung:

$$\partial\varphi = \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)\partial h + \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)\partial t.$$

Wenn man die Gleichung (1) in §. 6. Seite 15, oder:

$$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$$

nach h, t und φ differenziirt, so erhält man:

$$\left(\frac{d\varphi}{dh}\right) = \frac{\cos h}{\cos\varphi \sin\delta - \sin\varphi \cos\delta \cos t},$$

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = \frac{\cos\varphi \cos\delta \sin t}{\cos\varphi \sin\delta - \sin\varphi \cos\delta \cos t};$$

und wegen der Gleichungen (2) und (3) §. 6. Seite 15; wird man haben:

$$\left(\frac{d\varphi}{dh}\right) = -\sec a; \left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = -\cos\varphi \operatorname{tg} a$$

wo a das Azimuth, von Süden nach Westen nach der Richtung der täglichen Bewegung bis 360° gezählt, bedeutet. Folglich wird:

$$\partial\varphi = -\sec a.\,\partial h - \cos\varphi \operatorname{tg} a.\,\partial t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Hieraus sieht man, dass bei sonst denselben Fehlern in h und t, der Fehler $\partial\,\varphi$ in der Breite des Ortes, am kleinsten sein wird, wenn das Azimuth a nahe an 0^0 oder 180^0 ist; folglich wird die günstigste Zeit zur Breitenbestimmung, durch Höhenmessungen diejenige sein, wenn das Gestirn sich im Meridiane befindet; aber man wird hierzu, noch diejenigen Sterne, welche nahe am Pole sind, auch dann mit Vortheil beobachten können, wenn sie schon entfernter vom Meridiane sind; denn für diese wird das Azimuth, von Norden aus nach beiden Seiten des Meridianes gezählt, immer sehr klein, und die Bewegung der Sterne in Höhe sehr langsam sein.

Will man dagegen aus der Höhe des Sternes und der Breite des Ortes, den Stundenwinkel t berechnen, um die Zeit der Beobachtung zu bestimmen, so ersieht man aus der Gleichung:

$$-\partial t = sec\,\varphi\; cotg\,a.\partial\,\varphi + sec\,\varphi\; cosec\,a.\partial\,h \ldots\ldots (3).$$

dass der Fehler in der Breite des Ortes $\partial\,\varphi$ und der Fehler in der Höhe des Sternes $\partial\,h$, den geringsten Einfluss auf die Bestimmung des Stundenwinkels in demjenigen Falle äussern wird, wenn $a = 90^0$ oder $a = 270^0$, d. h. wenn der Stern sich im 1sten Vertical befindet; und folglich ist dieser Fall der günstigste, wenn man die Zeit durch Höhenmessungen bestimmen will.

Meridian-Beobachtungen.

92. Es sei z' die unmittelbar beobachtete scheinbare Zenithdistanz des Gestirnes; ϱ die diesem z' entsprechende

Strahlenbrechung für den Stand des Barometers und Thermometers schon verbessert, π die Horizontalparallaxe des Gestirnes, aus den astronomischen Ephemeriden entnommen und auf die Zeit und den Ort des Beobachters reducirt. Alsdann hat man die wahre Zenithdistanz des Gestirnes $z = z' + \varrho - n \sin z'$.

Es sei jetzt, $H\ Z\ P\ P'$ (Fig. 1. Taf. I.) die Ebene des Meridianes, C der Mittelpunkt der Himmelskugel, welchen wir im Centrum der Erde voraussetzen; $H\ C\ R$ die Richtung der Mittagslinie im wahren Horizonte des Beobachters, Z des Zenith und P der sichtbare Pol des Aequators $A\ N\ Q$, und es sei der Punkt S der Ort der oberen Culmination, eines nahe am Pole gelegenen Sternes; der Ort der unteren Culmination sei aber der Punkt S'; bezeichnet man nun die geographische Breite des Ortes, oder die Höhe des Poles über dem Horizonte durch φ (§. 3. Seite 5) und die Declination des Sternes durch δ, so ist $P\ S = 90 - \delta = P\ S'$ und $Z\ P = 90^0 - \varphi$. Setzt man nun zur Vereinfachung $Z\ S = z$, $Z\ S' = z_{,}$, so findet man $Z\ P = Z\ S + S\ P = Z\ S' - S'\ P$, und folglich:

$$\varphi = \delta - z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1);$$
$$\varphi = 180^0 - \delta - z_{,} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Wenn das Gestirn durch den Meridian in T zwischen dem Aequator und dem Zenithe durchgeht; d. h. wenn die Declination des Gestirnes positiv und kleiner als die Breite des Ortes ist, und man bezeichnet die wahre Zenithdistanz $T\ Z$ des Gestirnes durch z, so folgt: $A\ Z = \varphi$, $A\ T = \delta$, $Z\ T = z$, und wir haben:

$$\varphi = z + \delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Wenn die Declination des Gestirnes negativ ist, (d. h. südlich auf der nördlichen, und nördlich auf der südlichen

Halbkugel, so durchschneidet es den Meridian in T' zwischen dem Aequator und dem Horizonte; es sei $Z\,T' = z$ $T'\,A = \delta$, wo δ die Anzahl von Graden, Minuten und Secunden bedeutet, die in der Declination enthalten sind; so ist alsdann $\varphi = A\,Z = Z\,T' - A\,T'$, und

$$\varphi = z - \delta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

93. Hieraus erhellt es, dass die Genauigkeit der Breitenbestimmung ganz und gar von der Genauigkeit der angenommenen Declination des Gestirnes abhängt; aber es giebt zwei Methoden die Breite eines Ort, unabhängig von der Declination zu bestimmen; die erstere und in den meisten Fällen vorzüglichere von diesen Methoden, besteht darin die Zenithdistanzen, eines in der Nähe des Poles gelegenen Sterns, zur Zeit der oberen und unteren Culmination durch den Meridian zu beobachten, und die andere darin, die Zenithdistanzen der Sonne zur Zeit des Sommer- und Winter-Solsticiums zu bestimmen.

1stens. Wenn wir annehmen, dass ein Circumpolarstern, in der oberen Culmination durch den Meridian, zwischen dem Pole des Aequators und dem Zenithe durchgeht, und seine Zenithdistanz in der oberen Culmination $= z$ oder seine Höhe $= H = 90 - z$, und seine wahre Zenithdistanz in der unteren Culmination $= z_{,}$, oder Höhe $h = 90 - z$, ist, so folgt aus (1) und (2) §. 92. Seite 246:

$$\varphi = 90^0 - \tfrac{1}{2}(z_{,} + z) = \frac{H + h}{2}$$

Wenn der Stern in der oberen Culmination durch den Meridian zwischen dem Aequator und dem Zenithe durchgeht, und seine Declination $\delta > 90 - \varphi$ und $< \varphi$ sein wird, so wird man ihn auch in der unteren Culmination beobachten

können, in diesen Falle aber, geben die Gleichungen (2) und (3) §. 92. Seite 246:

$$\varphi = 90^0 - \tfrac{1}{2}(z_, - z) = 90^0 - \tfrac{1}{2}(H - h).$$

Man muss übrigens bei Breitenbestimmungen, solche Sterne vermeiden, welche bei der unteren Culmination eine so kleine Höhe haben, dass man die Strahlenbrechung nicht genau bestimmen kann.

Die Declination des Sternes wird sich zwischen den Beobachtungen der oberen und unteren Culmination verändern können, vorzüglich wenn der Zeitraum zwischen den Beobachtungen, mehrere Tage umfasst. Diese Veränderung der Declination lässt sich aber mit der grössten Schärfe berechnen, wenn auch die Declination selbst nur genähert bekannt ist, und folglich wird man alle Beobachtungen immer auf dieselbe Zeit-Epoche reduciren können. Es ist klar, dass wenn $\delta > \varphi$, alsdann eine positive Zunahme in der Declination, eine eben so grosse Zunahme in der Zenithdistanz des Gestirnes in der oberen Culmination hervorbringt, dagegen die Zenithdistanz des Gestirnes in der unteren Culmination um eben so viel abnimmt.

2tens. Wir wollen durch $z\,\odot$ die wahre Zenithdistanz des Centrums der Sonne zur Zeit des Sommer-Solsticiums, durch $Z\,\odot$ aber dieselbe Grösse zur Zeit des Wintersolsticiums bezeichnen, und es seien S und S' (Fig. 31. Taf. II.) die Oerter des Sonnencentrums in der Sommer- und Wintersonnenwende, Z das Zenith, $H\,R$ der wahre Horizont und $E\,Q$ der Aequator. Wenn sich die Neigung der Ecliptic gegen den Aequator nicht veränderte, und beide Sonnenwenden sich genau im Mittage ereigneten, so würde man haben: $E\,S = E\,S' =$ Schiefe der Ecliptic $= \omega$; $S\,Z = z\,\odot$, $S'\,Z = Z\,\odot$, $E\,Z = \varphi = \dfrac{Z\,\odot + z\,\odot}{2}$ und $\omega = \dfrac{Z\,\odot - z\,\odot}{2}$.

Aber es wird sich sehr selten die Sonnenwende im Mittage des Beobachtungsortes selbst, ereignen. Es sei daher z' die wahre Zenithdistanz in der Nähe der Sommersonnenwende, und alsdann die Declination der Sonne $= + \delta$, die gerade Aufsteigung $= \alpha$; es sei ebenso Z' die wahre Zenithdistanz des Sonnencentrums in der Nähe der Wintersonnenwende, und alsdann die Declination der Sonne $= - \delta'$, die gerade Aufsteigung $= \alpha'$. Die Sonnenwenden finden dann statt, wenn $\alpha = 90^0$ und $\alpha' = 270^0$; folglich werden die Werthe $(90^0 - \alpha) = y$ und $(270^0 - \alpha') = y'$, in der Nähe der Sonnenwenden sehr klein sein. Nun denke man sich das sphärische Dreieck $\Upsilon \odot A$ (Fig. 32. Taf. II.) in welchem Υ den Frühlingspunkt darstellt; $\odot$ der Ort des Sonnencentrums in der Ecliptic $\Upsilon \odot$; $\odot A$ ein grösster Kreis-Bogen, welcher senkrecht auf dem Aequator ΥA steht; hier ist der Winkel $\odot \Upsilon A = \omega$, der Bogen $\Upsilon A = \alpha$, oder α', $\odot A = \delta$ oder δ'; folglich $tg\ \delta = tg\ \omega\ sin\ \alpha = tg\ \omega\ cos\ y$; $tg\ \delta' = tg\ \omega\ cos\ y'$; hieraus folgt:

$$sin\ (\omega - \delta) = 2\ sin\ \omega\ cos\ \delta\ sin^2 \frac{y}{2}$$

$$sin\ (\omega - \delta') = 2\ sin\ \omega\ cos\ \delta'\ sin^2 \frac{y'}{2}$$

In dem zweiten Theile der Gleichungen braucht man δ und δ' nicht sehr genau zu kennen; wenn δ und δ' nahe an ω, und $\omega - \delta$ oder $\omega - \delta'$ nicht grösser als $10'$ ist, so kann man annehmen, dass:

$$\omega - \delta = \frac{sin\ 2\omega}{2} \cdot \frac{2\ sin^2 \frac{1}{2} y}{sin\ 1''} + sin\ 2\omega .\ sin^2 \omega .\ \frac{2\ sin^4 \frac{1}{2} y}{sin\ 1''} =$$

$$= \frac{sin\ 2\omega}{2} \cdot \frac{2\ sin^2 \frac{1}{2} y}{sin\ 1''} + 0.116 .\ \frac{2\ sin^4 \frac{1}{2} y}{sin\ 1''}$$

indem man im letzten Gliede $\omega = 23^0\ 27'$ voraussetzt.

Nun findet man die gerade Aufsteigung der Sonne in allen astronomischen Ephemeriden in Zeit ausgedrückt, so dass $(6^h - AR\odot) = y$ in Zeit gegeben ist; ferner braucht man die Werthe von $\frac{2\,sin^2\frac{1}{2}y}{sin\,1''}$ und von $\frac{2\,sin^4\frac{1}{2}y}{sin\,1''}$ nicht zu berechnen, sondern man entnimmt sie aus einer Tafel, welche bei der Berechnung von circummeridian Höhen angewendet, und welche weiter unten erwähnt werden wird.

Es sei $\omega - \delta = x$, $\omega - \delta' = x'$; berechnet man daher x und x', so werden wir haben $z\odot = z' - x$, $Z\odot = Z' + x'$.

Durch die Störungen, welche in der Bewegung der Erde, durch die Anziehung der Planeten und des Mondes hervorgebracht werden, nimmt die mittlere Schiefe der Ecliptic jährlich um $0''.457$ ab, und unterscheidet sich von der scheinbaren Schiefe um eine kleine Grösse, welche abhängig ist von dem Schwanken der Erdachse, oder von der Nutation, deren Periode fast 18 Jahre $7\frac{1}{2}$ Monate ist. Ausserdem schwankt das Centrum der Erde selbst ein wenig um die Ebene der Ecliptic herum, und die Periode dieser Schwankung ist beinahe 29 Tage; es wird daher die Linie, welche das Centrum der Erde und der Sonne verbindet, mit der Ebene der Ecliptic einen kleinen Winkel bilden, welcher die Breite der Sonne heisst. Um nun alle diese Umstände zu berücksichtigen, wollen wir annehmen, dass wir aus den in der Nähe der Winter-Sonnenwende gelegenen Beobachtungen, die wahre Zenithdistanz des Sonnencentrums $= Z\odot$ abgeleitet hätten, zu dieser Zeit sei die scheinbare Schiefe der Ecliptic $= \omega'$, die Breite der Sonne $= \lambda'$, und es seien $z\odot$, ω'' und λ'' dieselben Werthe, für die der Sommer-Sonnenwende nahe gelegenen Beobachtungen. Der Breitenkreis der Sonne fällt um die Zeit der Sonnenwenden beinahe mit dem Declinationskreise der Sonne zusammen, und wenn man daher auf der nördlichen Halbkugel λ' und λ'' positiv annimmt, wenn

die Sonne nördliche Breite hat, so erhält man folgende Ausdrücke für die geographische Breite des Ortes:

$$\varphi = Z\odot - \omega' + \lambda' \text{ und } \varphi = z\odot + \omega'' + \lambda''$$

und hieraus folgt:

$$\varphi = \tfrac{1}{2}(Z\odot + z\odot) - \tfrac{1}{2}(\omega' - \omega'') + \tfrac{1}{2}(\lambda' + \lambda'').$$

Die Werthe von λ' und λ'', ω' und ω'', kann man aus allen guten astronomischen Ephemeriden entnehmen; in die letzte Formel tritt nur der Werth $\omega' - \omega''$ ein, welchen man stets ganz genau nach den bekannten Formeln berechnen kann, selbst wenn auch die Schiefe der Ecliptic ein wenig ungenau bekannt wäre, und daher kann man die geographische Breite eines Ortes, nach dieser letzten Formel, unabhängig von der Genauigkeit fremdartiger Elemente bestimmen.

Die Sterne können weit genauer beobachtet werden als die Sonne, und ausserdem ist der Zeitintervall, zwischen den Beobachtungen zweier auf einanderfolgender Culminationen eines Sternes, nur 12 Stunden, während der Zeitraum zwischen den Beobachtungen zwei aufeinander folgender Sonnenwenden beinahe ein halbes Jahr beträgt. Daher wird diese Methode die Breite eines Ortes, durch Sonnenbeobachtungen, unabhängig von der Declination zu bestimmen, nur alsdann gebraucht, wenn andere Methoden nicht anwendbar sind, namentlich unter dem Aequator, oder in sehr kleinen Breiten.

Bestimmung der Breite eines Ortes durch Circummeridian-Höhen.

94. Die Zahl der Beobachtungen im Meridiane ist stets beschränkt, und gewöhnlich werden solche nur an grösseren

astronomischen Instrumenten angestellt, die ganz unveränderlich in der Ebene des Meridianes aufgestellt sind. Bei der Anwendung unserer beschriebenen Instrumente, ist es daher weit vortheilhafter, mehrere Zenithdistanzen in der Nähe des Meridianes zu messen, um dadurch die Zahl der Breitenbestimmungen zu vermehren, von welchen alsdann jede einzelne, eben so gut, wie eine directe Meridianbeobachtung selbst ist.

Wir wollen annehmen, dass zu den Sternzeiten s und s' entweder vor oder nach der Culmination eines Sternes, die schon von Strahlenbrechung befreiten, beobachteten wahren Zenithdistanzen dieses Sternes, z und z' seien, und es seien die ihnen entsprechenden Stundenwinkel t und t'; alsdann wird $t = s - \alpha$, und $t' = s' - \alpha$ sein, wo α die gerade Aufsteigung des Sternes ist; wenn wir alsdann die Declination des Sternes durch δ, und die Breite des Orts durch φ bezeichnen, so erhält man:

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$$
$$\cos z' = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t'$$
$$\cos z - \cos z' = \cos\varphi \cos\delta (\cos t - \cos t')$$

Wenn man $t' = o$ annimmt, so geht z' in die wahre Meridian-Zenithdistanz des Sternes über, welchen wir $= \zeta$ setzen wollen, und alsdann finden wir aus der letzten Gleichung für die obere Culmination:

$$\sin\left(\frac{z-\zeta}{2}\right) = \frac{\cos\varphi \cos\delta \sin^2 \frac{1}{2} t}{\sin\left(\frac{z+\zeta}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

oder $\sin\frac{x}{2} = \frac{\cos\varphi \cos\delta \sin^2 \frac{1}{2} t}{\sin\left(\zeta + \frac{x}{2}\right)}$, wo $x = z - \zeta$ und $\zeta = z - x$ ist.

Wenn die Beobachtungen um die untere Culmination herum angestellt werden, so muss man $t' = 180^\circ$ setzen, und nimmt man dann $t - 180^\circ = T$ an, so wird T der von der unteren Culmination abgezählte Stundenwinkel sein; wenn nun $\zeta_{,,}$ die wahre Meridian-Zenithdistanz des Sternes in der unteren Culmination bedeutet, so ist:

$$\sin\left(\frac{\zeta_{,,}-z}{2}\right) = \frac{\cos\varphi\cos\delta\sin^2\frac{1}{2}T}{\sin\left(\frac{\zeta_{,,}+z}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

oder $\sin\frac{x}{2} = \frac{\cos\varphi\cos\delta\sin^2\frac{1}{2}T}{\sin\left(\zeta_{,,}-\frac{x}{2}\right)}$, wo $x = \zeta_{,,} - z$ und $\zeta_{,,} = z + x$.

Die Werthe z und t oder T kann man, als aus den Beobachtungen, bekannt voraussetzen; berechnet man daher x, so erhält man sogleich ζ und $\zeta_{,}$ und da δ bekannt ist, so kann man die Breite φ je nach den Umständen aus einer der Gleichungen (1), (2), (3) und (4) (§. 92. Seite 246.) bestimmen. Nun enthält der zweite Theil der Gleichung die Unbekannten φ, ζ oder $\zeta_{,}$; man kann aber φ, und folglich auch ζ und $\zeta_{,}$ vermittelst der Declination δ, immer annähernd, entweder aus einer Landkarte, oder aus den Beobachtungen selbst bestimmen. Im letzteren Falle nimmt man anstatt ζ die allerkleinste von Strahlenbrechung befreite Zenithdistanz für die obere Culmination; oder anstatt $\zeta_{,}$ die allergrösste von Strahlenbrechung befreite beobachtete Zenithdistanz in der unteren Culmination. Uebrigens bringt ein Fehler von $1'$ bis $2'$ in dem angenommenen Werthe von φ keinen merklichen Einfluss auf die Bestimmung von x hervor; sollte dennoch die gefundene Breite φ zu sehr von der angenommenen abweichen, so wird man die Berechnung des Werthes x wiederholen müssen.

In der Nähe des Meridianes, wenn die Stundenwinkel nicht $40'$ in Zeit übersteigen, und ζ nicht zu klein sollte,

kann man anstatt der strengen Gleichungen (1) und (2), folgende anwenden:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin\left(\zeta+\frac{x}{2}\right)}\cdot\frac{2\sin^2\frac{1}{2}t}{\sin 1''} \\ x &= \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin\left(\zeta,-\frac{x}{2}\right)}\cdot\frac{2\sin^2\frac{1}{2}T}{\sin 1''} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (3).$$

Die Logarithmen von $\sin^2\frac{1}{2}t$ oder $\sin^2\frac{1}{2}T$ kann man, in den allgemeinen von H. Schumacher herausgegebenen Tafeln, mit den in Zeit ausgedrückten Stundenwinkeln t oder T, aufschlagen *). Mit Hülfe von δ und der genäherten Breite φ, leitet man zuerst den Werth ζ oder ζ, ab, und berechnet sich hierauf $log\,\frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin(\zeta\text{ oder }\zeta,)}$, indem man sich hierbei die logarithmische Differenz v für 1^s, bei $log\,sin\,(\zeta$ oder $\zeta,)$ bemerkt. Darauf sucht man sich einen genäherten Werth von x, indem man $\frac{x}{2}$ zuerst im Nenner des vorhergehenden Ausdruckes vernachlässigt; und erhält alsdann einen genaueren Werth von x, wenn man bei der oberen Culmination, von dem eben gefundenen genäherten Werth von $log\,x$, das Product $\frac{v}{2}.x'$ abzieht (wo x' in Minuten ausgedrückt ist,) oder bei der unteren Culmination dieses Product $v\,\frac{x'}{2}$ zu dem genäherten $log\,x$ zulegt.

*) Sammlung von Hülfstafeln, herausgegeben im Jahre 1822 von H. C. Schumacher. Neu herausgegeben und vermehrt von G. H. L. Warnstorf. Altona 1845. 8. Seite 54—70.

95. Wenn man die Correction x nicht für jede einzelne Beobachtung besonders zu berechnen wünscht, sondern es vorzieht sie gleich für das arithmetische Mittel aus allen Beobachtungen zu suchen, so kann man alsdann folgendes Verfahren anwenden. Ohne die Genauigkeit der Berechnung von x merklich zu beeinträchtigen, kann man alle Potenzen von $\sin\frac{x}{2}$, welche höher als die zweite sind, ohne weiteres vernachlässigen, und erhält alsdann;

$$x = \frac{\cos\varphi\cos\delta.\ 2\sin^2\frac{1}{2}t}{\left(\sin\zeta + \frac{x\sin 1''}{2}.\ \cos\zeta\right)\sin 1''},$$

$$x = \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin\zeta}.\frac{2\sin^2\frac{1}{2}t}{\sin 1''}\left(1 - \operatorname{cotg}\zeta.\ \frac{x\sin 1''}{2} + \ldots\ldots\right).$$

Es sei $\frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin\zeta} = p$; setzt man nun anstatt $\frac{x}{2}$ im zweiten Theile der Gleichung, seinen genäherten Werth, wie es aus dem ersten Gliede folgt, so erhalten wir annähernd bis zur zweiten Ordnung inclusive:

$$x = p.\ \frac{2\sin^2\frac{1}{2}t}{\sin 1''} - p^2\operatorname{cotg}\zeta.\ \frac{2\sin^4\frac{1}{2}t}{\sin 1''}.$$

Diese Gleichung bezieht sich auf die obere Culmination; für die untere Culmination braucht man nur im zweiten Theile der Gleichung, das Zeichen des zweiten Gliedes positiv zu nehmen, und anstatt t; T zu setzen.

Nimmt man an, dass z, z', z'' .... die wahren Zenithdistanzen in der Nähe der oberen Culmination sind, t, t', t''.... die Stundenwinkel und x, x', x'' .... die Reductionen auf den Meridian, so erhält man $\zeta = z - x$, $\zeta = z' - x'$,

$\zeta = z'' - x''$ u. s. w. Ist die Zahl dieser Bestimmungen $= N$, so findet man:

$$\zeta = \frac{z+z'+z''+\ldots.}{N} - \frac{x+x'+x''+\ldots.}{N} = \frac{\Sigma(z)}{N} - \frac{\Sigma(x)}{N};$$

$$\zeta = \frac{\Sigma(z)}{N} - \frac{p}{N}\Sigma\left(\frac{2\sin^2\frac{1}{2}t}{\sin 1''}\right) + \frac{p^2}{N}\cot g\,\zeta\,\Sigma\left(\frac{2\sin^4\frac{1}{2}t}{\sin 1''}\right).$$

Σ bedeutet hier sowohl als in allen ähnlichen Fällen, das endliche Summenzeichen.

Nimmt man daher das arithmetrische Mittel aus allen beobachteten, aber zuerst von Refraction befreiten scheinbaren Zenithdistanzen, und berechnet darauf die beiden obigen Glieder, so erhält man genau denjenigen Werth von ζ, welcher dem Mittel aller beobachteten Zenithdistanzen entspricht. Zur Bequemlichkeit der Rechnung, hat man Tafeln construirt, welche die Werthe von $\frac{2\sin^2\frac{1}{2}t}{\sin 1''}$ und $\frac{2\sin^4\frac{1}{2}t}{\sin 1''}$, nach dem in Zeit ausgedrückten Stundenwinkel als Argument geordnet, enthalten. *)

Obgleich nun diese Methode, die Beobachtungen zu reduciren, sehr einfach ist, so ist es doch stets besser den Werth von ζ aus jeder einzelnen Beobachtung besonders abzuleiten, weil man alsdann aus der Uebereinstimmung der so erhaltenen Werthe von ζ unter einander, auf den Werth der einzelnen Beobachtungen zurückschliessen kann, und zugleich entdecken kann, ob sich irgend ein zufälliger grober Schreibfehler in die Beobachtungen eingeschlichen hat.

96. Da die Declination der Sonne sich unaufhörlich verändert, so muss man, wenn man anstatt eines Sternes die

*) Sammlung von Hülfstafeln, herausgegeben im Jahre 1822 von H. C. Schumacher. Neu herausgegeben und vermehrt von G. H. L. Warnstorf. Altona 1845. Seite 40—51.

Sonne beobachtet hat, für jede einzelne Beobachtung die zugehörige Declination bestimmen. Gauss hat eine schöne Methode vorgeschlagen, wodurch man sehr bequem den Einfluss der Veränderung der Declination eliminiren kann, und der berühmte Astronom Schumacher, hat im Philosophical-Magazin für 1843 einen vortrefflichen Beweis zu dieser Methode geliefert, welchen er uns mittheilte und welchen wir hier mit einer geringen Aenderung auseinandersetzen wollen.

Es sei φ die Breite des Ortes; δ die Declination des Sonnencentrums, positiv wenn die Sonne, sich in derselben Halbkugel mit dem sichtbaren Pole des Aequators befindet, im entgegengesetzten Falle aber negativ; μ die Zunahme der Sonnendeclination während eines Zeitraumes von zwei Tagen in Secunden ausgedrückt, so gezählt, dass der Anfang dieses Zeitraumes einen Tag früher und sein Ende einen Tag später als der Mittag des Beobachtungstages fällt; alsdann drückt $\mu . \tau$ genähert, die Aenderung der Sonnendeclination um Mittag herum, im Laufe der Zeit τ aus, indem 48 Sonnenstunden als Zeiteinheit angenommen werden. Setzt man nun $15\tau = t$ und drückt t in Graden aus, so erhält man $\mu\tau = \mu . \frac{t^0}{720^0}$, denn 48 Stunden entsprechen 720^0. Der Werth von μ ist positiv, wenn die Sonne sich dem sichtbaren Pole nähert (d. h. für uns in Europa dem nördlichen), im entgegengesetzten Falle aber negativ.

Unter dem Aequator selbst, kann man den sichtbaren Pol willkürlich annehmen, allein bei der Bestimmung des Zeichens von μ und δ, muss man ja diese beiden Grössen auf einen und denselben Pol beziehen. Nehmen wir jetzt an, dass zur Zeit der Beobachtung, der Stundenwinkel des Sonnencentrums, in Graden ausgedrückt, und von Süden nach Westen gezählt $= t$ ist, so wird wenn die Beobachtung vormittags angestellt ist, das Zeichen von t negativ werden. Setzen wir

nun $\frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin\left(\zeta+\frac{x}{2}\right)}\cdot\frac{2}{\sin 1''}=a$, wo φ, δ, ζ und x die frühere Bedeutung haben, so erhalten wir die Reduction der Zenithdistanz der Sonne in der Nähe des Meridianes, auf die Zenithdistanz derselben im wahren Mittage, gleich:

$$-x+\mu.\frac{t^0}{720^0}=-a\sin^2\tfrac{1}{2}t+\mu.\frac{t^0}{720^0}.$$

Hier ist t eine kleine Grösse. Um das Glied $\mu.\frac{t^0}{720^0}$ zu eliminiren, zähle man die Stundenwinkel, statt vom wahren Mittage, von einer anderen Zeit ab, und nehme an dass $t+\partial t=t_,$, der Stundenwinkel der Sonne von dem neuen Zeitpunkte abgezählt bedeute, alsdann wird:

$$-a\sin^2\tfrac{1}{2}t+\mu.\frac{t^0}{720^0}=-a\sin^2\tfrac{1}{2}t,;$$

hieraus folgt:

$$\mu\frac{t^0}{720^0}=-a\,(\sin^2\tfrac{1}{2}t,-\sin^2\tfrac{1}{2}t).$$

oder:

$$\mu\frac{t}{720}=-a\sin\tfrac{1}{2}(t,-t)\sin\tfrac{1}{2}(t,+t)$$

Nun ist aber $t,-t=\partial t$ eine sehr kleine Grösse, und man kann daher ohne merklichen Fehler $\sin\frac{1}{2}(t,-t)=\frac{1}{2}\partial t\sin 1''$ und $\sin\frac{1}{2}(t,+t)=\sin t$ setzen; drückt man alsdann ∂t in Bogensecunden aus, so erhält man:

$$\partial t = \frac{-\mu . 2t}{720^0 . a \sin t \sin 1''}.$$

Will man anstatt t in Graden, seinen Werth in Secunden ausgedrückt, einführen, so muss man anstatt 720^0 seinen entsprechenden Werth $720^0 . 3600''$ setzen. Aber in der Nähe des Meridianes kann man annehmen, dass $t \sin 1'' = \sin t$; führt man nun für a seinen Werth in die Gleichung ein, indem man $\frac{x}{2}$ im Nenner dieses Ausdruckes vernachlässigt, und $\zeta = \varphi - \delta$ setzt, so erhält man unter der Bemerkung, dass $\frac{1}{\sin 1''} = 206265''$ ist, den folgenden Ausdruck:

$$\partial t = -\frac{206265}{720.3600} \cdot \mu . \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\varphi \cos\delta}.$$

Hieraus sieht man, dass für alle nicht zu grossen Werthe von t, die Grösse ∂t constant ist. Sie wird folglich auch für eine ganz vollständige Reihe von Circummeridian-Beobachtungen, die an demselben Tage und an demselben Orte angestellt werden, constant sein.

Die letzte Gleichung giebt ∂t in Bogen-Secunden an, daher ist: $\frac{\partial t}{15} = \partial \tau$ die Verbesserung des Stundenwinkels in Zeitsecunden, und folglich:

$$\partial \tau = -A \mu . \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\varphi \cos\delta},$$

$$\text{wo } A = \frac{206265}{15.720.3600}; \log A = 7.72470 - 10.$$

Man findet also den verbesserten Stundenwinkel t, auf die einfachste Weise, wenn man zuerst zum Stande des Chronometers im wahren Mittage den Werth:

$$+ A\,\mu.\frac{\sin(\varphi-\delta)}{\cos\varphi\cos\delta},$$

in Zeitsecunden ausgedrückt zulegt, und darauf alle Stundenwinkel von diesem verbesserten Mittage abzählt. Reducirt man alsdann die Zenithdistanzen der Sonne mit diesen Stundenwinkeln, so kann man die Declination als constant und gleich der Declination der Sonne im wahren Mittage annehmen *).

97. Wir wollen jetzt einige practische Regeln erwähnen, welche man bei der Bestimmung der Breite eines Ortes immer befolgen muss.

1stens Mit dem bekannten Stande und Gange des Chronometers, muss man erst die genäherte Zeit des Durchganges

---

*) Addirt man $+ A.\frac{\mu \sin(\varphi-\delta)}{\cos\varphi\cos\delta}$ zur Zeit des wahren Mittages, so erhält man die Zeit, wenn die Sonne ihre allergrösste Höhe hat; es sei nun H die Meridian-Höhe der Sonne, h ihre allergrösste Höhe, welche stattfindet wenn der Stundenwinkel der Sonne $= t$; so folgt alsdann, für ein positives μ, dass $h = H + \mu.\frac{t}{720.3600''} - a\sin^2\frac{1}{2}t$.

Da nun h ein Maximum sein soll, so folgt aus der Differenzialrechnung: $\frac{dh}{dt} = \frac{\mu}{720.3600} - a\sin\frac{1}{2}t\cos\frac{1}{2}t = 0$; daher $\frac{\mu}{720.3600.a} = \frac{1}{2}\sin t$ oder sehr nahe $= \frac{1}{2}t\sin 1''$, mithin $t = \frac{2\mu}{720.3600.\sin 1''.a}$. Dividirt man t durch 15, um es in Zeit auszudrücken, und setzt für a seinen Werth, so folgt für den in Zeit ausgedrückten Stundenwinkel t der Werth: $+ A\,\mu.\frac{\sin(\varphi-\delta)}{\cos\varphi\cos\delta}$.

des zu beobachtenden Gestirnes durch den Meridian berechnen, um dann nicht zu lange vor dieser Zeit, die Beobachtungen noch vor dem Durchgange des Gestirnes anfangen zu können. Hat man einen Fixstern beobachtet, so zieht man die genau berechnete Uhrzeit der Culmination des Sternes von den Beobachtungszeiten ab, und verwandelt die so gefundenen Intervalle, vermöge des bekannten Ganges des Chronometers in Sternzeit; auf diese Weise erhält man die Stundenwinkel des Sternes in Zeit. Wenn die Sonne beobachtet wurde, so muss man, um die Stundenwinkel zu berechnen, zuerst den Stand des Chronometers gegen den verbesserten Mittag bestimmen, und diesen gefundenen Stand von den beobachteten Zeiten abziehen; die so erhaltenen Intervalle kann man leicht in wahre Sonnenzeit umwandeln, indem es nur nöthig ist, den Gang des Chronometers gegen wahre Sonnenzeit zu wissen; die so reducirten Zeitintervalle drücken die Stundenwinkel der Sonne selbst aus.

Wenn man einen weit vom Pole entfernten Stern beobachtet, so muss der Stand des Chronometers bis auf 1″ genau bestimmt sein, besonders wenn die Zenithdistanz des Sternes klein ist. Sollte aber die Zeitbestimmung nicht so genau sein, so muss man vorzüglich Sterne in der Nähe des Poles wählen, und so nahe wie möglich am Meridiane beobachten.

Man muss ferner die Beobachtungen, so gleichmässig wie möglich auf beide Seiten des Meridianes vertheilen, indem man vor und nach dem Durchgange des Gestirnes durch den Meridian, gleich viele Zenithdistanzen, wo möglich in gleichen Zwischenräumen nach einander misst, denn in diesem Falle, wird ein Fehler in der Zeitbestimmung, einen entgegengesetzten aber beinahe gleichen Einfluss, auf die Beobachtungen vor und nach dem Durchgange durch den Meridian äussern, und daher das mittlere Resultat, beinahe ganz frei von diesem Fehler sein.

2tens Man muss in beiden Lagen des Instrumentes beobachten, und überhaupt alle die Vorschriften befolgen, welche wir erläutert haben, als wir von der Messung der Zenithdistanzen sprachen. §. 78, 79. Seite 200—204.

3tens Vor und nach, oder auch in der Mitte der Beobachtungen, muss man genau den Stand des Barometers, so wie den Stand des inneren und äusseren Thermometers ablesen.

4tens Um den Einfluss der constanten Fehler des Instrumentes zu vermindern, muss man nördliche und südliche Sterne, die beinahe gleich weit vom Zenithe abliegen, beobachten. Aus den nördlichen Sternen erhalten wir: $\varphi = \delta - \zeta$ in der oberen, oder $\varphi = 180° - \delta - \zeta$ in der unteren Culmination, aus den südlichen Sternen aber $\varphi = \delta + \zeta$; folglich bringt ein Fehler in der Zenithdistanz, in diesen beiden Fällen entgegengesetzten Einfluss auf φ hervor, so dass also das Mittel aus diesen Bestimmungen, immer näher an der Wahrheit liegen wird.

Wenn man viele Beobachtungsreihen anzustellen wünscht, so muss man nach Beendigung einer jeder vollständigen Beobachtungsreihe entsprechender Sterne, den Ort des Zeniths auf dem Instrumente verändern. Wünscht man 6 Beobachtungsreihen anzustellen, so muss man ihn von 15 zu 15° ändern; stellt man aber nur drei Reihen von Beobachtungen an, so ändert man ihn von 30 zu 30°; u. s. w.

5tens Man muss keine Sterne beobachten, deren Meridian-Zenithdistanz sehr klein ist, weil sonst der Stand des Instrumentes, zu grossen Einfluss auf die Genauigkeit der Zenithdistanz haben wird.

Ebenso ist es nicht gut Sterne, deren Meridianhöhe sehr klein ist, zu beobachten, weil in der Nähe des Horizontes die Sterne undeutlich erscheinen, und man auch ihre Strahlenbrechung nicht genau bestimmen kann. In der Regel darf man hierzu keine Sterne wählen, deren Zenithdistanz kleiner als 10° oder grösser als 75° ist.

6tens Zu allen diesen Berechnungen, reichen 5stellige Logarithmen vollkommen aus, in vielen Fällen genügen sogar 4stellige.

7tens Wenn die Gradtheilung auf dem Limbus, wie es bei dem unbeweglichen Verticalkreise des Theodoliten der Fall ist, von der rechten aus, nach dem oberen Theile des Kreises fortgezählt wird, so muss man x oder die Reduction auf den Meridian, wenn der Verticalkreis nach links umgelegt ist, zur Ablesung des Nonius zulegen, hingegen muss man x von der Ablesung abziehen, wenn der Kreis nach rechts umgelegt ist, und in beiden Fällen erhält man alsdann die Ablesung, die der Meridian-Zenithdistanz entspricht. Sollte man indessen versäumt haben, die Lage des Verticalkreises zu bemerken, so ist es leicht sie nachher zu bestimmen, denn zieht man diejenigen Reductionen auf den Meridian, welche hätten zugelegt werden sollen, von den Ablesungen des Nonius ab, so wird man anstatt eine Uebereinstimmung unter den auf den Meridian reducirten Nonius-Ablesungen zu erzielen, ein bedeutendes Auseinandergehen finden, welches mit der Entfernung vom Meridiane sich immer vergrössert; es wird daher allemal leicht sein, das richtige Zeichen der jedesmaligen Reduction zu bestimmen.

1stes Beispiel. Im Jahre 1836 am 30sten September, wurden zu Novotscherkask, am Verticalkreise eines Theodoliten die Zenithdistanzen des Sternes α Aquilae gemessen; das bei der Beobachtung gebrauchte Chronometer, war um $15^h\ 13'\ 46''.9$ Chronometer Zeit, um $0^h\ 33'\ 0''.72$ zu spät gegen mittlere Zeit in Novotscherkask, und die Voreilung des Chronometers gegen mittlere Zeit, betrug in einem mittleren Tage $3''.84$. Die genäherte nördliche Breite des Beobachtungsortes $= 47^\circ\ 24'$; seine genäherte Länge $= 1^h\ 46'\ 58''$ östlich von Berlin; die scheinbare AR von α Aquilae war am 30sten September 1836 $= 19^h\ 42'\ 48''.72$, seine Abweichung $\delta = +\ 8^\circ\ 25'\ 34''.0$.

Wir wollen zuerst die Culminations-Zeit des Sternes genau nach Chronometer-Zeit berechnen. Aus dem Berliner Astronomischen Jahrbuche für 1836, findet man, dass die Sternzeit im mittleren Berliner Mittage = 12ʰ 36′ 53″.99 war; im Laufe von 1ʰ 46′ 58″ eilt die Sternzeit gegen mittlere Zeit um 17″.59 vor, da nun die Länge von Novotscherkask östlich ist, so wird der Mittag daselbst früher als in Berlin stattfinden, und folglich die Sternzeit im mittleren Mittage zu Novotscherkask = 12ʰ 36′ 36″.40 sein. Aber die Sternzeit der Culmination von α Aquilae = *AR* α Aquilae = 19ʰ 42′ 48″.72, folglich wird die mittlere Zeit seiner Culmination in Novotscherkask = 19ʰ 42′ 48″.72 — 12ʰ 36′ 36″.40 — (0ʰ 1′ 9″.80, oder die Voreilung der Sternzeit für den Sternzeit-Intervall 7ʰ 6′ 12″.32) sein, daher die mittlere Zeit seiner Culmination = 7ʰ 5′ 2″.52. Als das Chronometer 15ʰ 13′ 46″.9 zeigte, war die mittlere Zeit = 15ʰ 46′ 47″.62, und in jeder Stunde mittlerer Zeit eilte es um 0″.16 vor, folglich war die Culminationszeit des Sternes nach dem Chronometer = 6ʰ 32′ 0″.41 und ausserdem jede Chronometerstände = (1 Stunde + 9″.70) Sternzeit.

Jetzt folgen die Beobachtungen selbst, wobei der Kürze wegen unter der Kreisablesung, immer das Mittel aus den Ablesungen an den 4 Vernieren verstanden wird. *K R* und *K L* bezeichnen die Lagen des Verticalkreises, als er nach rechts und links umgelegt war.

1 Theil des Niveaus am Verticalkreise = 2″.40 in Bogen.

Vertical-Kreis	Chronometer-Zeit	Kreis-Ablesung	Niveau-Ablesung + Theile	Niveau-Ablesung − Theile	Secunden der verb. Ablesung	Zeitraum zwischen der Cul.-Zeit und der Zeit der Beobachtung; in Chronometerzeit	in Sternzeit, oder Stundenwinkel
	ʰ ′ ″	° ′ ″			″	′ ″	′ ″
im Osten	6 23 58.0	239 34 53.9	12.0	14.8	50.5	— 8 2.4	— 8 3.7
oder *K. L.*	6 28 52.0	239 36 55.7	11.0	16.0	49.7	— 3 8.4	— 3 8.9
im Westen	6 37 34.0	317 31 51 8	13.8	13.3	52.4	+ 5 33.6	+ 5 34.3
oder *K. R.*	6 42 45 0	317 34 53.7	16.0	11.0	59 7	+ 10 44 6	+ 10 46.3

Die Höhe des Barometers bei der Mitte der Beobachtungen = 30.15 englische Zoll, das innere Thermometer = + 12°.0 Reom; das äussere Thermometer = + 7°.5 Reom.

Durch die Beobachtung eines terrestrischen Gegenstandes, wurde der Ort des Zeniths auf dem Kreise = 278° 34′.0 gefunden, und folglich die scheinbare genäherte Zenithdistanz in der 1sten Beobachtung = 38° 59′.1; in der 2ten = 38° 57′.0; in der 3ten = 38° 57′.9 und in der 4ten = 39° 1′.9. Diese Zenithdistanzen sind so wenig unter sich verschieden, dass man die Strahlenbrechung für das Mittel aus ihnen z' = 38° 59′ berechnen kann; demzufolge findet man bei der erwähnten Beschaffenheit der Atmosphäre aus den Besselschen Tafeln, *) dass die Strahlenberechnung = 47″.4.

Das genäherte		Beispiel für den Stundenwinkel = 0h 8′ 3″.7
φ = 47° 24′.0		
δ = + 8 26.6	$\log \frac{2}{\sin 1''}$ = . . 5.61546	$\log \sin^2 \frac{1}{2} t$ = ... 6.49038
		$\log const.$ = ... 5.64275
z = . 38° 57′.4	$\log \cos \varphi$ = . . . 9.83048	$\log$ (genähertes x) = ... 2.13313
die Logarithmische Diff. für 1′ bei *log sin z* = 0.00016	$\log \cos \delta$ = . . . 9.99527	x = 2′,2; *Correction* = . — 18
	comp. log sin z = 0.20151	Der genaue $\log x$ = ... 2.13295
	Summe = 5.64275	x = 2′ 15″.8

Auf eine ähnliche Art, wird man die Reductionen auf den Meridian für die 2te, 3te und 4te Beobachtung = 0′ 20″.7, 1′ 4″.9 und 4′ 2″.3 finden; verbindet man diese, mit ihren zugehörigen Zeichen, mit den Ablesungen am Verticalkreise, so erhalten wir folgende für Niveau verbesserte und auf den Meridian reducirte Kreisablesungen:

---

*) Sammlung von Hülfstafeln, herausgegeben im Jahre 1822 von H. C. Schumacher. Neu herausgegeben und vermehrt von G. H. L. Warnstorf. Altona 1845. Seite 30—42.

bei *K. L.*	bei *K. R.*	Hieraus folgt das Mittel
239° 37′ 6″.3	317° 30′ 47″.5	*K. R.* = 317° 30′ 52″.5
10 .4	57 .5	*K. L.* = 239 37 8 .3

Doppelte scheinbare Zenithdistanz =	77°	53′	44″.2
Scheinbare Meridian Zenithdistanz =	38	56	52 .1
Strahlenbrechung =		+ 47	.4
Wahres z =	38°	57′	39″.5
Declination δ =	+8	26	34 .0
Die gesuchte Breite des Ortes φ =	47°	24′	13″.5

Wollten wir nicht jede Beobachtung besonders berechnen, sondern wünschten sogleich die scheinbare Meridian-Zenithdistanz abzuleiten, wie sie aus dem Mittel aller Beobachtungen folgt, so kann man den Ort des Zeniths = 278° 34′ 0″ setzen, und erhalten alsdann mit Hülfe der mehrmals erwähnten Tafeln:

$$\frac{\text{Summe der gemessenen Zenithdist.}}{\text{dividirt durch die Zahl der Beobacht.}} = \frac{\Sigma(z')}{N} = 38^\circ\,58'\,48''.00$$

$$\log p = 0.02729; \ldots . \frac{-p}{N}\,\Sigma\frac{2\sin^2\frac{1}{2}t}{\sin 1''} = -\ 1\ 56.\ 05$$

$$+\frac{p^2 \operatorname{cotg} z}{N}\,\Sigma\frac{2\sin^4\frac{1}{2}t}{\sin 1''} = +\ 0\ 0.\ 06$$

Scheinbare Meridian-Zenithdistanz = 38° 56′ 52.″01

wie vorher.

2tes Beispiel. Am 25sten August 1842, wurden auf der academischen Sternwarte zu St. Petersburg, um Mittag herum, die Zenithdistanzen des oberen und unteren Sonnenrandes mit einem kleinen Universalinstrumente gemessen; die Beobachtungen wurden mit einer Uhr von Lepaute angestellt, welche im wahren St. Petersburger Mittage am 25sten August 0h 1′ 4″.8 zeigte; 1h wahre Sonnenzeit =

1 Lepaute = 0″.41. Ein Theil des Niveaus am Verticalkreise = 7″.1.

Vertical-Kreis	Beobachteter Rand der Sonne	Uhrzeit			Kreis-Ablesung			Niveau-Ablesung — Theile	Niveau-Ablesung + Theile	Secunden der Ablesung für Niveau corrigirt
		h	′	″	°	′	″			
im Westen	Oberrand	23	48	37	311	8	39.0	4.7	2.7	31″.9
	Unterrand	23	54	40	310	39	26.0	4.7	2.7	18 .9
im Osten	Unterrand	0	7	31	49	19	52.0	4.2	2.6	46 .3
	Oberrand	0	13	28	48	50	27.0	3.0	4.0	30 .6

Die Barometer-Höhe = 341.2 Pariserlinien; inneres Thermometer = + 18°.7 Reom.; äusseres Thermometer = = + 19°.0 Reom.

Die genäherte nördliche Breite des Beobachtungsortes = 59° 56′.5; die östliche Länge von Greenwich = 2h 1′ 15″. Aus den Nautical Almanac für 1842 findet man, dass für 2h 1′ 15″ vor dem wahren Greenwicher Mittage, oder für den wahren St. Petersburger Mittag am 25sten August, die nördliche Declination des Sonnencentrums = 10° 51′ 58″.6; die Horizontal-Parallaxe der Sonne = 8″.5; $log\ (-\mu)$ = 3.3950, der Halbmesser der Sonne = 15′ 51″.2, und daher:

$\varphi = 59°\,56'.5$
$\delta = +10\ 52.0$
$z = 49°\ 4'.5$

$log \frac{cos\,\varphi\, cos\,\delta}{sin\,z} = 9.8136$

$comp. \ldots\ldots = 0.1864$

Die logarithmische Differenz für $log\ sin\ z$ für 1′ . . . = 0.0001

Strahlenbrechung . . . . . = 63″.7

Sonnen-Parallaxe . . . . . = 6 .4

Strahlenbrechung — Parallaxe . . . . = 57″.3

μ ist hier negativ; wir berechnen daher die Mittagsverbesserung folgendermassen, *log A* aus §. 96.; Seite 259. entnehmend:

$$\log A = 7.7247$$
$$\log \mu = 3.3950_n$$
$$\log \frac{\sin z}{\cos \varphi \cos \delta} = 0.1864$$

Verbesserung..... $= -20''.2 \ldots 1.3061_n$
Wahrer Mittag... $= 0^h\ 1'\ 4''.8$ nach Lepaute

Verbesserter Mittag $= 0^h\ 0'44''.6$ nach Lepaute oder $24^h\ 0'44''.6$

Folglich sind die Unterschiede zwischen den Beobachtungszeiten und dem verbesserten Mittage:

	$12'\ 7''.6$	$6'\ 4''.6$	$6'\ 46''.4$	$12'\ 43''.4$
Reduction auf wahre Zeit	$-0\ .1$	$-0\ .0$	$-0\ .0$	$-0\ .1$
Verb. St.-Winkel in Zeit	$12\ 7\ .5$	$6\ 4\ .6$	$6\ 46\ .4$	$12\ 43\ .3$

Hieraus folgen die entsprechenden Reductionen auf den Meridian:

	Kreis im Westen oder *K. R.*		Kreis im Osten oder *K. L.*	
x ... =	$0^\circ\ 3'\ 7''.8$	$0^\circ\ 0'\ 47''.2$	$0^\circ\ 0'\ 56''.6$	$0^\circ\ 3'\ 26''.8$
Kreisablesung .. =	$311\ 8\ 31\ .9$	$310\ 39\ 18\ .9$	$49\ 19\ 46\ .3$	$48\ 50\ 30\ .6$
Im Meridian .. =	$311^\circ 11'\ 39''.7$	$310^\circ 40'\ 6''.1$	$49^\circ 18'\ 47''.7$	$48^\circ 47'\ 3''.8$
Sonnenhalbmesser	$-15\ 51\ .2$	$+15\ 51\ .2$	$-15\ 51\ .2$	$+15\ 51\ .2$
Für Sonnencentrum.	$310^\circ 55'\ 48''.5$	$310^\circ 55'\ 57''.3$	$49^\circ\ 2'\ 56''.5$	$49^\circ\ 2'\ 55''.0$

Bei dem angewandten Instrumente, wurde die Grad-Theilung von rechts aus nach dem oberen Theile des beweglichen Limbus gezählt, und die Kreisverniere waren fest, folglich ist $z = \frac{KL - K.R}{2}$ und für die Kreisablesungen im Meridiane findet man folgende Mittelzahlen:

K. L. (*oder Kreis im Osten*)	= 360° +	49° 2′ 55″.7
K. R. (*oder Kreis im Westen*).	=	310 55 52 .9
Doppelte scheinbare Meridian-Zenithdistanz	=	98° 7′ 2″.8
Scheinbare Meridian-Zenithdistanz	=	49 3 31 .4
Strahlenbrechung minus Parallaxe	=	+ 57 .3
Wahre Z. D. des ⊙ Centrums im Meridian	=	49° 4′ 28″.7
Declination δ	= +	10 51 58 .6
Die gesuchte Breite φ	=	59° 56′ 27″.3

Diese Bestimmung ist wenig, von der wahren Breite der academischen Sternwarte zu St. Petersburg, verschieden, denn zu Folge einer sehr genauen Untersuchung des Academikers Wisniewsky ist sie = 59° 56′ 31″.0.

Bestimmung der Breite eines Ortes aus Beobachtungen des Polarsternes.

98. Der Polarstern (*α Ursae minoris*) bewegt sich immer so langsam, dass man durch die gemessene Höhe oder Zenithdistanz dieses Sternes, die Breite eines Ortes bis auf 1″ in Bogen genau bestimmen kann, selbst wenn man die Beobachtungen ausserhalb des Meridianes anstellt und die Zeitbestimmung, bis auf 1 oder 2 Secunden fehlerhaft ist.

Die Berechnungen werden bequem und vollkommen strenge, nach den Formeln (1) oder (2) §. 94. Seite 252 und 253. geführt; die erste Formel wendet man bei der oberen, die letztere bei der unteren Culmination an.

Mit dem in Zeit ausgedrückten Stundenwinkel t als Argument, kann man den $log\ stn^2 \frac{1}{2} t$ bequem aus den Tafeln des Herrn Barons von Wrangel bestimmen, welche von dem Hydrographischen Depot des kaiserlichen Marine Stabes

zu St. Petersburg im Jahre 1835 herausgegeben wurden. Wenn die Stundenwinkel auf die obere Culmination bezogen mehr als 6 Stunden betragen, so muss man sie von der unteren Culmination abzählen, und alles auf die untere Culmination beziehen. Hat man diese Tafeln aber nicht, so kann man $log\ stn^2 \frac{1}{2}\ t$ von $0^h\ 0'$ bis $0^h\ 42'$ aus Schumachers Hülfstafeln entnehmen; für die übrigen Stundenwinkel dagegen selbst berechnen.

Vier Beobachtungen, von denen zweie in einer Lage des Instrumentes, und zweie in der entgegengesetzten Lage angestellt werden, bilden eine vollständige Beobachtungsreihe, und da nun 4 solche beobachtete Zenithdistanzen, wenig von einander verschieden sein werden, so kann man die Strahlenbrechung für das Mittel aus ihnen berechnen, und diese Strahlenbrechung alsdann, für eine solche ganze Reihe als beständig ansehen.

Beispiel. Am 1sten October 1836, wurden zu Novotscherkask an dem Verticalkreise eines Astronomischen-Theodoliten, Zenithdistanzen des Polarsternes gemessen. Die obere Culmination des Polarsternes fand nach Chronometer-Zeit um $11^h\ 46'\ 12''.7$ statt.

1 Stunde des Chronometers = 1 Stunde Sternzeit + 9″.70.

1 Theil des Niveaus = 2″.49 in Bogen.

Die genaue nördliche Declination des Polarsternes = 88° 26′ 14″.9; seine $AR = 1^h\ 1'\ 42''.3$; die genäherte nördliche Breite des Ortes = 47° 24′.

Vertical-kreis	Chronometerzeit	Kreis-Ablesung	Niveau-Ablesung + Theile	Niveau-Ablesung − Theile	Secunden der nenn. Ablesung	Stundenwinkel in Sternzeit.
K. L.	$7^h\ 44'\ 14''.0$	207° 57′ 13″.6	13.5	14.0	13″.1	$4^h\ 2'\ 37''.4$
	7 50 7 .0	207 39 16 .5	12.8	14.2	15 0	3 56 43 .5
K. R.	$7^h\ 59'\ 57''.5$	291° 31′ 44″.2	13.5	14.0	43″.7	$3^h\ 46'\ 41''.2$
	8 6 26 .0	291 29 31 .5	14.3	13 0	32 .9	3 40 21 .9
	8 13 25 .0	291 27 9 .3	14.3	13.0	10 .7	3 33 20 .8
	8 18 32 .0	291 25 24 .8	14.6	13 0	26 .6	3 28 14 .0
K. L.	$8^h\ 25'\ 54''.5$	208° 11′ 32″.5	13.5	14.3	30″.4	$3^h\ 20'\ 50''.4$
	8 32 48 .5	208 13 48 .2	12.3	14.4	44 .7	3 13 55 .2

Bei der Mitte der Beobachtungen war der Barometerstand = 30.19 englische Zoll; inneres Thermometer = + 13°.0 Reom.; äusseres Thermometer = + 5°.8 Reom.

Mit dem genäherten Orte des Zenithes = 249° 7′.5 findet man, dass die scheinbare Zenithdistanz für das Mittel der ersten vier Beobachtungen = 41° 46′.2 war, für die letzten vier Beobachtungen findet man dagegen = 41° 36′.9, folglich werden die den Mitteln dieser Zenithdistanzen entsprechenden Strahlenbrechungen, mit Rücksicht auf Barometer- und Thermometerstand = 51″.5 für die 1ste Reihe, und = 51″.4 für die 2te Reihe sein.

Um ein Rechnungsbeispiel zu geben, wollen wir $z - \zeta$ für die erste Beobachtung oder für den Stundenwinkel 4ʰ 2′ 37″.4 bestimmen. Näherungsweise ist:

$\varphi = 47°24'.0$	Beobachtete scheinb. Zenithdistanz $= 41°50'.3$
$\delta = 88\ 26\ .2$	Strahlenbrechung . . . . $=\ 0\ .9$
$\zeta = 41°\ 2'.2$	wahres $z = 41°51'.2$
$z = 41\ 51\ .2$	

$$\frac{z+\zeta}{2} = 41°26'.7$$

$$\log \sin^2 \tfrac{1}{2} t = 9.40650$$

$$\log \cos \varphi \cos \delta = 8.26638$$

$$\text{comp. log sin}\left(\frac{z+\zeta}{2}\right) = 0.17919$$

$$\log \sin\left(\frac{z-\zeta}{2}\right) = 7.85207$$

$$\frac{z-\zeta}{2} = 0°\ 24'\ 27''.0$$

Wir haben die Ablesung am Verticalkreise für Niveau corrigirt gefunden = 207° 57′ 13″.1

$z - \zeta =\ 0\ 48\ 54\ .0$

Summe = 208° 46′ 7″.1; welches die auf den Meridian reducirte Kreisablesung ist.

Auf ähnliche Weise kann man nun die Reductionen der anderen Beobachtungen berechnen, und findet sodann die folgenden auf den Meridian reducirten Kreisablesungen:

1ste Reihe		2te Reihe	
K. L.	*K. R.*	*K. R.*	*K. L.*
208° 46′ 7″.1	290° 48′ 28″.5	290° 48′ 28″.3	208° 46′ 7″.2
2 .2	28 .1	26 .0	9 .7

Nimmt man das arithmetische Mittel, so folgt:

für die 1ste Reihe		für die 2te Reihe	
K. R.	= 290° 48′ 28″.3	*K. R.*	= 290° 48′ 27″.2
K. L.	= 208 46 4 .6	*K. L.*	= 208 46 8 .5
Differenz . . .	= 82° 2′ 23″.7	Differenz . . .	= 82° 2′ 18″.7
halbe Differenz	= 41 1 11 .8	halbe Differenz	= 41 1 9 .4
Strahlenbrech.	= + 51 .5	Strahlenbrech.	= + 51 .4
Wahres ζ . .	= 41° 2′ 3″.3	Wahres z . .	= 41° 2′ 0″.8
Das Mittel aus beiden ζ . . .			= 41° 2′ 2″.1
Wahre Declination δ			= + 88 26 14 .9
Die gesuchte Breite φ			= 47 24 12 .8

Anmerkung. Wenn man keine grosse Genauigkeit verlangt, so kann man die Breite eines Ortes sehr leicht aus Polarstern-Beobachtungen mit Hülfe von Tafeln berechnen, welche jedes Jahr in dem Nautical-Almanac erscheinen; die Form dieser Tafeln rührt von Littrow her. Da der Polarstern sehr nahe am Pole selbst ist, so wird seine wahre Höhe $= h$, nur immer wenig von der Polhöhe oder der Breite des Ortes $= \varphi$ verschieden sein; es sei daher $h = \varphi - y$ und $d = 90 - \delta$, wo δ die Declination des Polarsternes ist; so wird y niemals grösser als d oder die Polardistanz des Sternes werden können, welche nahe $= 1° 32'$ ist; wenn nun t der Stundenwinkel des Sternes ist, so hat man:

$$\sin h = \sin(\varphi - y) = \sin\varphi \cos y - \cos\varphi \sin y$$
$$= \cos\varphi \sin d \cos t + \sin\varphi \cos d$$

folglich: $-\sin y = \sin d \cos t + tg\,\varphi\,(\cos d - \cos y)$

Wegen der Kleinheit von y und d, kann man ohne merklichen Fehler annehmen, dass: $\sin y = y \sin 1''$, $\sin d = d \sin 1''$; $\cos y = 1 - \frac{1}{2} y^2 \sin^2 1''$, $\cos d = 1 - \frac{1}{2} d^2 \sin^2 1''$, folglich:

$$-y = d \cos t + tg\, \varphi\, (y^2 - d^2) \frac{\sin 1''}{2}$$

Vernachlässigt man einstweilen im zweiten Theile der Gleichung das letzte Glied, welches immer sehr klein ist, in Vergleich mit dem ersten, so folgt $y = -d \cos t$, und daher $y^2 - d^2 = -d^2 \sin^2 t$; alsdann hat man bis zu Gliedern der 2ten Ordnung inclusive:

$$y = -d \cos t + \frac{d^2 \sin 1''}{2} tg\, \varphi \sin^2 t. \ldots\ldots (a)$$

Da der Werth von d sich beständig ändert, so kann man den Werth von d zu einer gewissen Epoche $= \triangle$ setzen; zu einer anderen Epoche wird alsdann $d = \triangle - (\triangle - d)$ werden, wo $\triangle - d$ eine sehr kleine Grösse ist; da ferner φ immer nahe $= h$, so kann man im zweiten Gliede der obigen Gleichung (a), $\triangle$ anstatt d und h anstatt φ setzen, und erhält alsdann:

$$\varphi = h - \triangle \cos t + \frac{\triangle^2 \sin 1''}{2} tg\, h \sin^2 t + (\triangle - d) \cos t$$

Das Glied $- \triangle \cos t$ wird immer positiv zwischen den Grenzen $t = 6^h\ 0'$, oder 90° und $t = 18^h\ 0'$ oder 270° sein; dagegen negativ von $t = 0^h\ 0'$ oder 0° bis $t = 6^h\ 0'$ oder 90°, und auch von $t = 18^h\ 0'$ oder 270° bis $t = 24^h\ 0'$ oder 360°. Das darauf folgende Glied ist stets positiv, und das letzte zuweilen positiv, zuweilen negativ; um es immer positiv zu machen, kann man $+ 1'$ oder $+ 2'$ da-

zulegen, muss aber alsdann vom ersten Theile der obigen Gleichung (*a*), d. h. von *h* ebensoviel abziehen.

Es sei *s* die Sternzeit der Beobachtung; α die gerade Aufsteigung des Polarsternes zu dieser Zeit; drückt man alsdann *s* und α in Graden aus, so wird $t = s - \alpha$, und:

$$\varphi = h - n - \Delta \cos(s - \alpha) + \Delta^2 \frac{\sin 1''}{2} tg\, h \sin^2 (s - \alpha) + [n + (\Delta - d) \cos (s - \alpha)]$$

wo *n* gleich 1′ oder 2′ ist, welches man jedes Mal in den Tafeln angegeben findet; die I^ste Tafel giebt alsdann $-\Delta \cos(s-\alpha)$ mit der Sternzeit als Argument; die II^te Tafel enthält das folgende Glied mit zwei Argumenten; nämlich die Höhe des Sternes und die Sternzeit; die III^te Tafel enthält endlich das letzte Glied ebenfalls mit zwei Argumenten: die Sternzeit und das Datum oder den Tag der Beobachtung; die letzten beiden Correctionen sind stets positiv. Bis zum Jahre 1845, wurde im Nautical-Almanac in der II^ten Tafel, für das eine Argument, statt der Höhe des Polarsternes die genäherte Breite des Beobachtungs-Ortes gebraucht, welches übrigens in der Rechnung keinen merklichen Unterschied hervorbringt.

Aus einem vollständigen Systeme von Beobachtungen, die Fehler des Instrumentes zu eliminiren.

99. Wir haben schon früher §. 78. Seite 201 erwähnt, dass man bei der Messung von Zenithdistanzen durch einen Verticalkreis, den Einfluss des Theilungsfehlers des Kreises dadurch sehr verringern kann, dass man nach jeder Beobachtungsreihe den Ort des Zeniths regelmässig verändert;

aber es giebt noch einen Fehler, welcher beständig nach derselben Richtung wirkt, und welcher vom Einflusse der Schwerkraft auf das Instrument herrührt, nämlich die Durchbiegung des Fernrohres (§. 82. Seite 211.). Ueberhaupt kann man bei der Bestimmung der Breite eines Ortes sehr leicht die constanten Fehler des Instrumentes erforschen, indem man Sterne im Norden und Süden, deren Declinationen sicher bestimmt, und deren Meridian-Zenithdistanzen sehr nahe gleich sind, bei ihrem Durchgange durch den Meridian beobachtet und die Resultate der Beobachtungen vergleicht. Auf diese Weise kann man in jedem Falle die genaue Breite eines Ortes bestimmen, welches wir durch ein lehrreiches Beispiel, aus den Beobachtungen des Akademikers Wisniewsky entlehnt, (siehe Memoires de l'Academie de St. Petersburg, 1820. T. VII.), näher erläutern wollen.

Im August und September des Jahres 1816 beobachtete Herr von Wisniewsky mit Hülfe eines Throughtonschen Verticalkreises die vier Sterne; 1stens *α Ursae minoris* und 2tens *α Andromedae*, welche bei ihrer oberen Culmination im St. Petersburger Meridian, beinahe gleichweit nördlich und südlich vom Zenithe durch den Meridian gehen; ferner 3tens *α Ursae majoris* im Norden in seiner unteren Culmination und 4tens *α Aquilae* im Süden in seiner oberen Culmination; diese beiden Sterne haben ebenfalls sehr nahe gleiche Meridian-Zenithdistanzen in St. Petersburg. Die Oerter der Sterne wurden nach den besten damaligen Bestimmungen von Bessel und Pond angenommen. Alle gemessenen Zenithdistanzen wurden auf den Meridian reducirt, und für Strahlenbrechung nach den Besselschen Tafeln verbessert. Berechnet man nun die scheinbaren Declinationen der Sterne, für alle Beobachtungstage, so kann man vermöge der Aenderungen in diesen Declinationen, alle beobachteten Zenithdistanzen auf eine einzige feste Zeit-Epoche reduciren. Wählt man hierzu den 19ten September 1816, so erhält man folgende Tafel:

	Culmination	Beobachtete wahre Zenithdistanz	Berechnete nördliche Declination	Daraus unmittelbar folgende Breite	Zahl der Beobachtungen
		° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
α *Ursae minor.*	Obere	28 23 4.1	88 19 39 .7	59 56 35 .6	46
α *Andromedae*	Obere	31 51 42 .7	28 4 43 .9	59 56 26 .6	32
α *Ursae major.*	Untere	57 18 58 .2	62 44 24 .1	59 56 37 .7	42
α *Aquilae*	Untere	51 32 45 .8	8 23 38 .6	59 56 24 .4	38

Es seien z_1, z_2, z_3, z_4 die wahren Zenithdistanzen und δ_1, δ_2, δ_3, δ_4 die Declinationen des 1sten, 2ten, 3ten und 4ten Sternes. Da die Declinationen sehr genau bestimmt sind, so kann die Abweichung unter den abgeleiteten Breiten, nur von einem Fehler in den Zenithdistanzen herrühren. Aus der obigen Tabelle ersieht man sogleich, dass das angewandte Instrument die Zenithdistanzen zu klein gab, und dass der Fehler mit der Zunahme der Zenithdistanz wächst; es ist daher sehr wahrscheinlich, dass er von der Durchbiegung des Fernrohres abhängt. Nimmt man an, dass die Grösse der Durchbiegung bei der horizontalen Lage des Fernrohres $= b$ sei, so folgt für eine auf dem Instrumente abgelesene Zenithdistanz z, der wahre Werth $z + b \sin z$. Berechnet man nun, bei dieser Annahme, die genaue Breite des Ortes, so entstehen die Gleichungen:

$$\varphi = \delta_1 - z_1 - b_1 \sin z_1; \qquad \varphi = \delta_2 + z_2 + b \sin z_2$$
$$\varphi = 180 - \delta_3 - z_3 - b_3 \sin z_3; \qquad \varphi = \delta_4 + z_4 + b \sin z_4$$

Wir wollen nun $\varphi = 59^\circ\, 56' 30''.0 + \partial\varphi$ annehmen, wo $\partial\varphi$ eine kleine Correction ist; setzt man alsdann, anstatt z_1, z_2, z_3, z_4 und δ_1, δ_2, δ_3 und δ_4 ihre Werthe aus obiger Tafel, so findet man:

(1) ... $\partial\varphi = +5''.6 - b \sin 28^\circ 23'$; Zahl der Beobach. $= 46$
(2) ... $\partial\varphi = -3\ .4 + b \sin 31\ 52$; . . . . . $= 32$
(3) ... $\partial\varphi = +7\ .7 - b \sin 57\ 19$; . . . . . $= 42$
(4) ... $\partial\varphi = -5\ .6 + b \sin 51\ 33$; . . . . . $= 38$

Hieraus bestimmte man nun $\partial\varphi$ und b nach der Methode der kleinsten Quadrate; indem man bekanntermaasssen zwei Endgleichungen bildete, wovon die I^ste dadurch entstand, dass man die Summe der Producte (1) × 46, (2) × 32, (3) × 42 und (4) × 38 formirte, und die II^te dadurch gebildet wurde, dass man (1) mit − 46 *stn* 28° 23′; (2) mit + 32 *stn* 31° 52′; (3) mit − 42 *stn* 57° 19′; (4) mit + 38 *stn* 51° 23′ multiplicirte und diese 4 Producte summirte; auf diese Weise erhielt man:

$$\left.\begin{aligned} +158.00\,\partial\varphi &= +259''.40 - 10.56\,b \\ -\ 10.56\,\partial\varphi &= -618\ .82 + 72.36\,b \end{aligned}\right\} \text{ so dass endlich: } \partial\varphi = +1''.08;\ b = +8''.40$$

Folglich ist der wahrscheinliche Werth der Durchbiegung $b = +8''.40$ und die wahrscheinliche Breite des Ortes $= 59° 56′ 31''.08$. Dieser gefundene Werth von b, bringt die Beobachtungen zu einer solchen Uebereinstimmung, dass der wahrscheinliche Fehler der Breite des Ortes nicht grösser als $0''.24$ ist. Das reducirte System der Beobachtungen ist nunmehr nur noch von der Richtigkeit der angewandten Declinationen abhängig, indem der Fehler, welcher von der Einwirkung der Schwerkraft auf das Instrument herrührt, beinahe beseitigt ist. Wenn man übrigens anstatt vieler entsprechender Sterne, nur einen einzigen Stern beobachtet hat, so muss man, um den Einfluss, welchen die Einwirkung der Schwere auf das Instrument hervorbringt, zu eliminiren, nach der Methode von Bessel, die Beobachtungen des Sternes in beiden Lagen des Instrumentes mit den Beobachtungen des reflectirten Bildes des Sternes in einem künstlichen Quecksilber-Horizonte verbinden. Auf diese Weise wird der Einfluss der Schwerkraft auf das Instrument aus den Resultaten der Beobachtungen jedes einzelnen Sternes vollständig eliminirt werden. Hat man auf diese Art einen, dem Pole nahe gelegenen Stern im directen und reflectirten Bilde, sowohl in der oberen, als auch in der unteren Culmination

beobachtet, so wird das mittlere Resultat unabhängig von den erwähnten Fehlern des Instrumentes und von dem Fehler der angenommenen Declination sein.

Zeit-Bestimmung.

100. Wenn die Breite eines Ortes genau bekannt ist, und wir messen die Höhe eines Gestirnes, so können wir dadurch die Zeit, und folglich auch den Stand des Chronometers bestimmen, und je schneller sich die beobachtete Höhe ändert, desto genauer wird das erhaltene Resultat sein; wir haben oben gesehen, dass dieses stattfindet, wenn das Gestirn den 1sten Vertical oder das Azimuth 90° erreicht, was jedoch nur bei solchen Gestirnen der Fall sein kann, deren Declination δ zwischen 0° und der Breite des Ortes $= \varphi$ liegt.

Es sei die scheinbare beobachtete Zenithdistanz des Gestirnes $= z'$; die entsprechende Strahlenbrechung $= \varrho$, die Höhenparallaxe $= p$; alsdann wird die wahre Zenithdistanz $z = z' + \varrho - p$. Wenn man nun die Breite des Ortes $= \varphi$ setzt, und annimmt, dass zur Zeit der Beobachtung, die gerade Aufsteigung des Gestirnes $= \alpha$, seine Declination $= \delta$, die Sternzeit $= s$, und der Stundenwinkel $= t$ ist, so erhält man:

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin \delta \sin \varphi}{\cos \varphi \cos \delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

$$\text{oder: } \sin \tfrac{1}{2} t = \pm \sqrt{\frac{\sin \tfrac{1}{2}(z+\zeta) \sin \tfrac{1}{2}(z-\zeta)}{\cos \varphi \cos \delta}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

wo $\zeta = \varphi - \delta$, und $t = s - \alpha$ in Graden ausgedrückt ist. Hier werden die Stundenwinkel nach der Richtung der täglichen Bewegung, vom Süden gegen Westen von 0° bis

360° gezählt; bei der Quadratwurzel nimmt man das Zeichen +, wenn das Gestirn im Westen des Meridianes ist, dagegen −, wenn es im Osten ist.

Es ist klar, dass $\zeta = \varphi - \delta$ die wahre Meridian-Zenithdistanz sein wird, wenn δ zur Zeit der Meridianpassage, denselben Werth, wie zur Zeit der Beobachtung beibehält. Die Formel (b) ist für logarithmische Berechnung die bequemste, aber wenn man an mehreren auf einanderfolgenden Tagen, Beobachtungen mit denselben Sternen anstellt, deren Declinationen sich wenig ändern; so wird es alsdann bequemer sein die Formel (a) zu brauchen, vorzüglich wenn man Tafeln der natürlichen Sinusse und Cosinusse zur Hand hat. Alsdann sucht man sich nämlich die Werthe $\sin\varphi \sin\delta$ und $C.\log\cos\varphi\cos\delta$ für δ und $\delta + 10''$; und nun kann man ihre Werthe für jedes andere δ, welches der Zeit der Beobachtung entspricht, leicht durch Interpolation bestimmen. Sollten aber die Beobachtungen nicht zahlreich sein, so wird die zweite Formel (b) zum practischen Gebrauche bequemer als die erste sein.

In der Nähe des 1sten Verticales, ändern sich die Höhen der Gestirne beinahe der Zeit proportional*);

---

*) Nimmt man an, dass wenn der Stundenwinkel t in $t + \partial t$ übergeht, seine entsprechende Zenithdistanz z sich in $z + \partial z$ verwandelt, so erhält man nach dem Taylorschen Lehrsatze, für ein nicht zu grosses Zeit-Intervall:

$$\partial z = \left(\frac{dz}{dt}\right)\partial t + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)\frac{\partial t^2}{2} + \ldots .$$

Differenziirt man die For. (1) §. 6. S. 15. in Beziehung auf z und t, so ist: $\frac{dz}{dt} = \cos\varphi\cos\delta.\frac{\sin t}{\sin z} = \cos\varphi\sin a; \frac{d^2z}{dt^2} = \cos\varphi\cos a\frac{da}{dt}$; wo a das Azimuth ist. Bezeichnet man den parallactischen Winkel durch q, und differenziirt man die Gleichung $\cot g\, a = \frac{-\cos\varphi\, tg\,\delta + \sin\varphi\cos t}{\sin t}$ in Bezug auf a und t, so kömmt

wenn daher der Zeitraum, zwischen den Beobachtungen nicht gar zu gross ist, (z. B. kleiner als eine Halbestunde), so kann man annehmen, dass das arithmetische Mittel der beobachteten Zeiten dem arithmetischen Mittel der Zenithdistanzen entspricht. Uebrigens ist es weit sicherer jede einzelne Beobachtung für sich zu reduciren, weil man alsdann Rechnungs-, sowohl als grobe Schreibfehler mit Leichtigkeit entdecken kann.

101. Um aus Zenithdistanz- oder Höhenmessungen, genaue Zeitbestimmungen ableiten zu können, muss man folgende allgemeine Regeln nie aus dem Auge verlieren.

1stens Muss man die Beobachtungen symmetrisch und in gleicher Anzahl auf beide Lagen des Instrumentes vertheilen, indem man auf alles, was in §. §. 77, 78, 79. Seite 195—204 gesagt wurde, gehörige Rücksicht nimmt.

2tens Ist es sehr vortheilhaft die Beobachtungen auf beide Seiten des 1sten Verticales symmetrisch zu vertheilen, also gleich viele Beobachtungen vor und nach dem Durch-

---

$\partial a = \frac{\sin a}{\sin t} (\sin \varphi \sin a \sin t + \cos a \cos t) \partial t$ oder nach For. 8. §. 6. Seite 15: $\frac{da}{dt} = \cos q . \frac{\sin a}{\sin t} = \cos q . \frac{\cos \delta}{\sin z}$; folglich $\frac{d^2 z}{dt^2} = \cos \varphi \cos a \cos q \frac{\cos \delta}{\sin z}$, welcher Ausdruck für $a = 90^0$ oder $= 270^0$ in Null übergeht, wenn z nicht $= 0$ ist. Für solche Sterne, die nicht zugleich in den Meridian und in den 1sten Vertikal eintreten, wird also der Werth $\frac{d^2 z}{dt^2} = 0$ werden, sobald $a = 90^0$ oder 270^0 ist, und alsdann werden sich auch ihre Zenithdistanzen der Zeit proportional ändern, weil in diesem Falle $\partial z = \partial t . \cos \varphi$, die Aenderung der Zenithdistanz bis auf Grössen der dritten Ordnung genau ausdrückt.

gange des Gestirnes durch den 1sten Vertical im Osten, oder im Westen, anzustellen. Um diese Beobachtungen vorzubereiten, muss man sich den Stundenwinkel des Gestirnes $= t_,$, und seine Zenithdistanz $= z_,$ für das Azimuth $a = 90°$ oder $270°$ aus den Gleichungen in §. 6. Seite 15. genähert vorausberechnen. Hierzu hat man:

$$cos\ t_, = \frac{tg\ \delta}{tg\ \varphi};\ cos\ z_, = \frac{sin\ \delta}{sin\ \varphi};\ \partial\ z_, = cos\ \varphi.\ \partial\ t,$$

wo $\partial\ z_,$ die Aenderung in $z_,$ ist, welche einer Aenderung $\partial\ t,$ in dem in Graden ausgedrückten Stundenwinkel $t,$ entspricht. Bezeichnet man durch O die Sternzeit des Durchganges des Gestirnes durch den östlichen Theil des 1sten Verticales, und durch W die Sternzeit seines Durchganges durch den westlichen Theil des 1sten Verticales, so hat man:

$$O = AR - \tau, \text{ und } W = AR + \tau,$$

wo AR die gerade Aufsteigung des Gestirnes in Zeit ausgedrückt ist, und $\tau,$ den in Zeit ausgedrückten Stundenwinkel $t,$ bedeutet.

3tens Muss man zu Anfang und zu Ende, oder auch in der Mitte der Beobachtungen, den Barometerstand, so wie den Stand des inneren und äusseren Thermometers ablesen.

4tens Um den Einfluss der Fehler des Instrumentes so viel wie möglich zu beseitigen, muss man im östlichen und westlichen Theile des 1sten Verticales, Sterne beobachten, die beinahe gleiche Höhe haben, wodurch sich nicht bloss die Fehler des Instrumentes im mittleren Resultate gegenseitig aufheben, sondern sogar eine Ungenauigkeit in der angenommenen Breite des Ortes ohne Einfluss ist. Man darf keine Sterne beobachten, deren Höhe im 1sten Verticale kleiner als $15°$ oder grösser als $80°$ ist.

5tens Man führt alle Rechnungen hinlänglich genau mit 6stelligen Logarithmen. In Ermangelung solcher Logarithmentafeln, kann man auch 7stellige Logarithmen brauchen, und die 7te Decimale weglassen.

6tens Es ist vortheilhaft, wenn auch nur genähert, den Ort des Zeniths auf dem Instrumente, zur bequemen Bestimmung der Zenithdistanzen, zu kennen. Dieses geschieht leicht dadurch, dass man den Ort des Zeniths, vermittelst der Beobachtung eines terrestrischen Gegenstandes bestimmt.

Beispiel. Am 14ten Juli 1837, zu Alexandria, einem Dorfe am Kaukasus, dessen nördliche Breite = 44° 13′ 40″ und östliche Länge von Greenwich = 2h 58′ 25″ ist, wurden, um den Stand eines Chronometers, welches beinahe nach mittlerer Zeit ging, zu bestimmen; die Zenithdistanzen des Sternes (*α Bootis*) *Arcturus* im Westen, und des Sternes *α Aquilae* in Osten, in der Nähe ihrer Durchgänge durch den ersten Vertical gemessen. Die Beobachtungen wurden an dem Verticalkreise eines astronomischen Theodoliten angestellt; jeder Theil des Niveaus, welches sich am Kreise befand, war gleich 2″.40.

Wir lassen jetzt die Beobachtungen des Sternes (*α Bootis*) *Arcturus* folgen:

Vertical-Kreis	Chronometer-Zeit	Kreisablesung	Niveaufehler + Theile	Niveaufehler — Theile	Kreisablesung für Niveau verbessert
K. L.	10h 31′ 11″.5	38° 35′ 52″.0	14.2	9.2	38° 35′ 58″.7
	10 37 59 .5	37 22 45 .5	13.4	10.2	37 22 49 .6
K. R.	10 44 21 .0	154 58 43 .5	10.0	14.0	154 58 38 .7
	10 48 47 .0	155 46 25 .0	10.0	14.0	155 46 20 .0

Bei der Mitte der Beobachtungen war der Barometerstand = 29.11 englische Zoll; inneres Thermometer = + 17°.6 Reom.; äusseres Thermometer = + 12°.6 Reom.

Am 14ten Juli 1837 war die nördliche Declination des Arcturus $= \delta = 20^0\ 2'\ 0''.0$; seine $AR = 14^h\ 8'\ 15''.20$; die Sternzeit im mittleren Mittage zu Alexandria $= 7^h\ 28'\ 6''.00$

Durch die Beobachtung eines terrestrischen Gegenstandes, wurde der Ort des Zenithes auf dem Instrumente $= 95^0\ 36'\ 31''.5$ gefunden; folglich erhalten wir:

Scheinbare Zenithdistanzen	Chronometer-Zeiten
$57^0\ 0'\ 33''.5$	$10^h\ 31'\ 11''.6$
$58\ 13\ 41\ .9$	$10\ 37\ 59\ .5$
$59\ 22\ 7\ .2$	$10\ 44\ 21\ .0$
$60\ 9\ 48\ .5$	$10\ 48\ 47\ .0$
Summe $= 234^0\ 46'\ 11''.1$	$162'\ 19''.0$
$\frac{1}{4}$ Summe $= 58^0\ 41'\ 32''.8$	$10^h\ 40'\ 34''.75$
Strahlenbrech. $= 1\ 30\ .4$	
Wahres $z = 58^0\ 43'\ 3''.2$	

$\varphi = 44^0\ 13'\ 40''.0$
$\delta = 20\ 2\ 0\ .0$
$\zeta = 24^0\ 11'\ 40''.0$
$\frac{1}{2}\ z = 29^0\ 21\ 31''.6$
$\frac{1}{2}\ \zeta = 12\ 5\ 50\ .0$
$\frac{1}{2}\ (z+\zeta) = 41^0\ 27'\ 21''.6$
$\frac{1}{2}\ (z-\zeta) = 17\ 15\ 41\ .6$

$log\ sin\ \frac{1}{2}\ (z+\zeta) = 9.820887$
$log\ sin\ \frac{1}{2}\ (z-\zeta) = 9.472367$
$comp.\ log\ cos\ \varphi\ cos\ \delta = 0.171842$
Summe $= 19.465096$
Halbe Summe $= 9.732548$
$= log\ sin\ \frac{1}{2}\ t$
$\frac{1}{2}\ t = 32^0\ 41'\ 47''.9$

$t = 4^h\ 21'\ 34''.38$
$AR = 14\ 8\ 15\ .22$
Sternzeit $= 18^h\ 29'\ 49''.60$
Sternzeit im mittleren Mittage $= 7\ 28\ 6\ .00$
Unterschied $= 11^h\ 1'\ 43''.60$
Voreilung der Sternzeit $= 1\ 48\ .40$
Mittlere Zeit $= 10^h\ 59'\ 55''.20$
Chronometerzeit $= 10\ 40\ 35\ .75$
Chronometer zu spät um $= 19'\ 20''.45$

Berechnet man jede einzelne Beobachtung für sich, so findet man, dass das Chronometer zu spät war gegen mittlere Zeit um: $19'\ 20''.9$; $19'\ 20''.5$; $19'\ 20''.5$; $19'\ 20''.0$; das Mittel aus diesen Bestimmungen, giebt wieder dasselbe wie vorher. Wäre der Ort des Zenithes nicht genau bekannt gewesen, so würden die Bestimmungen aus *K. L.* von denen aus *K. R.*, wenn auch die Beobachtungen genau richtig wären, abweichen;

welches aber offenbar keinen Einfluss auf die endliche Zeitbestimmung haben würde.

An eben demselben Tage wurde nun auch der Stern *α Aquilae* in Osten, bei seinem Durchgange durch den ersten Vertical beobachtet. Die Berechnung dieser Beobachtungen, indem man auf den bekannten Gang des Chronometers Rücksicht nahm, ergab, dass um $10^h\ 40'.5$ Chronometer-Zeit, das Chronometer gegen mittlere Zeit um $19'\ 21''.0$ zu spät war; folglich war die wahrscheinliche Uhrcorrection, wie sie aus allen angestellten Beobachtungen im Osten und Westen folgt, für diese Zeit $= 19'\ 20''.72$.

Zeit- und Breitenbestimmung, wenn beide unbekannt sind.

102. Zur Auflösung dieses Problems giebt es verschiedene Methoden, die man in directe und indirecte, d. h. solche die auf allmählige Annäherung beruhen, eintheilen kann. Die letzteren, nämlich die indirecten Methoden, sind in der Praxis weit bequemer, und ausserdem in sofern empfehlenswerther, als man bei ihnen keine Vorbereitungsrechnungen braucht.

Bei dem heutigen Standpunkte der Geographie, kann man in den meisten Fällen mit Leichtigkeit, auf dem grössten Theile der Erdoberfläche, die Lage eines Ortes mit einer Genauigkeit von $15'$ in Breite, und bis auf 1^0 in Länge bestimmen; der Fehler wird sehr selten grösser, sondern meistens kleiner sein; wir wollen nun voraussetzen, dass diese genäherten Angaben gegeben sind, und dass der Stand des Chronometers nicht bekannt ist. Man beobachtet alsdann die Zenithdistanz des Polarsternes, und liest die dieser Zenithdistanz entsprechende Angabe am Nonius des Azimuthal-

kreises ab; sollten die Umstände es gestatten, so muss man den Polarstern in der Nähe des Meridianes beobachten.

Nachdem die Beobachtung des Polarsternes beendigt ist, dreht man den Verticalkreis um 90° im Azimuthe von der vorhin abgelesenen Angabe des Nonius ab; wodurch das Instrument, sehr nahe im 1sten Verticale aufgestellt sein wird, und beobachtet nun die Zenithdistanz irgend eines gut bekannten hellen Sternes; wir wählen hierzu ausdrücklich einen hellen Stern, weil man das Fernrohr nach dem blossen Augenmasse auf ihn richten kann, ohne erst die Beobachtung durch Rechnungen vorbereiten zu müssen. Sollte ein solcher Stern, nicht ganz nahe im 1sten Verticale zu finden sein, so kann man den Verticalkreis des Instrumentes noch um 20° oder selbst etwas mehr vom ersten Verticale abdrehen; jedoch versteht es sich von selbst, dass es um so besser ist, je näher man den Stern am ersten Verticale beobachten kann. Sehr vortheilhaft wird es sein, Beobachtungen in Osten und Westen des 1sten Verticales, mit Beobachtungen von Sternen im Norden und Süden des Meridianes zu verbinden. So wie immer, muss man auch bei diesen Messungen den Barometer- und Thermometerstand ablesen.

Mit dem bekannten Orte des Zenithes, leitet man die scheinbare Zenithdistanz des in der Nähe des 1sten Verticales beobachteten Sternes ab, und indem man dazu die entsprechende Strahlenbrechung addirt, erhält man die wahre Zenithdistanz des Sternes. Mit dieser letzteren berechnet man darauf 1stens mit der genäherten Breite $= \varphi'$, und dann mit der Breite $= \varphi' + 10'$, die beiden entsprechenden Stundenwinkel in Zeit. Der Unterschied dieser beiden Stundenwinkel, zeigt genau um wie viel sich der Stand des Chronometers ändern wird, wenn φ' um $10'$ wächst. Ist die Breite des Beobachtungsortes nicht gar zu gross, und die Zenithdistanz des Sternes nicht gar zu klein, so wird ein Fehler in der Breite nur geringen Einfluss auf die Stundenwinkel haben,

die mit Hülfe von Zenithdistanzen im ersten Verticale berechnet werden. Ferner wirkt dieser Fehler auf die Zeitbestimmung aus östlichen und westlichen Sternen geradezu entgegengesetzt, und wird daher im mittleren Resultate aus beiden, fast gänzlich verschwinden.

Da man nun den Stand des Chronometers ziemlich genau weiss, so kann man mit Hülfe der Tafeln im Nautical Almanac aus einer oder zwei Beobachtungen des Polarsternes in beiden Lagen des Instrumentes, die sehr genäherte Breite des Ortes finden $= \varphi'$. Zu diesem φ' sucht man alsdann, den entsprechenden weit genaueren Stand des Chronometers durch blosse Interpolation und nunmehr kann man aus allen beobachteten Zenithdistanzen des Polarsternes, die Breite des Ortes hinreichend genau finden, für welche man endlich den ganz genauen Stand des Chronometers durch einfache Interpolation bestimmt. Zur Reduction aller Beobachtungen genügt die einfache Interpolation mit ersten Differenzen.

Beispiel. Zu Alexandria, einem Dorfe am Kaukasus, wurden am 14ten Juli 1837 die Sterne α *Ursae minoris* (Polaris) und α *Bootis* (Arcturus) beobachtet. Einen Theil dieser Beobachtungen, so wie den Barometer- und Thermometer-Stand, findet man im vorhergehenden Beispiele §. 101. Seite 282. Auf der Landkarte findet man die Breite des Ortes der Beobachtung $= 44^\circ\ 8'$; seine östliche Länge von Greenwich $= 2^h\ 53'.5$. Das Chronometer eilte täglich gegen mittlere Zeit um $6''.0$ vor.

Chronometer Zeit	Sch. Zen. Distanz von α *Ursae min.*	
$9^h\ 54'\ 0''$	$46^\circ 17'\ 52''.3$	*K. R.*
9 57 54	46 16 20 .6	
10 7 10	46 12 40 .7	*K. L.*
10 11 19	46 11 7 .7	

Die Strahlenbrechung für das Mittel der Zenithdistanzen $= 57''.2$.

Aus mehreren gemessenen Zenithdistanzen des Arcturus im Westen, in der Nähe des 1sten Verticales, wurde gefunden, dass um $10^h\ 40'\ 34''.75$ Chronometer-Zeit die scheinbare Zenithdistanz des Arcturus $= 58^\circ\ 41'\ 32''.8$ war

Strahlenbrech. +	1 30 .4
Wahres z	$= 58^\circ\ 43'\ 3''.2$

Die nördliche Declination des Arcturus $= 20^{\circ}\,2'\,0''.0$, seine $AR = 14^{h}\,8'\,15''.2$, die Sternzeit in mittleren Mittage zu Alexandria war $= 7^{h}\,28'\,6''.0$; nimmt man darauf die nördliche Breite des Ortes

$$\varphi' = 44^{\circ}\,8' \ldots\ldots; \text{ und } \ldots\ldots \varphi' = 44^{\circ}\,18'.$$

so findet man, dass das Chronometer zu spät gegen mittlere Zeit war:

$$19'\,21''.5 \ldots\ldots\ldots 19'\,19''.1$$

Man sieht also, dass eine Zunahme von $10'$ in der Breite, den Stand des Chronometers um $-2''.4$ verändert. Nimmt man nun näherungsweise $\varphi = 44^{\circ}\,8'$ und den Stand des Chronometers $= 19'\,21''.5$ an, so findet man aus der 3ten und 4ten Beobachtung des Polarsternes, dass die Breite $\varphi' = 44^{\circ}\,13'\,37''$. Folglich ist $\varphi'' - \varphi' = +\,5'.6$ und daher der genauere Stand des Chronometers $= +\,19'\,21''.5 - 5.6 \times 0''.24 = 19'\,20''.2$, welcher nur sehr wenig von dem wahren früher berechneten $19'\,20''.45$ §. 101, Seite 283. verschieden ist. Berechnet man hierauf, mit diesem genaueren Stande, die Breite des Ortes aus allen vier Beobachtungen des Polarsternes, so findet man $\varphi = 44^{\circ}\,13'\,39''$; es wäre nunmehr überflüssig die Rechnung noch einmal zu wiederholen.

Wenn man die Breite des Ortes, überhaupt gar nicht kennt, so kann man anstatt dieser, vorläufig die Höhe des Polarsternes annehmen, und damit den genäherten Stand des Chronometers berechnen, welcher zur Bestimmung einer mehr genäherten Breite aus den Beobachtungen des Polarsternes schon genügen wird; hierauf fährt man mit der Berechnung ganz so fort, wie wir es eben gezeigt haben.

103. Wenn man in der Nähe des Meridianes irgend einen Stern beobachtet, dessen Declination δ bedeutend von der Polhöhe φ abweicht, oder dessen Meridian-Zenithdistanz $\varphi - \delta$ wenigstens nicht kleiner als 20° ist, so kann man aus den Höhenänderungen, wenn auch nur etwas roh, den Stand des Chronometers sogleich bestimmen, wie er zu vorläufigen Berechnungen oft genügt. Behalten wir nämlich die früheren Bezeichungen bei, und setzen:

$$\tfrac{1}{2}(15)^2 \sin 1''. \frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)} = a, \varphi - \delta = \zeta$$

so finden wir, dass wenn T und $T_,$ die Chronometer-Zeiten sind, die den wahren Zenithdistanzen z und $z_,$ und den noch unbekannten in Zeitsecunden ausgedrückten Stundenwinkeln τ und $\tau_,$ entsprechen, dass:

$$\zeta = z - x, x = a.\tau^2; \zeta = z_, - x_,, x_, = a.\tau_,^2;$$
$$z_, - z = a(\tau_,^2 - \tau^2) = a(\tau_, - \tau)(\tau_, + \tau).$$

Es ist aber $\tau_, - \tau = T_, - T + \partial T_,$ wo ∂T die Zahl der Zeitsecunden ist, welche man zu $T_, - T$ addiren muss, um dieses Intervall in Sternzeit zu verwandeln *); wenn wir daher den Gang des Chronometers kennen, oder doch wenigstens wissen ob es näher nach Sternzeit oder mittlerer Zeit geht, so wird ∂T eine bekannte Grösse sein. Dividirt man nun durch $a(\tau_, - \tau)$, so wird:

---

*) Beobachtet man die Sonne statt eines Sternes, und bleibt das Chronometer täglich gegen wahre Sonnenzeit zurück, so wird ∂T der Anzahl von Secunden gleich sein, welche man zum Intervall $T_, - T$ addiren muss, um es in wahre Sonnenzeit zu verwandeln.

$\tau_, + \tau = \frac{z_, - z}{a\,(\tau_, - \tau)}$, wo $z' - z$ in Bogensecunden ausgedrückt ist.

Aus $\tau_, - \tau$ und $\tau_, + \tau$ kann man leicht $\tau_,$ und τ selbst finden, und alsdann wird die Culmination des Sternes nach Chronometer-Zeit um $T \pm (\tau - \partial\,\tau)$ stattfinden; hierbei gilt das Zeichen $+$, wenn τ oder der in Zeit ausgedrückte Stundenwinkel östlich ist, dagegen das Zeichen $-$ wenn er westlich ist; $\partial\,\tau$ ist hierbei die Zahl von Secunden, welche man von dem Sternzeit-Intervall τ abziehen muss, um es in Chronometer-Zeit zu verwandeln. Ob der Stundenwinkel τ östlich oder westlich ist, wird man leicht aus der Ab- oder Zunahme der Zenithdistanzen sehen können. Zur Bestimmung von $z_,$ muss man ungefähr 20 Minuten vor oder nach der Culmination beobachten, um z zu erhalten, muss man dagegen so nahe wie möglich dem Meridiane selbst beobachten.

104. Die allergenaueste und einfachste Methode, die Zeit durch Zenithdistanzen zu bestimmen, besteht darin die Zeiten der correspondirenden Höhen zu beobachten, nämlich diejenigen Zeiten, zu welchen derselbe Stern vor und nach seiner Culmination dieselbe Höhe erreicht. Im Laufe einiger Stunden ändert sich die Declination eines Fixsternes so wenig, dass man ohne weiteres annehmen kann, dass zu gleichen Höhen auch gleiche Stundenwinkel gehören. Nimmt man daher an, dass zur Chronometer-Zeit T, und vor der Culmination des Sternes, die Höhe desselben $= h$, war, und nach der Culmination zur Chronometer-Zeit T', die Höhe desselben ebenfalls $= h$, so wird offenbar die Zeit der Culmination nach dem Chronometer $= \frac{1}{2}\,(T' + T)$ sein; hier muss man nun T' grösser als T nehmen; denn da die Beobachtungen entgegengesetzte Lage in Beziehung auf den Meridian haben, so muss man bedenken, dass der Stundenzeiger des Chronometers sich durch jene Zahl bewegt, nach

welcher eine neue Zeitrechnung anfängt, wenn daher der Umfang des Zifferblattes in 24 Stunden eingetheilt ist, so muss man zu T', 24 Stunden zulegen, ist es dagegen in 12 Stunden eingetheilt, so addirt man zu T', 12 Stunden.

Wenn man die Sonne beobachtet, so werden gleichen Stundenwinkeln nicht gleiche Höhen entsprechen, weil die Declination dieses Himmelskörpers sich beständig ändert. Es sei daher des Vormittages, die beobachtete Höhe des Sonnencentrums $= h$, der zugehörige Stundenwinkel $= t$ und die Declination $= \delta - x$; des Nachmittages aber, bei derselben Höhe $= h$, der Stundenwinkel $= t + y$ und die Declination $= \delta + x$, wo δ die Declination der Sonne im wahren Mittage bedeutet, alsdann hat man:

$$\begin{aligned} \sin h &= \cos\varphi \cos(\delta - x) \cos t \quad + \sin\varphi \sin(\delta - x) \\ &= \cos\varphi \cos(\delta + x) \cos(t + y) + \sin\varphi \sin(\delta + x) \ldots (\alpha). \end{aligned}$$

Wegen der Kleinheit von x und y kann man annehmen dass:

$$\begin{aligned} \cos(\delta \pm x) &= \cos\delta \mp x \sin 1''. \sin\delta; \\ \sin(\delta \pm x) &= \sin\delta \pm x \sin 1''. \cos\delta, \text{ und} \\ \cos(t + y) &= \cos t - y \sin 1''. \sin t, \end{aligned}$$

wo x und y in Bogensecunden ausgedrückt sind; vernachlässigt man darauf die Glieder zweiter Ordnung, so wird:

$$\begin{aligned} \cos(\delta + x) \cos(t + y) = \cos\delta \cos t &- x \sin 1''. \sin\delta \cos t \\ &- y \sin 1''. \sin t \cos\delta; \end{aligned}$$

setzt man diese Werthe in die Gleichung (α) ein, so erhält man:

$$y = 2x\left(\frac{tg\,\varphi}{\sin t} - \frac{tg\,\delta}{tg\,t}\right).$$

Der Werth y ist die Correction des nachmittägigen Stundenwinkels in Bogensecunden ausgedrückt; folglich in Zeit-Secunden ausgedrückt $= \frac{y}{15}$. Wenn die positive Declination der Sonne im Wachsen begriffen ist, so wird die Sonne des Nachmittages bei gleichen Stundenwinkeln eine grössere Höhe, als des Vormittages haben, und in diesem Falle daher die entsprechende Nachmittagshöhe später erreichen. Beobachtet man daher die Sonne in gleicher Höhe des Vormittages zur Chronometerzeit T und des Nachmittages zur Chronometerzeit T', so werden die gleichen Stundenwinkel den Chronometerzeiten T und $T' - \frac{y}{15}$ entsprechen, und folglich der wahre Mittag, sich nach dem Chronometer um die Zeit:

$$\tfrac{1}{2}\left(T + T' - \frac{1}{15}y\right) = \tfrac{1}{2}\left(T + T'\right) - \frac{1}{30}y$$

ereignen.

Die kleine Grösse $-\frac{1}{30}y$ wird die Mittagsverbessesung für correspondirende Höhen genannt; und ist abhängig von der Breite des Beobachtungsortes $= \varphi$, von der Declination der Sonne im wahren Mittage $= \delta$, von dem Stundenwinkel $= t$ und von $2x$ oder der Aenderung der Declination, während des Zeitraumes $T' - T$. Bezeichnet man durch μ die positive Zunahme der Sonnen-Declination in Secunden, im Laufe von 2 Tagen, oder auch um wie viel die Sonne sich in 48 Stunden oder 2 Tagen dem sichtbaren Pole des Aequators nähert, wobei angenommen wird, dass der eine Tag vor dem Mittage des Beobachtungsortes anfängt, der andere aber nach diesem Mittage folgt, so haben wir alsdann:

$$2x = \frac{\mu}{48} \cdot (T' - T)$$

Es ist aber t sehr nahe $= \frac{15}{2}(T' - T)$, wenn das Chronometer nach mittlerer Zeit geht, und wenn es nach Sternzeit geht, so muss man von $\frac{1}{2}(T' - T)$ die Voreilung der Sternzeit während des Intervalles $\frac{1}{2}(T' - T)$ abziehen, um den sehr genäherten Stundenwinkel t zu erhalten. Setzt man nun:

$$\frac{T' - T}{48^s.30} \cdot \frac{1}{\sin 15\left(\frac{T' - T}{2}\right)} = A; \quad \frac{T' - T}{48^s.30} \cdot \frac{1}{tg\ 15\left(\frac{T' - T}{2}\right)} = B;$$

so erhält man alsdann für die Mittagsverbesserung $-\frac{1}{30}y$, den Werth:

$$-\mu A.\, tg\, \varphi + \mu B.\, tg\, \delta.$$

Den Werth von μ, so wie auch den von δ, findet man in den astronomischen Ephemeriden; $log\ A$ und B dagegen, kann man aus einer Tafel entnehmen, welche nach Argumenten, der in mittlerer Sonnenzeit ausgedrückten halben Zeit-Intervalle fortschreitet *). Ein Fehler von mehreren Minuten in φ und δ, bringt keinen merklichen Einfluss auf die Bestimmung der Mittagsverbesserung hervor.

105. Zur Beobachtung der correspondirenden Höhen eines Gestirnes, bedient man sich vorzüglich der Sextanten und der Reflexionsinstrumente überhaupt; man kann jedoch auch hierzu astronomische Theodoliten und Universal-Instrumente anwenden; alsdann muss man aber vorzüglich darauf Acht geben, dass das Niveau und alle anderen Theile des

*) Diese Tafel rührt von Gauss her, und befindet sich in der Sammlung der Schumachersehen Hülfstafeln. Seite 99—102.

Instrumentes, ausser dem Objective des Fernrohres selbst, im Schatten sind und nicht unmittelbar von den Sonnenstrahlen afficirt werden. Man stellt die Beobachtungen alsdann in folgender Ordnung an.

Nachdem man das Instrument berichtigt, und das Fernrohr auf das zu beobachtende Gestirn gerichtet hat, befestigt man den 1sten Nonius ganz genau auf eine runde Zahl von Graden und Minuten, und zwar so, dass bald nachher der obere oder untere Rand des Gestirnes den Horizontalfaden im Focus des Fernrohres passirt; so bald sein Antritt an diesen Faden sich ereignet, schreibt man die Zeit auf, und liest die Angaben des Niveaus und der übrigen drei Verniere ab, da man die Ablesung des 1sten ja schon hat. Darauf stellt man den ersten Vernier genau um 10′ oder 20′ weiter, und stellt eine neue Beobachtung an. Hat man auf diese Weise einige Beobachtungen in der ersten Lage des Instrumentes (z. B. *K. R.*) gemacht, so wendet man das Instrument um, und stellt eben so viele Beobachtungen in der anderen (oder *K. L.*) an. Will man zu gleicher Zeit die entsprechende Höhe des Gestirnes haben, so beobachtet man beide Ränder, sowohl den oberen als den unteren. Sehr vortheilhaft ist es in der Nähe des ersten Verticales zu beobachten, jedoch muss man hierbei gar zu kleine Höhen vermeiden.

Damit man weiss, wenn man die Beobachtungen nach dem Durchgange des Gestirnes durch den Meridian anzufangen hat, muss man, wenigstens genähert, die Zeit der Culmination nach dem Chronometer wissen; legt man hierauf die Zeiten, welche seit den Beobachtungen im Osten und der Culminationszeit verflossen sind, zu dieser letzteren Zeit hinzu, so erhält man genähert die Zeiten, wenn das Gestirn im Westen dieselbe Höhe wie im Osten haben wird. Man stellt alsdann noch zu rechter Zeit das Instrument zurecht, und fängt an im Westen zu beobachten, mit ganz denselben

Vernier-Angaben, wie bei der Beendigung der östlichen Beobachtungen.

Der Stand des Niveaus, wird sich während der ganzen Dauer der Beobachtungen nicht immer gleich bleiben, aber man kann den Einfluss einer Veränderung darin, am leichtesten mit Hülfe der aus den Beobachtungen bekannten Bewegung des Gestirnes in Höhe, in Rechnung bringen. Man wird erstlich, vermittelst der Niveau-Ablesungen, die entsprechenden Correctionen der Höhen bestimmen, und dann durch die bekannte Höhenänderung die beobachteten Chronometer-Zeiten, so reduciren, als wenn das Gestirn im Osten und Westen genau gleiche Höhe gehabt hätte. Man muss ferner stets vor dem Anfange und nach der Beendigung der Beobachtungen, den Stand des Barometers und Thermometers ablesen, um beurtheilen zu können, ob den gleichen scheinbaren Höhen im Osten und Westen auch gleiche Strahlenbrechungen entsprechen; denn im Falle die Strahlenbrechung sich ändern sollte, muss man diese Aenderung in Betracht ziehen, und mit Hülfe der bekannten Bewegung des Gestirnes in Höhe, alle beobachteten Zeiten so reduciren, als ob sie zu gleichen wahren Höhen gehörten.

106. Es giebt auch noch andere Methoden den Stand des Chronometers und die Breite zu bestimmen, eine von ihnen ist besonders für die Schiffahrt wichtig, und besteht darin die Breite des Ortes und die Zeit der Beobachtung, durch Messung zweier Höhen, entweder eines oder verschiedener Gestirne, ausserhalb des Meridianes zu bestimmen, jedoch wollen wir auf diese Methode hier nicht näher eingehen; indem wir sie in den Zusätzen zur unseren Buche anführen werden. Man wendet sie selbst auf dem Meere, nur dann an, wenn die Umstände es nicht gestatten. andere bequemere Methoden zu brauchen. Wir wollen hier noch mit ein Paar Worten, die scharfsinnige Methode des berühmten

Gauss erwähnen, welche zu guten Resultaten führt, wenn man auch mit sehr schlechten Instrumenten versehen ist. Sie besteht ganz kurz darin, dass man mit dem genäherten Stande des Chronometers, und der genäherten Breite des Beobachtungsortes, die ungefähren Chronometerzeiten berechnet, wenn drei bekannte Sterne, dieselbe Höhe erreichen werden, und darauf nach dem Chronometer genau die Momente beobachtet, wenn dieses sich bei jedem der drei Sterne ereignet. Aus diesen Beobachtungen kann man alsdann nicht bloss die Breite des Ortes und den Stand des Chronometers, sondern auch den Fehler des Instrumentes finden. Um so näher der Unterschied der Azimuthe der drei beobachteten Sterne an 90° sein wird, desto grösser wird die Genauigkeit des Resultates sein. Der tägliche Gang des Chronometers, wird hierbei als bekannt vorausgesetzt. Ziemlich lange Rechnungen sind hier nicht zu vermeiden; die angewandte Mühe wird aber durch die Zuverlässigkeit der Resultate belohnt.

Die sehr elegante Auflösung dieser Aufgabe, welche Gauss in der monatlichen Correspondenz von Zach für 1808 gegeben hat, wollen wir an einem andern Orte anführen. Der Astronom Knorre, durch viele wissenschaftliche Arbeiten bekannt, hat diese Methode für practischen Gebrauch noch mehr vervollständigt, und in einer dazu besonders verfassten interressante Abhandlung, in russischer Sprache, welche zu Nicolaew im Jahre 1832 erschien, näher erläutert.

Dritter Abschnitt.

ZEIT- UND BREITEN-BESTIMMUNG, MITTELST DES DURCHGANGS-INSTRUMENTES.

Allgemeine Theorie des Durchgangs-Instruments.

107. Wenn wir die Zeit der Beobachtung oder den Unterschied der geraden Aufsteigungen zweier Gestirne zu bestimmen wünschen, so werden wir, wie wir (§. 56. Seite 129.) geschen haben, um so genauere Resultate erhalten, je näher das Fernrohr des Instrumentes sich in der Ebene des Meridianes bewegt.

Kennen wir dagegen die Lage eines Sternes, und den Stand und Gang des Chronometers mit Genauigkeit, so kann man den Durchgang dieses Sternes, durch irgend einen beliebigen Vertical beobachten, und dadurch die Zenithdistanz des Poles am Beobachtungsorte finden. Nun liegen aber beide Punkte, sowohl Zenith als Pol im Meridiane selbst, und alle Verticale durchscheiden den Meridian im Zenithe; folglich wird der Punkt aller dieser Durchschnitte oder das Zenith selbst, um so genauer durch Beobachtungen abgeleitet werden können, als der Winkel, welchen der Meridian mit derjenigen Ebene des Verticales bildet, an welchem man beobachtet, sich einem rechten Winkel nähert.

Es giebt daher vorzüglich zwei Hauptlagen, in welchen man das Durchgangs-Instrument anwenden muss:

1stens Nahe dem Meridian und

2tens In der Nähe des ersten Verticales. Man wird jedoch das Instrument zuweilen auch in anderen Lagen benutzen können, und daher wollen wir jetzt zuerst die allgemeinen Beziehungen untersuchen, welche zwischen den Beobachtungen und den gesuchten Grössen stattfinden.

108. Die Gesichtslinie, welche durch irgend einen Verticalfaden, der im Brennpunkte des Fernrohres aufgespannt ist, durchgeht, beschreibt bei der Umdrehung des Fernrohres um seine horizontale Achse einen kleinen Kreis an der Himmelskugel, und die Lage dieses Kreises wird vollkommen bestimmt sein, wenn wir wissen:

1stens Seine Entfernung von dem mit ihm parallelen grössten Kreise;

2tens die Richtung nach welcher er von diesem letzteren absteht, und

3tens den Ort, eines geometrischen Poles dieses grössten Kreises.

Man denke sich nun, dass $S' Q' V'$ (Fig. 23. Taf. I.) der erwähnte kleine Kreis der Himmelskugel sei; $T Q V$ der mit ihm parallele grösste Kreis; es sei O einer der zwei Punkte der Himmelskugel, welche in der Verlängerung der horizontalen Achse des Fernrohres liegen *). Bezeichnet man ferner die Entfernung, des vom Mittelfaden beschriebenen kleinen Kreises, von dem ihm parallelen grössten Kreise durch C und setzt die Winkelentfernung des Mittelfadens

*) Bei der Aufstellung des Instrumentes im Meridiane, liegt dieser Punkt, dem Ostpunkte des Horizontes sehr nahe, dagegen bei seiner Aufstellung in der Nähe der ersten Verticales, beinahe im Norden.

vom Seitenfaden $= F$, so wird, wenn man durch O einen beliebigen grössten Kreis $O\,Q'\,Q$ legt; der Bogen $Q\,Q'$, welcher zwischen den beiden Kreisen $S'\,Q'\,V'$ und $T\,Q\,V$ eingeschlossen ist, und ihre Entfernung von einander ausdrückt $= C + F$ sein. Wir wollen C als positiv betrachten, wenn der kleine Kreis, welcher vom Mittelfaden beschrieben wird, näher am Pole O gelegen ist, als der grösste Kreis $T\,Q\,V$, und F sei alsdann positiv, wenn der Seitenfaden näher am Pole O, als der Mittelfaden liegt.

Wir wollen ferner (Fig. 23. Fig. I.) annehmen, dass der Kreis $H\,P\,Z\,B$ der Meridian sei; Z sei das Zenith, P der sichtbare Pol des Aequators $A\,B\,\pi$; $H\,\pi\,R$ der Horizont und H der Nord-, π der Ostpunkt des Horizontes.

Den Ort des Punktes O kann man auf zweierlei Weise ausdrücken; entweder durch seine Zenithdistanz $Z\,O = 90^0 + J$ und sein Azimuth, oder auch durch seine Polardistanz $P\,O = 90^0 + N$ und durch seinen zugehörigen Stundenwinkel; wir wollen annehmen, dass J und N positiv sind, wenn die kürzesten Entfernungen des Punktes O vom Zenithe und vom Pole des Aequators, mehr als 90^0 betragen. Das Azimuth soll positiv von Norden nach Osten, und der Stundenwinkel positiv von der oberen Culmination aus nach Westen gezählt werden. Auf diese Weise wird das Azimuth des Punktes π oder des Ostpunktes des Horizontes $= + 90^0$ werden, sein Stundenwinkel $= - 90^0$; für den Punkt O wird das Azimuth $= 90^0 + A$, der Stundenwinkel $= - 90^0 - M$ werden.

109. Wir wollen uns nun vorstellen, dass zur Sternzeit $s_{,}$, der scheinbare Rand eines Gestirnes im Punkte S' an den Verticalen-Seitenfaden des Instrumentes tritt, so wird alsdann der scheinbare Rand des Gestirnes, die Ebene des Kreises $S'\,Q'\,V'$, welche von diesem Faden beschrieben wird, berühren. Legen wir nun durch S' einen grössten Kreis

$S'\ O$, so wird dieser senkrecht auf dem Kreise $S'\ Q'\ V'$ stehen, und durch den scheinbaren Ort des Centrums des Gestirnes S gehen, dessen AR in Zeit, wir durch $\alpha_{,,}$, und dessen Declination wir durch $\delta_{,,}$ bezeichnen wollen. Verwandelt man die Zeiten $s_{,}$ und $\alpha_{,,}$ in Grade $s_{,}^{0}$ und $\alpha_{,,}^{0}$, so wird $s_{,}^{0} - \alpha_{,,}^{0}$ der Stundenwinkel des Centrums des Gestirnes sein. Wenn man den Bogen $S'\ S\ O$ bis zu seinem Durchschnitte T mit dem grössten Kreise $T\ Q\ V$, welcher mit $S'\ Q'\ V'$ parallel ist, verlängert, und den scheinbaren Winkelhalbmesser des Gestirnes durch $h_{,}$ bezeichnet; so wird $T\ O = 90^{0}$, $T\ S' = C + F$, $S\ S' = h_{,}$; bezeichnet man alsdann die Breite des Beobachtungsortes durch φ, so erhält man in den sphärischen Dreiecken $Z\ P\ O$ und $S\ P\ O$:

$$Z\ P = 90^{0} - \varphi;\ P\ O = 90^{0} + N;\ Z\ O = 90^{0} + J;$$
$$O\ Z\ P = 90^{0} + A;\ Z\ P\ O = 90^{0} + M;\ P\ S = 90^{0} - \delta_{,,};$$
$$S\ P\ O = 90^{0} + M + s_{,}^{0} - \alpha_{,,}^{0};\ S\ O = 90^{0} - (F + C \pm h_{,}),$$

wo das obere Zeichen + alsdann gebraucht wird, wenn das Zentrum S des Gestirnes naher an O als der beobachtete Rand S' liegt. Durch Auflösung der sphärischen Dreiecke erhält man:

$$\sin N = \sin J \sin \varphi + \cos J \cos \varphi \sin A \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$
$$\sin J = \sin N \sin \varphi + \cos N \cos \varphi \sin M \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$
$$\cos M \cos N = \cos J \cos A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$
$$\sin M \cos N = \sin J \cos \varphi - \cos J \sin \varphi \sin A \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$
$$\sin (F + C \pm h_{,}) = -\sin \delta_{,,} \sin N - \cos \delta_{,,} \cos N \sin (M + s_{,}^{0} - \alpha_{,,}^{0}) \ldots (5)$$

In diesen Gleichungen ist die ganze Theorie des Passagen-Instrumentes enthalten; sie würden zuerst in dieser merkwürdigen Form von Bessel entwickelt. In unserer Figur ist der Winkel $\pi\ P\ O = M$; verlängert man aber den Bogen

$T\ Q\ V$ und den Meridian $P\ Z$ bis zu ihren Durchschnitten in A und B mit dem oberen Theile des Aequators, so erhält man: $A\ P\ B = \pi\ P\ O$; denn P ist der Pol des Aequators, O der Pol des grössten Kreises $A\ T\ V$ und π der Pol des Meridianes, also Winkel $A\ P\ O = 90^0 = Z\ P\ \pi$. Daher ist $-M$ der Stundenwinkel des Durchschnittspunktes des grössten Kreises des Instrumentes mit dem oberen Theile des Aequators, oder es ist auch M die Entfernung des Culminations-Punktes des Aequators von dem eben erwähnten grössten Kreise; M wird positiv sein, wenn diese Entfernung östlich ist.

Wenn man die Durchschnitte des Horizontes mit den Kreisen $Z\ O$ und $T\ Q\ V$ (Fig. 23. Taf. I.), durch R und V bezeichnet, so wird V der Pol des Kreises $Z\ R\ O$ sein, und daher $R\ V = 90^0$, aber $H\ \pi$ ebenfalls $= 90^0$; folglich $A = R\ \pi = V\ H$, oder mit anderen Worten drückt A in unseren Formeln das Azimuth des grössten Kreises des Instrumentes, von Norden nach Osten positiv gezählt, aus.

In der Gleichung (5) wird die Declination $\delta_{,,}$ positiv gezählt, wenn das Gestirn sich auf derselben Seite des Aequators, als der sichtbare Pol befindet.

110. Hat man mehrere Beobachtungen an den verschiedenen verticalen Seitenfäden des Instrumentes angestellt, so kann man aus ihnen bequem, den Durchgang des Gestirnes durch den grössten Kreis des Instrumentes bestimmen; indem man sie alle zuerst auf den Mittelfaden reducirt, und darauf den berechneten Durchgang durch den Mittelfaden, auf den grössten Kreis des Instrumentes reducirt. Hierbei kann man wegen der Kleinheit von F und C, statt der Sinusse, die Bögen selbst nehmen; gewöhnlich ist C in Vergleich zu F nur eine sehr kleine Grösse.

Wir wollen nun annehmen, dass s^0, $\delta_{,}$ und $\alpha_{,}{}^0$ ganz dasselbe für den Mittelfaden bezeichnen, was $s_{,}{}^0$, $\delta_{,,}$ und $\alpha_{,,}{}^0$

für den Seitenfaden bezeichneten, so wissen wir, dass der Mittelfaden $F = o$ entspricht, und folglich aus (5.):

$$\begin{aligned} \sin (C \pm h,) &= -\sin N \sin \delta, - \cos N \cos \delta, \sin (M + s^0 - \alpha,^0) \\ &= -\sin N \sin \delta, - \cos N \sin M \cos \delta, \cos (s^0 - \alpha,^0) \\ &\quad - \cos N \cos M \cos \delta, \sin (s^0 - \alpha,^0) \end{aligned}$$

Bezeichnet man aber in den Gleichungen (a), (b) und (c) §. 15. Seite 27., den willkührlichen Werth k durch s^0, durch π die Horizontal-Parallaxe des Gestirnes, durch φ' die geocentrische Polhöhe, durch δ, die scheinbare Declination des Centrums des Gestirnes, und die lineären Entfernungen des Centrums des Gestirnes vom Beobachter und vom Centrum der Erde durch d' und d, so folgt ganz einfach:

$$\frac{d'}{d} \sin \delta, = \sin \delta - \sin \pi \sin \varphi'$$

$$\frac{d'}{d} \cos \delta, \cos (s^0 - \alpha,^0) = \cos \delta \cos (s^0 - \alpha^0) - \sin \pi \cos \varphi'$$

$$\frac{d'}{d} \cos \delta, \sin (s^0 - \alpha,^0) = \cos \delta \sin (s - \alpha^0);$$

wo α^0 die wahre gerade Aufsteigung und δ die wahre Declination des Gestirnes zur Zeit seiner Beobachtung am Mittelfaden bezeichnet; multiplicirt man nun den Ausdruck für $(C \pm h,)$ mit $\frac{d'}{d}$, so erhält man mit Rücksicht auf die vorhergehenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{d'}{d} \sin (C \pm h,) = &-\sin N \sin \delta - \cos N \cos \delta \sin (M + s^0 - \alpha^0) + \\ &+ \sin N \sin \pi \sin \varphi' + \cos N \sin M \sin \pi \cos \varphi'. \end{aligned}$$

Setzen wir zur Zeit des Antrittes des Randes des Gestirnes an den Seitenfaden, die wahre gerade Aufsteigung

seines Centrums $= \alpha^0 - \Delta\alpha$, seine Declination $= \delta - \Delta\delta$, wo $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ in Bogensecunden ausgedrückt sind, so finden wir für $\frac{d'}{d}\ sin\ (F + C \pm h)$ einen ganz ähnlichen Ausdruck; zieht man alsdann hiervon die Gleichung für $\frac{d'}{d}\ sin\ (C \pm h)$ ab, und setzt für die Sinusse der kleinen Bögen, diese Bögen selbst mal $sin\ 1''$, vernachlässigt man ferner $\Delta\delta^2\ sin^2\ 1''$ und ebenso das Product aus $\Delta\delta\ sin\ 1''$ mit $\Delta\alpha\ sin\ 1''$, so folgt:

$$\frac{d'}{d} F sin 1'' = \Delta\delta . sin 1'' (sin N cos\delta - cos N sin\delta sin(M + s^0 - \alpha^0))$$
$$+ cos\ N\ cos\ \delta . 2\ sin\ \tfrac{1}{2}(s^0 - s_,^0 - \Delta\alpha)\ cos\ [M + \tfrac{1}{2}(s^0 + s_,^0) - \alpha^0 + \tfrac{1}{2}\Delta\alpha].$$

Es sei v_* die in Zeitsecunden ausgedrückte Zunahme der geraden Aufsteigung des Gestirnes in einer Sternzeit-Stunde, und v diese Zunahme in einer mittleren Stunde; $15\,v_*$ und $15\,v$ werden dann die entsprechenden Zunahmen in Bogensecunden ausdrücken. Also die Zunahme $\Delta\alpha$ der AR im Bogen, während der Dauer von $s - s_,$ Sternzeitsecunden, wird aus der Proportion $\Delta\alpha$: $15\ v_* = s - s_,$: $3600''$ gefunden; nun ist $15\ (s - s_,) = s^0 - s_,^0$ in Bogensecunden ausgedrückt, folglich:

$$\frac{\Delta\alpha}{s^0 - s_,^0} = \frac{v_*}{1^h} = \frac{v_*}{3600''} = \frac{v}{3609''.8} = \varepsilon v, \text{ wo } \varepsilon = \frac{1}{3609.8} \text{ ist.}$$

$$s^0 - s_,^0 - \Delta\alpha = (s^0 - s_,^0)\left(1 - \frac{\Delta\alpha}{s^0 - s_,^0}\right) = (s^0 - s'^0)(1 - \varepsilon v);$$

$\varepsilon\ v$ ist hier die Zunahme der Graden-Aufsteigung in Zeit, während einer Sternzeit-Secunde.

Es sei 15. u die Zunahme der Declination in 1 mittleren Stunde, alsdann wird ihre Aenderung in der Sternzeit $s - s_,$

sein $\triangle \delta = (s^0 - s,^0)\ \varepsilon.\ u$, wo $s^0 - s,^0$ in Bogensecunden ausgedrückt ist; aber wegen der Kleinheit der Werthe $s^0 - s,^0$, $\triangle \alpha$, εv und εu, kann man annehmen, dass:

$$2 \sin \tfrac{1}{2} (s^0 - s,^0 - \triangle \alpha) = 2 \sin \tfrac{1}{2} (s^0 - s,^0)\ (1 - \varepsilon v);$$

$$\varepsilon u\,(s^0 - s,^0) \sin 1'' = \varepsilon u . 2 \sin \tfrac{1}{2} (s^0 - s,^0) \text{ und } \frac{1}{1 - \varepsilon v} = 1 + \varepsilon v + \ldots$$

Wir haben §. 10. Seite 21. gesehen, dass $d' : d = \sin z : \sin z'$, wo z die wahre, und z' die scheinbare Zenithdistanz des Gestirnes bezeichnet, folglich erhalten wir aus der Gleichung für $\frac{d'}{d}$. $F \sin 1''$, die folgende:

$$2 \sin \tfrac{1}{2} (s^0 - s,^0) = \frac{(1 + \varepsilon v) \frac{\sin z}{\sin z'} .\ F \sin 1''}{\cos \delta \cos N \cos (M + \tfrac{1}{2} (s^0 + s,^0) - \alpha^0 + \tfrac{1}{2} \triangle \alpha) \pm \varepsilon u R} \quad \ldots (6)$$

wo $R = \sin N \cos \delta - \cos N \sin \delta \sin (M + s^0 - \alpha^0)$ ist, und das Zeichen + alsdann gebraucht wird, wenn das Gestirn sich dem sichtbaren Pole des Aequators nähert, und die Beobachtung des Antrittes des Gestirnes an den Seitenfäden früher erfolgt, als an den Mittelfaden.

Meistens wird $\frac{1}{2} (s^0 - s,^0)$ eine sehr kleine Grösse sein, und alsdann kann man, anstatt $\sin \frac{1}{2} (s^0 - s,^0)$ den Werth $\frac{1}{2} (s^0 - s,^0) \sin 1''$ setzen, wo $s^0 - s,^0$ in Bogen-Secunden ausgedrückt ist; wenn daher:

$15\,l = 15\,(s - s,) = s^0 - s,^0$; $15\,f = F$ ist, so wird alsdann:

$$\pm l = \frac{(1 + \varepsilon v) \frac{\sin z}{\sin z'} \cdot f}{\cos \delta \cos N \cos (M + s^0 - \alpha^0 + \tfrac{1}{2} \triangle \alpha \mp \tfrac{15}{2} l) \pm \varepsilon u R} \quad \ldots (7)$$

Obgleich der Nenner dieses Ausdruckes die gesuchte Grösse l und den unbekannten Werth $\triangle \alpha$ enthält, so werden doch diese beiden Werthe beinahe immer sehr klein sein, und man kann sie daher zuerst vernachlässigen, um einen genäherten Werth von l zu erhalten; berechnet man hiermit $\triangle \alpha$, und verbessert man darauf mit diesem gefundenen $\triangle \alpha$ und l den Nenner, so erhält man einen zweiten weit genaueren Werth von l. Uebrigens kann man meistens l aus den Beobachtungen selbst genähert ableiten, sucht man das hierzu entsprechende $\triangle \alpha$, und benutzt diese beiden Werthe im obigen Nenner, so wird ein kleiner Fehler in ihnen, einen so kleinen Einfluss, auf die genaue Berechnung von l oder $s^0 - s,^0$ äussern, dass wir diesen gegen die Beobachtungsfehler gänzlich vernachlässigen können.

Aus dieser Untersuchung folgt nun für die speciellen Fälle:

1stens Wenn man Sterne beobachtet, so ist $v = o, u = o, z = z'$.

2tens Wenn man die Sonne beobachtet, so kann man ohne weiteres $z = z'$ und $u = o$ annehmen. In den astronomischen Ephimeriden ist die wahre gerade Aufsteigung der Sonne in Zeit, für jeden wahren Mittag, für denjenigen Meridian auf den sich die Ephemeride bezieht, angegeben; nimmt man daher den Unterschied der geraden Aufsteigungen der Sonne an zwei aufeinanderfolgenden wahren Mittagen, so erhält man die Zunahme die geraden Aufsteigung der Sonne in einem wahren Tage; es sei diese Zunahme $= v$, so wird alsdann:

$$1 + \varepsilon v = \frac{24^h + v}{24^h} = 1 + \lambda \odot,$$

wo daher $\lambda \odot$ die Zunahme der geraden Aufsteigung der Sonne in einer Sternzeit-Secunde bedeutet.

3tens Für die Planeten kann man immer $z = z'$ und $u = o$ setzen.

4tens Für den Mond endlich, muss man die obige Formel gerade so anwenden, wie sie gegeben ist; offenbar ist alsdann $1 + \varepsilon v = 1 + \lambda \mathbb{C}$, wo $\lambda \mathbb{C}$ die in Zeit ausgedrückte Zunahme der geraden Aufsteigung des Mondes in einer Sternzeit-Secunde ausdrückt.

Auf diese Weise kann man alle Beobachtungen des Randes des Gestirnes an den Seitenfäden auf den Mittelfaden reduciren, und alsdann um den Durchgang des Centrums des Gestirnes durch den Mittelfaden zu finden, braucht man nur $\frac{h,}{15}$ anstatt F in die obige Formel zu setzen, wo $h,$ der scheinbare Winkelmesser des Gestirnes ist. Bezeichnet man nun den wahren Winkelhalbmesser des Gestirnes, wie man ihn in den Ephemeriden selbst findet durch h, und erinnert sich §. 10. Seite 21., dass $h, \frac{\sin z}{\sin z'} = h$ ist; so erhält man offenbar aus der Formel (7), wenn man anstatt $f \frac{\sin z}{\sin z'}$, den Werth $\frac{h}{15}$ setzt, den Unterschied der Sternzeiten der Durchgänge des Randes und des Gestirnes durch den Mittelfaden.

111. Die angegebene Methode l zu finden ist sehr bequem, aber Bessel hat zur Reduction der Beobachtungen von Sternen, auf den grössten Kreis des Instrumentes, ganz strenge Formeln gegeben; die wir hier mit einer kleinen Aenderung entwickeln wollen. Es sei $F + C = F,$ und es seien δ, s^0 und α^0 auf den Durchgang des Sternes, durch den eben erwähnten grössten Kreis bezogen, alsdann erhält man für den Seitenfaden und für diesen grössten Kreis, die folgenden Gleichungen:

$$\sin F, = -\sin N \sin \delta - \cos N \cos \delta \sin (M + s,^0 - \alpha^0);$$
$$0 = -\sin N \sin \delta - \cos N \cos \delta \sin (M + s^0 - \alpha^0).$$

Nimmt man nun der Kürze wegen an, dass:

$$M + \tfrac{1}{2}(s^0 + s,^0) - \alpha^0 = Q \text{ und } \sin \tfrac{1}{2}(s^0 - s,^0) = x$$

ist; so erhält man durch Subtraction und Addition, der beiden vorhergehenden Gleichungen:

$$\frac{\sin F,}{\cos\delta \cos N.x} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots = +2\cos Q$$

$$\frac{\sin F,}{\cos\delta \cos N\sqrt{1-x^2}} + \frac{2\sin N \sin\delta}{\cos\delta \cos N\sqrt{1-x^2}} \cdots = -2\sin Q$$

Wenn man diese beiden Gleichungen zum Quadrat erhebt und addirt, so erhält man nach einiger Reduction:

$$o = \sin^2 F, + x^2[4\sin F, \sin\delta \sin N - 4(\cos^2\delta \cos^2 N - \\ - \sin^2\delta \sin^2 N)] + 4x^4 \cos^2\delta \cos^2 N.$$

Es sei nun $\delta + N = \beta, \delta - N = \gamma$; alsdann hat man:

$$o = \sin^2 F, + x^2[2\sin F, (\cos\gamma - \cos\beta) - 4\cos\beta\cos\gamma] \\ + x^4(\cos\gamma + \cos\beta)^2$$

also auch:

$$\sin^2 F, + 2\sin F, x^2(\cos\beta + \cos\gamma) + x^4(\cos\beta + \cos\gamma)^2 \\ = 4x^2(\cos\beta\cos\gamma + \sin F, \cos\beta);$$

daher durch Ausziehung der Quadratwurzel:

$$\sin F, + x^2(\cos\beta + \cos\gamma) = \pm 2x\sqrt{\cos\beta(\cos\gamma + \sin F,)}$$

also endlich:

$$x = \frac{\pm\sqrt{\cos\beta(\cos\gamma + \sin F)} \pm\sqrt{\cos\gamma(\cos\beta - \sin F,)}}{\cos\beta + \cos\gamma}$$

Um hierbei die Zeichen + und — richtig zu wählen, muss man bedenken, dass in jeder bestimmten Lage des Instrumentes, ein Stern, in einem Tage, zwei Mal jeden der beiden Fäden durchschneidet, daher wird die Grösse $x = \sin \frac{1}{2}(s^0 - s,^0)$ zwei verschiedene Werthe haben müssen, von welchen der eine klein, der andere aber nahe an 24 Stunden sein wird; zur Reduction der Beobachtungen muss man den kleineren nehmen.

Folglich:

$$x = \pm \frac{\sqrt{\cos\beta\,(\cos\gamma + \sin F,)} - \sqrt{\cos\gamma\,(\cos\beta - \sin F,)}}{\cos\beta + \cos\gamma}$$

$$x = \frac{\pm \sin F,}{\sqrt{\cos\beta\,(\cos\gamma + \sin F,)} + \sqrt{\cos\gamma\,(\cos\beta - \sin F,)}} \quad \ldots\ (8)$$

$$x = \frac{\pm \sin F,}{\sqrt{\cos\beta\cos\gamma}\left(\sqrt{1 + \frac{\sin F,}{\cos\gamma}} + \sqrt{1 - \frac{\sin F,}{\cos\beta}}\right)} \quad \ldots\ (9)$$

Um zu wissen, welchen der beiden Werthe von x man in jedem bestimmten Falle zu wählen hat, muss man bemerken, dass in der Praxis der grösste Kreis des Instrumentes, immer sehr nahe beim Zenithe vorbeigeht und ferner, dass die Werthe β und γ immer kleiner als 90^0 sind; folglich sind $\cos\beta$ und $\cos\gamma$ immer positive Werthe, und ebenso der Nenner in den Ausdrücken (8) und (9) positiv; daher muss man für ein positives $F,$ in der Gleichung (9) das obere Zeichen (+) alsdann nehmen, wenn $s > s,$ d. h. wenn die Sternzeit des Durchganges des Sternes durch den grössten Kreis des Instrumentes, oder sehr nahe durch den Mittelfaden grösser sein wird, als die Sternzeit bei seinem Durchgange durch den Seitenfaden ist, dagegen nimmt man das untere Zeichen (—) wenn $s^0 < s,^0$. Wenn $F,$ an und für sich eine negative Grösse ist, so braucht man die obigen Zeichen in einer entgegengesetzten Bedeutung. Bei der Be-

rechnung von β und γ muss man ja darauf Acht geben, ob N einen positiven oder negativen Werth hat. Sein Werth wird alsdann positiv werden, wenn der östliche Pol des grössten Kreises des Instrumentes, dessen Entfernung vom Faden $= 90^0 - F$, ist, zwischen Süden und Osten liegt; dagegen wird N negativ werden, wenn dieser Pol zwischen Norden und Osten liegt. Damit gar kein Zweifel über das Zeichen von F obwalten kann, muss man beim Beobachten bemerken, in welcher Lage sich das Instrument befindet; indem man die Gegend nach welcher dasjenige Ende der horizontalen Achse des Instrumentes gerichtet ist, an welchem der verticale Höhenkreis befestigt ist, aufschreibt.

Wenn jeder der beiden Werthe β und γ hinreichend von 90^0 verschieden ist, so kann man im Nenner des Ausdruckes (9), die Summe der beiden Quadratwurzeln nach dem Binomischen Lehrsatze entwickeln, und alsdann wird:

$$2x = \pm \left(\frac{\sin F,}{\sqrt{\cos\beta \cos\gamma}} - \tfrac{1}{4} \frac{\sin^2 F, (\cos\beta - \cos\gamma)}{(\cos\beta \cos\gamma)^{\frac{3}{2}}} + \ldots . \right)$$

Es ist aber $\beta = \delta + N$, $\gamma = \delta - N$, folglich kann man bei Vernachlässigung der Glieder 3ter Ordnung, von x und $\sin F,$ annehmen, dass:

$$2x = (s^0 - s,^0) \sin 1'', \sin F, = F, \sin 1''$$

und nimmt man ferner an, dass:

$$s^0 - s,^0 = 15\, l;\ F, = 15\, f,;\ \sqrt{\cos(\delta + N) \cos(\delta - N)} = \Theta;$$

so erhält man die Formel von Struve:

$$\pm l = \frac{f,}{\Theta} + \frac{7.5 \sin 1'' \sin\delta \sin N.\, f,^2}{\Theta^3} \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

wo die Zeichen ganz so wie vorher bestimmt werden; setzt man aber anstatt $f_{,,}$ denjenigen Werth (f), der zwar einerlei Grösse mit $f_{,,}$ aber dasselbe Zeichen wie l hat, so wird:

$$l = \frac{(f)}{\Theta} \pm \frac{7.5\, stn\, 1''\, stn\, \delta\, stn\, N\, (f)^2}{\Theta^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

wo das Zeichen (+) alsdann gebraucht wird, wenn der kleine Kreis, den der Seitenfäden beschreibt, weiter vom Pole des Aequators, als vom grössten Kreise des Instrumentes absteht.

Um nun den Unterschied der Zeiten des Durchganges des Sternes durch den Seiten- und Mittelfaden zu bestimmen, muss man in der Gleichung (9) statt $F_{,}$, für den Seitenfaden $F_{,} + C$, und für den Mittelfaden C setzen, und die so erhaltenen Ausdrücke, von einander abziehen. Aber da in der Praxis der Werth von C stets sehr klein ist, so kann man bei der Berechnung dieser Differenz $C = o$ annehmen, und alsdann wird $\frac{1}{15}(s^0 - s_{,}{}^0) = s - s_{,}$, diese Differenz in Sternzeit angeben.

112. Wir wollen nun diese allgemeinen Formeln mit den beiden Hauptlagen, in denen das Instrument fest aufgestellt wird, näher vergleichen.

Wenn die optische Achse des Fernrohres die Ebene des Meridianes beschreibt, so ist alsdann $N = o$, $J = o$, $M = o$, $s^0 = \alpha^0$, und folglich erhalten wir für einen beobachteten Stern:

$$stn\, 15\, f = stn\, 15\, l.\, cos\, \delta.$$

welcher Ausdruck ganz derselbe ist, als der, welchen wir schon früher §. 57. Seite 133. gefunden haben, wir haben dort gesehen, dass man daraus die Gleichung (2) (§. 57. Seite 134.)

ableiten kann, welche in der Praxis genügend genau ist, will man dagegen aus dieser Gleichung l bestimmen, so erhält man nach der Methode der unbestimmten Coefficienten:

$$l = f \sec \delta + 37.5 \sin^2 1'' . f^3 \sec^3 \delta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Das letzte Glied dieser Formel braucht man nur dann, wenn $\delta > 80^0$ und $f > 50''$.

Wenn das Fadennetz aus einer ungeraden Anzahl Fäden besteht, welche symmetrisch in Beziehung auf den Mittelfaden aufgespannt sind, so braucht man alsdann nicht jeden Faden für sich auf den Mittelfaden zu reduciren, sondern man kann sogleich den wahren Durchgang des Sternes durch den Mittelfaden, aus den an allen Fäden angestellten Beobachtungen, bestimmen. Man nehme an, das Fadennetz enthalte 5 Verticalfäden und es seien T', T'', T''', T^{IV} und T^V, die Sternzeiten des Antrittes des Sternes an diese Fäden, deren respective Entfernungen vom Mittelfaden in Zeit ausgedrückt, durch $+ f'$, $+ f''$, $- f^{IV}$, $- f^V$ bezeichnet werden mögen; so folgt in diesem Falle für den wahrscheinlichen Durchgang des Sternes durch den mittleren Verticalfaden:

$$+ \tfrac{1}{5} (T' + T'' + T''' + T^{IV} + T^V) + \tfrac{1}{5} (f' - f^V + f'' - f^{IV}) \sec \delta.$$

Reducirt man nur die Beobachtungen aus zwei Fäden, z. B. dem 2ten und 4ten, so folgt offenbar aus ihnen für die Zeit des Durchganges durch den Mittelfaden:

$$\tfrac{1}{2} (T'' + T^{IV}) + \tfrac{1}{2} (f'' - f^{IV}) \sec \delta.$$

Auf solche Weise kann man jedes Paar correspondirender Fäden leicht reduciren, und aus der Uebereinstimmung der

einzelnen Resultate leicht die Genauigkeit der Beobachtungen beurtheilen. Für die Glieder $(f' - f^{V})\ sec\,\delta$; $(f'' - f^{IV})\ sec\,\delta$; kann man sich ferner Tafeln für alle verschiedenen Declinationen leicht berechnen, und dadurch die Reductionen mit der grössten Leichtigkeit ausführen. Hierbei genügt die genäherte Declination des Sternes, ausser bei Sternen in der Nähe des Poles des Aequators; für alle anderen macht ein Fehler von einigen Minuten in der Declination wenig aus. Uebrigens ist es gut, statt dieser Methode, jeden einzelnen Faden für sich zu reduciren, weil man dadurch leicht entdecken kann, ob sich irgend ein grober Schreibfehler beim Eintragen eingeschlichen hat. Jedoch muss man alsdann die Declination des Sternes weit genauer kennen, besonders um so mehr der Stern sich dem Pole des Aequators näher befindet. Wenn f nicht grösser als $60''$ in Zeit ist, so wird ein Fehler in der Declination des Sternes von 1 Minute, auf die Berechnung von l keinen merklichen Einfluss haben, so bald die Declination des Sternes nicht grösser als 45^0 ist; jedoch bei $\delta = 60^0$, wird dieser Fehler schon gleich $= 0''.06$ in Zeit, bei $\delta = 80^0$ wird er $= 0''.57$ und bei $\delta = 88^0\ 28'$ wird er sogar $= 22''.5$; hieraus sieht man, dass man bei Sternen, die dem Pole sehr nahe liegen, die Declination bis auf eine Genauigkeit von einer halben Secunde haben muss.

113. Wir wollen jetzt annehmen, dass das Instrument im ersten Verticale aufgestellt sei. Der Werth von J, welcher durch das Niveau bestimmt wird, wird immer so klein sein, dass man ihn bei der Berechnung der Fäden-Reduction, ohne merklichen Fehler, vernachlässigen kann. Aber aus den Gleichungen (1) und (4) §. 109. Seite 299. ersieht man, dass für $J = 0$ und $A = 90^0$; $N = 90^0 - \varphi$ und $M = -90^0$ sein wird; folglich wird alsdann $\beta = 90^0 - (\varphi - \delta)$ und $\gamma = \varphi + \delta - 90^0$. In diesem Falle befindet sich der Pol des grössten Kreises des Instrumentes, dessen Entfernung

von den Fäden $90^0 - F$, entspricht, im Süden; liegt er aber im Norden, so wird N negativ werden und gleich $-(90^0 - \varphi)$, wir haben daher alsdann $\beta = \varphi + \delta - 90^0$; $\gamma = 90^0 - (\varphi + \delta)$. Wenn der erwähnte Pol nach Süden gerichtet ist, der Stern sich aber im Westen befindet, so geht dieser zuerst durch die Fäden hindurch für welche F positiv ist, und darauf erst durch diejenigen für welche der Werth von F negativ ist; wenn der Stern aber im Osten ist, so wird das umgekehrte stattfinden. Ebenso, wenn der Pol des grössten Kreises des Instrumentes nach Norden gerichtet ist, wird ein östlich gelegener Stern diejenigen Fäden zuerst passiren, für welche F positiv ist, ein westlicher Stern dagegen sie später als diejenigen Fäden passiren, für welche F negativ ist. Hieraus folgen die allgemeinen Regeln zum Gebrauche der genauen Formel (9) §. 111. Seite 307., welche man durch Einführung von Hülfswinkeln, zur logarithmischen Berechnung bequemer einrichten kann.

Uebrigens kann man, wie wir weiter unten zeigen werden, die Reduction des Seitenfadens auf den Mittelfaden im ersten Verticale, leicht durch folgende Formel bewerkstelligen:

$$\sin \tfrac{1}{2}(s^0 - s_,^0) = \frac{+\sin F}{2 \cos \delta \sin \varphi \sin \tfrac{1}{2}(t + t')}$$

wo $t = s^0 - \alpha^0$, $t' = s_,^0 - \alpha^0$ ist.

114. Die Ordnung, in welchen die Fäden der Reihe nach von Sternen angetreten werden, hängt von der Lage des Instrumentes ab, die Sterne gehen in einerlei Ordnung durch die Fäden: im Meridiane, wenn 1stens bei der oberen Culmination das Kreisende der horizontalen Achse nach Westen gerichtet ist, oder 2tens bei der unteren Culmination wenn dieses Kreisende nach Osten gerichtet ist, und ferner

im ersten Verticale: wenn 1stens das Kreisende der Achse im Süden ist, und der Stern sich im Osten befindet; und 2tens wenn das Kreisende im Norden ist, und der Stern sich im Westen befindet. Ferner ist hierbei zu bemerken, dass bei derselben Lage des Kreisendes, und entgegengesetzten Culminationen, alle Sterne auch in umgekehrter Ordnung durch die Fäden gehen; überhaupt gehen Sterne, bei unveränderter Stellung des Instrumentes, zwischen ihrer unteren Culmination und ihren allergrössten Abweichungen von dem Meridiane, in entgegengesetzter Ordnung durch die Fäden.

Unter Reduction des Seitenfadens auf den Mittelfaden versteht man die Zahl von Zeitminuten und Zeitsecunden, welche man zur Zeit des Durchganges des Gestirnes durch den Seitenfaden, hinzuzulegen oder abzuziehen hat, um die Zeit des Antrittes an den Mittelfaden zu erhalten. Geht das Chronometer nach Sternzeit, so wird diese Reduction $= \frac{1}{15}(s^0 - s,^0)$ $= \pm l$, geht das Chronometer aber nicht nach Sternzeit, so wird die Reduction $= l,$, und dann ist:

$$l, = \pm \mu l, \text{ wo } \mu = \frac{86400'' \pm \tau}{86400''}$$

wo τ in Zeitsecunden ausgedrückt ist, und $+\tau$ die Voreilung, dagegen $-\tau$ die Verspätung des Chronometers gegen Sternzeit in 24 Sternstunden oder in einem Sterntage ausdrückt. Die gesuchte Reduction erhält man am bequemsten, wenn man in unserer Formel statt f den Werth μf setzt.

Hat man auf diese Weise alle Seitenfäden auf den Mittelfaden reducirt, so muss man diesen Mittelfaden auf den grössten Kreis des Instrumentes reduciren, wobei man ganz genau so, wie bei der Reduction der Seitenfäden auf den Mittelfaden, verfahren kann, indem man nur anstatt F, oder f, die Werthe C oder c in die Formel einsetzt, wo C der

in Bogensecunden, aber c der in Zeitsecunden ausgedrückte Collimationsfehler der Hauptgesichtslinie des Fernrohres ist, welche durch den verticalen Mittelfaden bestimmt wird.

Zeit-Bestimmung durch Beobachtungen am Durchgangs-Instrumente.

I^stens *Wenn das Instrument im Meridiane aufgestellt ist.*

115. Hierzu muss man vorzugsweise Sterne beobachten; denn Sonnenbeobachtungen sind weniger vortheilhaft. Wir wollen annehmen, dass die Beobachtungen des Sternes schon auf dem Mittelfaden reducirt sind, und dass der kleine Kreis, den die durch diesen Mittelfaden bestimmte Gesichtslinie bei der Drehung des Fernrohres an der Himmelskugel beschreiben wird, östlich vom grössten Kreise des Instrumentes um den Bogen $C = 15\,c$ absteht. Der östliche Abstand dieses grössten Kreises vom Zenithe, sei gleich dem Bogen $J = 15\,t$, sein Abstand vom Pol dagegen $= N = 15\,n$; endlich wollen wir annehmen, dass $M = 15\,m$ und $A = 15\,a$, wo A das Azimuth von Norden nach Osten gezählt ist. Da alle diese Bögen sehr klein sind, wenn das Instrument dem Meridiane nahe aufgestellt ist, so können wir anstatt der Sinusse und Tangenten, ihre Bögen selbst setzen, und erhalten auf diese Weise aus §. 109. Seite 289.

$$n = t\sin\varphi + a\cos\varphi, \text{ oder } a = n\sec\varphi - t\,tg\,\varphi \ldots\ldots (a),$$
$$m = t\sec\varphi - n\,tg\,\varphi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (b),$$
$$\alpha = s + c\sec\delta + n\,tg\,\delta + m \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (c),$$

wo s die Sternzeit zur Zeit der Beobachtung bedeutet, und t positiv ist, wenn das westliche Ende der Umdrehungs-Achse des Fernrohres höher als das östliche ist; denn $J =$

15 t drückt die Neigung dieser Achse gegen den Horizont aus.

Drückt man m und n in der Formel (c), durch a und t aus, so ist:

$$m = t \cos \varphi - a \sin \varphi$$
$$\alpha = s + c. \sec \delta + t. \cos (\delta - \varphi) \sec \delta + a. \sin (\delta - \varphi) \sec \delta \ldots (d).$$

Die letzte Formel rührt von Tobias Mayer her; die die Formel (c) dagegen, welche jetzt allgemein gebraucht wird, wurde zuerst von Bessel entwickelt.

Die oben angeführte Formel bezieht sich auf die obere Culmination, oder auf denjenigen Fall, wenn der Stern durch den Meridian über dem Pole des Aequators durchgeht; die Circumpolar-Sterne kann man aber auch noch in ihrer unteren Culmination durch den Meridian beobachten, wenn die Sternzeit $= \alpha + 12$ Stunden ist; alsdann aber ist die scheinbare Bewegung der Sterne entgegengesetzt; d. h. von Westen nach Osten, und sie erreichen daher in diesem Falle den grössten Kreis des Instrumentes, welcher östlich vom Pole des Aequators absteht, später als den Meridian selbst. Da der erwähnte kleine Kreis, der dem Mittelfaden entspricht, aber auch östlich vom grössten Kreise des Instrumentes absteht, so erreichen die Sterne diesen kleinen Kreis noch später als den grössten Kreis, und weil m sich nicht ändert, da es nicht von der Lage des Sternes abhängt, so hat man also für die untere Culmination:

$$\alpha + 12^h = s - c \sec \delta - n \, tg \, \delta + m \ldots\ldots\ldots\ldots (e)$$

oder wenn man $z, = 180^\circ - \delta - \varphi$ setzt, so ist:

$$\alpha + 12^h = s - c \sec \delta - t \cos z, \sec \delta - a \sin z, \sec \delta \ldots (f)$$

Diese Gleichungen kann man unmittelbar aus (*c*) und (*d*) ableiten, wenn man statt α und δ, die Werthe $\alpha + 12^h$ und $180^0 - \delta$ setzt.

Den Werth t bestimmt man vermittelst des Niveaus; den Collimationsfehler c des verticalen Mittelfadens aber, findet man durch Umlegung des Instrumentes (§ §. 48. 50. und 61. Seite 96. 103. 140; der Werth n endlich, wird unmittelbar aus den Beobachtungen der Antritte zweier Sterne durch den Mittelfaden abgeleitet. Es seien α und δ die gerade Aufsteigung und Abweichung eines Sternes, als er am Mittelfaden zur Chronometer-Zeit k beobachtet wurde; es seien ferner α', δ' und k' dieselben Werthe für einen zweiten Stern; nimmt man nun an, dass zur Zeit der Beobachtungen des ersten Sternes die Sternzeit $s = k + u$ war, bei der Beobachtung des zweiten aber $s' = k' + u + \Delta u$, wo Δu die Zahl von Secunden ausdrückt, um welche sich das Chronometer, im Laufe der Zeit $k' - k$ gegen Sternzeit verspätet, so erhält man:

$$\alpha = k + u + c \sec \delta + n \operatorname{tg} \delta + m \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (g)$$
$$\alpha' = k' + u + \Delta u + c \sec \delta' + n \operatorname{tg} \delta' + m. \ldots\ldots\ldots (g')$$

Berechnet man hierauf die Werthe:

$$p = k + c \sec \delta, p' = k' + c \sec \delta'$$

so folgt:

$$n = \frac{(\alpha' - \alpha) - (p' - p) - \Delta u}{\operatorname{tg} \delta' - \operatorname{tg} \delta} \ldots\ldots\ldots (h)$$

Wenn der erste Stern in der oberen, der zweite aber in der unteren Culmination beobachtet wurde, so erhält man:

$$P = k - c \sec \delta,$$

folglich:

$$n = \frac{(\alpha' - \alpha - 12^h) - (p' - P) - \triangle u}{tg\,\delta' + tg\,\delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (h').$$

Ueber das Zeichen der Declination δ', welches man hierbei gebrauchen muss, verweisen wir auf den Schluss von §. 109. Seite 300.

Hieraus ersieht man, dass wenn die Sterne gut bestimmt sind, man n leicht aus den Beobachtungen zweier Sterne berechnen kann, von denen der eine nahe dem Aequator, der andere aber nahe am Pole ist, oder noch besser durch die Beobachtung zweier Circumpolar-Sterne, von denen der eine in der oberen der andere aber in der unteren Culmination sich befindet. *) Um so schneller die Beobachtungen dieser beiden Sterne auf einander folgen, um so genauer wird n bestimmt sein, weil man alsdann sich beinahe gänzlich von einem Fehler im Gange der Uhr und von der Veränderlichkeit des Instrumentes befreit. Aus n und t kann man leicht, vermittelst der Gleichung (a), den Werth von a finden.

116. Hat man die Werthe c, t und n gut bestimmt, so kann man leicht die Uhrcorrection u herleiten, welche man

---

*) Den Werth von n, kann man auch aus den Beobachtungen eines und desselben Circumpolarsternes finden, und zwar aus den Zeiten seiner oberen Culmination k' und unteren Culmination k, alsdann hat man:

$$n = \frac{k, - k' + \triangle u - 2\,sec\,\delta - 12^h}{2\,tg\,\delta},$$

jedoch ist diese Methode, wegen des zu grossen Zeitraumes zwischen den Beobachtungen höchst selten brauchbar.

zu k hinzulegen muss, um die Sternzeit s zu erhalten; denn aus Gleichung (g) findet man, mit Hülfe von (b):

$$u = \alpha - k - c \sec \delta - n \operatorname{tg} \delta + n \operatorname{tg} \varphi - i \sec \varphi \ldots\ldots (i)$$

welche Formel alsdann vorzüglich anwendbar ist, wenn man viele Beobachtungen angestellt hat, während deren Dauer n und i sich nicht verändert haben.

Aus der letzten Gleichung ersieht man, dass ein Fehler in n und i, auf die Glieder, welche von φ abhängen, um so grösseren Einfluss hat, als die Breite φ des Beobachtungsortes grösser wird.

An jedem beliebigen Orte der Erdoberfläche hängt die genaue Zeitbestimmung vorzugsweise von der Genauigkeit der Werthe i, c und n oder α ab. Heut zu Tage verfertigt man jedoch so ausgezeichnete Niveaus, dass es kaum möglich ist, einen merklichen Fehler, bei ihrem Gebrauche, in der Bestimmung des Werthes i vorauszusetzen; den Collimationsfehler findet man mit genügender Genauigkeit durch Umlegung des Instrumentes, und die Erfahrung lehrt, dass bei einem gut eingerichteten Instrumente, er während der Dauer einiger Wochen beständig bleibt; wenn daher der Beobachter sein Instrument sehr vorsichtig umlegt, so kann man dreist annehmen, dass während des kurzen Zeitraumes, in welchem man die Beobachtungen anstellt, der Collimationsfehler unveränderlich bleibt. Wenn man ferner in beiden Lagen des Instrumentes beobachtet, so wird ein kleiner Fehler in c, so wie eine nicht genaue Kenntniss der verschiedenen Dicke der Zapfen und der Durchbiegung der horizontalen Umdrehungs-Achse, in beiden Lagen des Instrumentes entgegengesetzten Einfluss ausüben; und daher alle diese Fehlerquellen zusammengenommen, auf das mittlere Resultat, welches aus entgegengesetzt gelegenen Beobachtungen hergeleitet wird, keine merkliche Wirkung hervorbringen. Hat man dagegen keine

feste tägliche und nächtliche Meridianmerke, so wird man sich nicht von der Unveränderlichkeit des Azimuthes a, oder des von ihm abhängigen Werthes n, überzeugen können, aber der hieraus entstehende Fehler kann sehr oft einen bedeutenden Einfluss auf die Genauigkeit der Zeitbestimmung selbst, haben. Man sieht aber aus den Gleichungen (t) und (e), dass wenn die Declination δ gleich der Breite des Ortes φ ist, alsdann alle Glieder, welche von n oder a, in dem Ausdrucke der Uhrcorrection, abhängen, sogleich verschwinden. Hieraus folgt, dass man zur zuverlässigsten Zeitbestimmung, vorzugsweise solche Sterne in beiden Lagen des Instrumentes beobachten muss, deren Declinationen gleich, (oder doch wenig verschieden von), der Breite des Ortes sind; indem man ferner zur Untersuchung von a oder n, mit diesen Beobachtungen, eine Beobachtung des Polarsternes verbindet.

117. Bleibt das Azimuth beständig, und geht die Neigung i in i' über, so wird der Werth von n sich in n' verwandeln, den man durch folgende Gleichung berechnen kann:

$$n' = n + (i' - i) \sin \varphi.$$

Uebrigens kann man in diesem Falle zur Bestimmung der Uhrcorrection folgende bequeme Gleichung brauchen:

$$u = \alpha - k - c \sec \delta - i \cos (\delta - \varphi) \sec \delta - a \sin (\delta - \varphi) \sec \delta,$$

für einen anderen Stern hat man:

$$u = \alpha' - k' - \Delta u - c \sec \delta' - i \cos (\delta' - \varphi) \sec \delta' - a \sin (\delta' - \varphi) \sec \delta'.$$

Man berechnet daher:

$$q = k + c \sec\delta + t \cos(\delta - \varphi) \sec\delta,$$
$$q' = k' + c \sec\delta' + t' \cos(\delta' - \varphi) \sec\delta',$$

folglich:

$$a = \frac{(\alpha' - \alpha) - (q' - q) - \Delta u}{\sin(\delta' - \varphi)\sec\delta' - \sin(\delta - \varphi)\sec\delta} = \frac{[(\alpha' - \alpha) - (q' - q) - \Delta u]}{\cos\varphi \sin(\delta' - \delta) . \sec\delta' \sec\delta}$$

Wenn der Stern, auf welchen sich α und δ bezieht, sich in der unteren Culmination befindet, so hat man:

$$z_1 = 180^0 - \varphi - \delta; \quad Q = k - c \sec\delta - t \cos z_1 \sec\delta$$

folglich:

$$a = \frac{(\alpha' - \alpha - 12^h) - (q' - Q) - \Delta u}{\sin(\delta' - \varphi)\sec\delta' + \sin z_1 \sec\delta} = \frac{(\alpha' - \alpha - 12^h) - (q' - Q) - \Delta u}{\cos\varphi \sin(\delta' + \delta) . \sec\delta' \sec\delta}$$

Hat man eine gute Meridianmarke aufgestellt, auf welche man immer, des Tages und des Nachts, das Fernrohr richten kann, und will man das Azimuth a dieser Marke genau bestimmen, so muss man zwei Circumpolarsterne, A und B, wählen, deren gerade Aufsteigungen nahezu um 12 Stunden verschieden sind, so dass wenn der Stern A sich in der oberen Culmination befindet, der andere B, bald vorher oder nachher in die untere kömmt. Man beobachtet alsdann in einer Lage des Instrumentes den Stern A in der oberen, und den Stern B in der unteren Culmination. Beinahe 12 Stunden nachher legt man die Horizontal-Achse des Fernrohres um, und nachdem die Absehenslinie in die frühere Richtung, mit Hülfe der Marke, gebracht worden ist, beobachtet man wieder die beiden Sterne; man wird dann den Durchgang des Sternes B durch den oberen Theil, und den Durchgang des Sternes A durch den unteren Theil des Meridianes bestimmen können. Aus diesen Beobachtungen lässt sich nun

das Azimuth der Marke für jede Lage des Instrumentes berechnen, und die Mittelzahl aus den Resultaten wird den genauen Werth des Azimuthes, unabhängig von den constanten Fehlern des Instrumentes, und von den Fehlern in den geraden Aufsteigungen der Sterne, und nahezu frei von dem Fehler des Chronometerganges geben.

In dem weiter unten folgenden Beispiele, werden wir eine einfache Methode angeben, vermittelst welcher man in der Praxis, aus vielen angestellten Beobachtungen von Sternen, den Chronometerfehler, mit genügender Genauigkeit, berechnen kann. Wenn der Beobachter glaubt, dass das Fernrohr des Instrumentes sein Azimuth nicht geändert hat, so kann er die wahrscheinlichen Correctionen der angenommenen Werthe für u, c und a bestimmen, indem er Bedingungs-Gleichungen formirt, und diese nach der Methode der kleinsten Quadrate auflöst; diese Auflösungsart findet man in der Abhandlung von Struve erläutert, die den Titel führt: Expédition chronometrique éxecutée en 1843 entre Pulkowa et Altona p. 72, 73.

118. Anstatt des Durchgangsinstrumentes, kann man auch hierzu das Universalinstrument, und den Theodoliten in horizontaler Aufstellung anwenden. In diesem Falle bestimmt man den Collimations-Fehler c, welcher immer sehr klein sein wird ganz ebenso: nämlich aus der Vergleichuug von Beobachtungen, welche in beiden Lagen des Instrumentes angestellt wurden. An diesem Instrumente soll eigentlich keine Umlegung der Horizontal-Achse vorgenommen werden; man wendet aber das Instrument an, zur Beobachtung der Sterndurchgänge in zwei entgegengesetzten Lagen der Horizontal-Achse, durch Umdrehung derselben um 180° um die Vertical-Achse. Da es immer ungewiss bleibt, ob man wirklich ganz genau um 180° gedreht hat, so muss man annehmen, dass das Azimuth des Fernrohres in beiden

Lagen des Instrumentes etwas verschieden ist. Um also den Collimationsfehler c und die Uhrcorrection zu bestimmen, beobachtet man in jeder Lage des Instrumentes zwei Sterne, nämlich einen der sich nahe am Pole, und einen anderen der sich nahe am Aequator befindet. Wir wollen z. B. voraussetzen, dass in der einen Lage zwei Sterne, deren Declination δ' und δ sind, wo δ' einem Sterne in der Nähe des Poles des Aequators entspricht, in ihrer oberen Culmination beobachtet werden; ist alsdann c unbekannt, so können wir vorläufig $c = o$ annehmen, und mit dieser Annahme die Grössen n und a berechnen; die so gefundenen Werthe von n und a werden aber unrichtig sein, und es mögen $\triangle n$ und $\triangle a$ die ihnen entsprechenden Correctionen ausdrücken, so dass $n + \triangle a$ die wahren Werthe von n und a sein werden, wo $\triangle n$ und $\triangle a$ von c abhängen. Setzt man alsdann:

$$B = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta' + \delta)}{\cos \frac{1}{2}(\delta' - \delta)}$$

so wird:

$$\triangle n = - \frac{c\,(\sec \delta' - \sec \delta)}{tg\,\delta' - tg\,\delta} = - c.\,B.$$

und

$$\triangle a = \frac{- c\,(\sec \delta' - \sec \delta)}{\sin(\delta' - \varphi)\sec \delta' - \sin(\delta - \varphi)\sec \delta} = - \frac{c\,B}{\cos \varphi},$$

wo alsdann $n + \triangle n$ und $a + \triangle a$, die wahren Werthe von n und a sein werden. Wenn man daher bei der Berechnung von n und a den Werth c vernachlässigt, so wird dadurch in der Uhrcorrection u ein Fehler $\triangle u = - c \sec \delta\,(1 - D)$ entstehen, wo

$$D = \frac{\sin(\delta - \varphi)}{\cos \varphi} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta' + \delta)}{\cos \frac{1}{2}(\delta' - \delta)} \text{ ist.}$$

Wir wollen jetzt annehmen, dass man (c gleich Null vorausgesetzt) in der I^ten Lage des Instrumentes, durch die zwei erwähnten Sterne, die Uhrcorrection $= u'$ gefunden hätte, in der II^ten Lage des Instrumentes aber, aus zwei anderen Sternen, deren Declinationen δ'' und δ''' sind, die Uhrcorrection $= u''$ gefunden hätte, wo δ''' einem Sterne in der Nähe des Poles des Aequators entspricht. Wenn wir den Gang des Chronometers als bekannt annehmen, so kann man u' und u'' auf eine und dieselbe Epoche, oder im allgemeinen auf die Zeit der Mitte der Beobachtungen reduciren; da nun die Vernachlässigung von c, auf diese Werthe von u' und u'', entgegengesetzten Einfluss ausübt, so erhält man:

$$u' - u'' = c\,(sec\,\delta + sec\,\delta'' - D - D')$$

$$\text{wo } D' = \frac{sin\,(\delta'' - \varphi)}{cos\,\varphi} \cdot \frac{sin\,\frac{1}{2}(\delta''' + \delta'')}{cos\,\frac{1}{2}(\delta''' - \delta'')} \text{ ist.}$$

Der Unterschied $u' - u''$ ist aus den vorhergehenden Berechnungen bekannt, man wird also aus obiger Gleichung den Collimationsfehler c leicht finden können. Der wahre Werth der Uhrcorrection wird alsdann $= u' + \Delta u'$ oder $u'' + \Delta u''$ werden. Wenn einer von den Sternen in der Nähe des Poles in der unteren Culmination sich befinden sollte, so wird man anstatt seiner Declination die Ergänzung der Declination zu 180° setzen müssen.

119. Hat man den Rand der Sonne beobachtet, und die Beobachtungen an alle Fäden auf den Mittelfaden reducirt, so kann man zur Bestimmung von u folgenden Ausdruck gebrauchen:

$$u = \alpha\odot - k - c\,(1+\lambda)\,sec\,\delta \mp \frac{k'\,(1+\lambda)}{15\,cos\,\delta} -$$

$$- (n\,tg\,\delta - n\,tg\,\varphi + i\,sec\,\varphi)\,(1+\lambda)$$

wo $\alpha \odot$ die wahre gerade Aufsteigung des Sonnencentrums und δ seine Declination zur Zeit der Beobachtung bezeichnet; $\alpha \odot$ ist in Zeit ausgedrückt, und λ ist die in Zeit ausgedrückte Zunahme der wahren geraden Aufsteigung der Sonne in einer Sternzeit-Secunde; h' endlich, ist der in Bogen ausgedrückte scheinbare Winkelhalbmesser der Sonne. Das Zeichen (—) wird gebraucht, wenn man den ersten oder westlichen Rand der Sonne beobachtet, das Zeichen (+) dagegen, wenn der zweite oder östliche Rand beobachtet wird.

120. In den astronomischen Ephemeriden findet man die geraden Aufsteigungen und Abweichungen der Sterne, mit Rücksicht auf Präcession, Nutation, jährliche Aberration und eigene Bewegung schon auf den scheinbaren Ort reducirt, aber um die genauen scheinbaren geraden Aufsteigungen zu erhalten, muss man ferner noch die Wirkung der täglichen Aberration in Betracht ziehen, und diese zu dem scheinbaren Orte der Ephemeride zulegen, um den wahren scheinbaren Ort zu erhalten; wir erreichen aber ganz dasselbe Resultat, wenn wir von der beobachteten Zeit des Durchganges des Sternes durch den Meridian diese Correction, welche sehr nahe $= 0''.021 \cos\varphi \sec\delta$ in Zeit ist, abziehen. Am einfachsten ist es, sie dadurch in Rechnung zu bringen, dass man den in Zeit ausgedrückten Werth:

$$c' = c - 0''.021 \cos\varphi$$

statt des wirklichen Collimationsfehlers $= c$ bei der Reduction der Beobachtungen anwendet.

121. Aus dem vorhergehenden, kann man nun folgende praktische Regeln für die genaue Zeit-Bestimmung, durch das Durchgangs-Instrument aufstellen.

Nachdem man das Instrument so nahe wie möglich im Meridiane aufgestellt hat, muss man symmetrisch in beiden Lagen des Instrumentes beobachten, und zwar

in der I^sten *Lage des Instrumentes.*

1^stens Die Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse mit Hülfe des Niveaus bestimmen.

2^tens Einen oder einige gut bestimmte Sterne, deren Declinationen nicht gar zu gross sind, aber vorzüglich solche die in der Nähe des Zeniths sind, beobachten.

3^tens Die Neigung der Umdrehungs-Achse durch das Niveau ablesen.

4^tens Den Durchgang eines gut bestimmten in der Nähe des Poles gelegenen Sternes, durch die beiden ersten Vertical-Fäden des Instrumentes beobachten.

5^tens Die horizontale Umdrehungs-Achse des Instrumentes umlegen, und

in der II^ten *Lage des Instrumentes.*

1^stens Den Durchgang eben desselben in der Nähe des Poles gelegenen Sternes, durch die übrigen Fäden des Instrumentes beobachten, welche er vermöge der scheinbaren täglichen Bewegung passiren wird.

2^tens Die Neigung der Umdrehungs-Achse, durch das Niveau ablesen.

3^tens Einige vom Pole entfernte in der Nähe des Zeniths gelegene Sterne beobachten, und endlich

4^tens Wiederum die Neigung der Umdrehungs-Achse, am Niveau ablesen.

Um so rascher die Beobachtungen auf einander folgen, desto genauer wird das Resultat sein. Wenn man mit einer guten Meridianmarke versehen ist, so kann man sich leicht

vor jeder Beobachtung eines Sternes, von der Unveränderlichkeit der Lage des Instrumentes in Beziehung auf Azimuth überzeugen.

Beispiel. Im Jahre 1843 wurden zu Kronstadt, um den Gang und den Stand des Chronometers Haut No. 19. zu bestimmen, einige Beobachtungen an einem Durchgangs-Instrumente angestellt. Das Chronometer blieb damals in einem Sterntage um $0''.68$ gegen Sternzeit zurück. Die nördliche Breite des Beobachtungsortes $= 59^\circ\ 59'.5 = \varphi$. Ein Theil des Niveaus $= 0''.113$ in Zeit; die von der Ungleichheit der Zapfen abhängige Correction $x = \pm\ 0''.140$ in Zeit; wo $(-)$ dann gebraucht werden muss, wenn das Kreisende der horizontalen Umdrehungs-Achse des Instrumentes nach Osten, das Zeichen $(+)$ aber gebraucht werden muss, wenn das Kreisende nach Westen gerichtet war. Die folgenden Fäden-Intervalle, beziehen sich in der Ordnung wie sie gegeben sind, auf die obere Culmination, als das Kreisende der Achse im Westen war:

$$+ 34''.40; + 18''.74; - 16''.14; - 33''.33 \text{ in Zeit.}$$

Bei den unten angeführten Beobachtungen, bezeichnet (i) die Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse, wie sie unmittelbar an dem Niveau abgelesen wurde; i dagegen die wahre, wegen der Zapfen-Ungleichheit verbesserte Neigung. *O. N.* bezeichnet, dass beim Nivelliren das Fernrohr horizontal lag, und sein Objectiv nach Norden gerichtet war; *O. S.* bezeichnet, dass es nach Süden gerichtet war, und endlich bezeichnen *A* und *B* die entgegengesetzten Lagen, die das Niveau bei seiner Umlegung einnahm.

Beobachtungstag: Der 22ste August, 1843.

I^ste *Lage des Instrumentes, oder Kreisende im Osten.*

	im Osten	im Westen	
Neigung der Umdrehungs-Achse am Niveau abgelesen (*O. N.*)	*A* .. 18.6	.... 22.2	$(i) = +0''.21$
	B .. 18.3	.... 22.4	$x = -0\ .14$
			$i = +0''.07$

Durchgang des Sternes in der oberen Culmination durch die Fäden:

	I	II	III	IV	V	Mittel auf den Mittelfaden reducirt
	"	"	′ "	"	"	h ′ "
α *Cassiopeae*	55 .1	25 .8	30 54 .5	27 .4	55 .2	0 30 54 .31
γ *Cassiopeae*	26 .5	0 .0	46 33 .0	10 .1	41 .6	0 46 32 .91
α *Ursae Min.*	41′ 19 .0	52′ 4 .0	——	—	—	1 2 11 .20

	im Osten	im Westen	
Neigung der Umdrehungs-Achse am Niveau (*O. S.*) abgelesen.	*B* .. 18.1	.... 22.6	$(i) = +0''.26$
	A .. 18.0	.... 22.7	$x = -0\ .14$
			$i = +0''.12$

Nach der Umlegung:

II^te *Lage des Instrumentes: oder Kreisende im Westen:*

	I	II	III	VI	V	Auf den Mittelfaden reducirtes Mittel
α *Ursae Min.*	—	—	2′ 45″.0	12′ 49″.0	23′ 33″.0	1h 2′ 42″.53

	im Osten	im Westen	
Neigung der Umdrehungs-Achse am Niveau (*O. S.*) abgelesen.	*B* .. 21.1	.... 19.7	$(i) = -0''.13$
	A .. 22.0	.... 18.8	$x = +0\ .14$
			$i = +0''.01$

δ *Cassiopeae*	45″.8	46″.3	14′ 53″.2	25″.0	58″.9	1h 14′ 53″.27

	im Osten	im Westen	
Neigung der Umdrehungs-Achse am Niveau (*O. N.*) abgelesen.	*A*..22.0	.... 18.8	$(i) = -0''.17$
	B..21.9	.... 19.0	$x = +0\ .14$
			$i = -0''.03$

α Arietis	59″.9	17″.0	57′ 37″.4	54″.8	13″.5	1ʰ 57′ 37″.31

	im Osten	im Westen	
Neigung der Umdrehungs-Achse am Niveau (*O. S.*) abgelesen.	*B*..21.5	.... 19.9	$(i) = -0''.14$
	B..22.4	.... 18.9	$x = +0\ .14$
			$i = -0''.00$

Scheinbare Oerter der Sterne für die obere Culmination am 22sten August 1843.

Bezeichnung der Sterne.	Sch. *A*R oder *α*	Sch. Decl. oder *δ*
α Cassiopeae	0ʰ 31′ 43″.05	55° 40′ 45″
γ Cassiopeae	0 47 21 .88	59 52 6
α Ursae minoris	1 3 49 .15	88 28 25 .5
δ Cassiopeae	1 15 40 .81	59 25 9
α Arietis	1 58 24 .05	22 43 20

Die mittleren Oerter von *γ* und *δ Cassiopeae*, wurden aus dem Kataloge von Pond entnommen, und auf den scheinbaren Ort mit Hülfe des Nautical Almanacs reducirt, aus welchem die übrigen Sterne entlehnt sind.

Berechnung dieser Beobachtungen.

Aus den bemerkten Durchgängen von *α Ursae minoris* in beiden Lagen des Instrumentes findet man (§. 61. Seite 144.) $c = \pm\ 0''.31$, (+) wenn der Kreis im Osten, (—) wenn er im Westen war.

In der Isten *Lage des Instrumentes*	*In der* IIten *Lage des Instrumentes*
Kreis im Osten	*Kreis im Westen*
$c = +0''.31;\ c' = c - 0''.021 \cos\varphi$	$c = -0''.31;\ c' = -0''.32$
$c' = +0\ .30;\ i = +0\ .10$	$i = -0\ .01$

Berechnung der Werthe $p = k + c' \sec \delta$:

für α *Urs. min.* $1^h\ 2'\ 22''.48 = p'$	für α *Urs. min.* $1^h\ 2'\ 30''.50 = p'$
α *Cassiopeae* 0 30 54 .84 $= p$	α *Arietis* . . 1 57 36 .96 $= p$
$p' - p = 0\ 31\ 27\ .64$	$p' - p = -0\ 55\ 6\ .46$
Gang des Chrometers $\Delta u = \ldots + 0\ .01$	Gang des Chronometers $\Delta u = -\ 0.02$
$p' - p + \Delta u = 0\ 31\ 27\ .65$	$p' - p + \Delta u = -0\ 55\ 6\ .48$
$\alpha' - \alpha = 0\ 32\ 6\ .10$	$\alpha' - \alpha = -0\ 54\ 34\ .90$
$\alpha' - \alpha - (p' - p) - \Delta u = +\ 38\ .45$	$\alpha' - \alpha - (p' - p) - \Delta u = +\ 31\ .58$
$n = \frac{+38''.45}{tg\,\delta' - tg\,\delta} = +\frac{38\ .45}{36\ .01}$	$n = \frac{+31''.58}{tg\,\delta' - tg\,\delta} = +\frac{31\ .58}{37\ .05}$
oder $n = +\ 1\ .068$	oder $n = +\ 0\ .852$
$m = -\ 1''.07\ tg\,\varphi + 0\ .10 \sec\varphi$	$m = -0''.85\ tg\,\varphi - 0\ .01 \sec\varphi$
oder $m = -\ 1\ .65$	oder $m = -\ 1\ .50$

Man kann nun alle Beobachtungen auf eine Epoche, oder auf $1^h\ 7'$ Chronometer-Zeit, welches ungefähr der Mitte der Beobachtungen entspricht, reduciren; bezeichnet man daher den Gang des Chronometers zwischen der Zeit $1^h\ 7'$ und den Beobachtungs-Zeiten durch $\Delta\,(u)$, so wird die reducirte Uhrzeit des Meridian-Durchganges für jeden Stern nach der Formel.

$$R = k + c' \sec\delta + n\,tg\,\delta + m + \Delta\,(u).$$

zu berechnen sein.

Da das Chronometer sich gegen Sternzeit verspätete, so muss der Werth von $\Delta\,(u)$, zu den Beobachtungszeiten, welche der Epoche $1^h\ 7'$ folgen, hinzufügt, dagegen von denen, die dieser Epoche vorangehen abgezogen werden, auf diese Weise erhält man:

für α *Cassiopeae*	γ *Cassiopeae*	δ *Cassiopeae*	α *Arietis*
$R = 0^h\ 30'\ 54''.74$	$0^h\ 46'\ 33''.70$	$R = 1^h\ 14'\ 52''.60$	$1^h\ 57'\ 35''.86$
$\alpha = 0\ 31\ 43\ .05$	$0\ 47\ 21\ .88$	$\alpha = 1\ 15\ 40\ .81$	$1\ 58\ 24\ .05$
$(u)' = +0\ 48''.31$	$+\ 0'\ 48''.18$	$(u)'' = +0'\ 48''.21$	$+0'\ 48''.19$

Folglich war die wahrscheinliche Uhrcorrection um $1^h\ 7'$ Chronometer-Zeit

$$(u) = \tfrac{1}{2}\,[(u)' + (u)''] = +\,0'\ 48''.22.$$

Der Grad der Genauigkeit des Werthes (u) hängt vorzüglich von der Zuverlässigkeit der Bestimmungen von n und c ab. Aber da wir vorzüglich Sterne in der Nähe des Zeniths gewählt haben, so kann n auf die Zeitbestimmung nur sehr geringen Einfluss haben, und die Verschiedenheit in $(u)'$ und $(u)''$ kann daher vorzüglich nur von dem angenommenen Werthe von c herrühren, nimmt man daher an, dass die wahre Grösse von c gleich $c + \partial c$ ist, so entstehen folgende Bedingungsgleichungen:

$(u)' - 1''.88\,\partial c = (u)'' + 1''.96\,\partial c$; oder $+\,0''.035 = 3''.84\,\partial c$; hieraus folgt $\partial c = +\,0''.009$; $c = +\,0''.319$.

Berechnet man das Azimuth a, so erhält man ganz ähnliche Resultate, und findet in der I^sten^ Lage des Instrumentes, als der Kreis im Osten war, das Azimuth $a = +\,1''.96$ in Zeit, aber in der II^ten^ Lage, als der Kreis im Westen war, $a = +\,1''.72$, das Mittel hieraus ist $a = +\,1''.84$ in Zeit, oder $27''.6$ in Bogen.

Wenn wir den Collimations-Fehler nicht gekannt hätten, oder mit einem Instrumente beobachtet hätten, bei welchem man zwar den oberen beweglichen Theil des Instrumentes um 180° in Azimuth drehen, dagegen aber die horizontale Umdrehungsachse nicht umlegen konnte, so könnten wir leicht diesen Fehler nach der im §. 118. Seite 322. auseinander-

gesetzten Methode berechnen. Wenden wir daher diese Methode auf die Beobachtungen von *α Cassiopeae* und *α Ursae minoris* in der Isten Lage des Instrumentes, und auf *α Ursae minoris* und *α Arietis* in der IIten Lage des Instrumentes an, indem wir hierbei n zuerst in der Annahme $c = o$, mit Rücksicht auf tägliche Aberration berechnen, so wird:

für die Iste Lage	für die IIte Lage
$n = +\frac{49''.01}{36''.01} = 1''.37$	$n = +\frac{20''.39}{37''.07} = 0''.55$
$m = -2''.069$	$m = -0''.974.$

Also für $1^h\ 7'$ Chronometer-Zeit:

$u' = +0'\ 48''.87$	$u'' = +0'\ 47''.47$
$D = -0''.149$	$D' = -1''.189$

$$u' - u'' = c\,(sec\,\delta + sec\,\delta'' - D - D')$$

oder $1''.40 = 4.''196\,c$, oder $c = 0''.33$;

welcher Werth sehr wenig von dem früher gefundenen verschieden ist.

Sollte das Chronometer sehr nahe nach mittlerer Zeit gehen, so berechnet man den Durchgang des Gestirnes aus den Beobachtungen bei seiner Meridianpassage, und verwandelt darauf die gerade Aufsteigung des Gestirnes, welche der geraden Aufsteigung des Meridianes entspricht in mittlere Zeit, wodurch man leicht die Correction des Chronometers gegen mittlere Zeit erhält.

2tens *Zeit-Bestimmung aus dem Durchgange eines Sternes durch den Vertical des Polarsternes.*

122. In allen astronomischen Ephemeriden, den Nautical Almanac selbst nicht ausgenommen, ist der scheinbare Ort einer nur sehr kleinen Anzahl, in der Nähe des Poles gelegener Sterne angegeben, so dass man zuweilen ziemlich

lange warten muss, bis einer dieser Sterne den Meridian passirt. Wenn daher die Aufstellung des Instrumentes im Meridiane, nicht sehr zuverlässig ist, so ist es besser nicht im Meridiane selbst, sondern in dem Verticale des Polarsternes zu beobachten; wobei alsdann die genäherte Breite des Ortes, und die ungefähre Chronometer-Correction als bekannt vorausgesetzt werden; jedoch kann der Fehler in ersterer 1 bis 2′ in Bogen, und in letzterer 1′ in Zeit betragen.

Um die Beobachtungen aber vorzubereiten, muss man sich erst eine kleine Ephemeride anfertigen, welche, wenigstens genähert, das Azimuth und die Zenithdistanz des Polarsternes, von 10′ zu 10′ oder 20′ zu 20′ in Zeit, während des ganzen Zeitraumes angiebt, in welchem man die Beobachtungen zu machen beabsichtigt. Hierauf berechnet man genähert die Zeit, wenn ein anderer gewählter Stern nahezu in demselben Verticale mit dem Polarsterne (*α Ursae minoris*) sein wird. Es seien α und δ die scheinbare gerade Aufsteigung und Abweichung des vom Pole entfernteren Sternes, dagegen α' und δ' dieselben Grössen für den Polarstern. Die obere Culmination des ersten dieser beiden Sterne, wird zur Sternzeit $= \alpha$ stattfinden, wenn daher zu dieser Zeit das Azimuth des Polarsternes $= A$, ist, so erhalten wir, in der Annahme, dass die Breite des Ortes $= \varphi$ ist, sehr nahezu:

$$\sin 15\,\tau = \sin A, \sin(\varphi - \delta)\sec\delta,$$

wo der in Zeit ausgedrückte Stundenwinkel τ, den Stundenwinkel des vom Pole entfernteren Sternes, wenn sein Azimuth $= A$, ist, bedeuten wird. Wenn der Polarstern sich im Osten des Meridianes befindet, so wird ein Stern dessen Declination $\delta < \varphi$ im Westen des Meridianes sein, und auch umgekehrt, wenn der eine im Westen ist, wird der andere im Osten sein. Da nun das Azimuth des Polarsternes, immer sehr klein ist (bei einer Breite von 60° sogar, ist es kaum

3°) und sich sehr langsam ändert, so kann man folglich genähert annehmen, dass zur Sternzeit $= \alpha \pm \tau$ der Stern sich nahe in einem und demselben Verticale mit dem Polarsterne befinden wird; (+) wird gebraucht wenn der Polarstern im Osten, (—), wenn er im Westen des Meridianes ist. Zu dieser Zeit, kann man die Zenithdistanz eines südlich vom Zenithe culminirenden Sternes $= \varphi - \delta$ annehmen, denn sie wird wenig von der Meridian-Zenithdistanz verschieden sein.

Stellt man bei Zeiten das Instrument mit Hülfe des Niveaus (§. 48. Seite 96.) auf, so kann man alsdann 5 Minuten vor der Zeit $\alpha \pm \tau$ mit der Beobachtung des Polarsternes anfangen; bei der geringen Bewegung des Polarsternes im Azimuthe, kann man das Fernrohr so richten, dass im Laufe von 1 oder 2 Minuten nach der Zeit $(\alpha \pm \tau) - 5'$, der Polarstern an den Mittel-Verticalfäden des Fernrohres tritt *), in diese Lage stellt man das Instrument durch die Schrauben fest auf. Damit die Beobachtung nicht zu lange dauert, schreibt man nur den Durchgang des Polarsternes durch den Mittelverticalfaden auf, und richtet gleich nachher das Fernrohr in der Zenithdistanz $\varphi - \delta$ auf den zweiten gewählten Stern, dessen Durchgang man nun aber an allen Verticalfäden beobachtet, wozu nicht viel Zeit nöthig ist; endlich liest man die Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse am Niveau ab. Besser ist es sogar ihre Neigung zwei

*) Um dieses bequem bewerkstelligen zu können, berechnet man sich vorläufig die Anzahl von Zeitminuten nach Formel (11) §. 111. Seite 309., die der Polarstern gebraucht, um vom Seitenfaden nach dem Mittelfaden zu gelangen. Alsdann kann man leicht nach dem Augenmaasse schätzen, wie man das Fernrohr in Beziehung auf den Polarstern zu richten hat, damit er nach 1 oder 2 Minuten in Zeit, den Mittel-Verticalfaden erreicht.

Mal zu bestimmen, zuerst nämlich, sogleich nach der festen Aufstellung des Instrumentes in einem unveränderlichen Azimuthe, für die darauf folgende Beobachtung des Polarsternes, und nachher zum zweiten Male, nach Beendigung der Beobachtung des zweiten Sternes. Man kann auch mit diesem Durchgange des Polarsternes, noch die Beobachtung einiger anderer Sterne, die rasch auf einander folgen, verbinden, jedoch besteht die Hauptregel darin, dass man in beiden Lagen des Instrumentes beobachtet, um wo möglich dadurch, constante Fehler, wozu vorzüglich die unrichtig angenommene Grösse des Collimationsfehlers, die Ungleichheit der Zapfen und dergleichen mehr gehören, im mittleren Resultate gänzlich zu beseitigen. Hat man daher eine vollständige Reihe von Beobachtungen in der I^sten Lage des Instrumentes angestellt, so legt man die horizontale Umdrehungs-Achse um, oder wenn dieses nicht möglich sein sollte, so dreht man den oberen beweglichen Theil des Instrumentes um 180° im Azimuthe, und stellt in dieser II^ten Lage eine neue Beobachtungsreihe an.

Aus ähnlichen Betrachtungen, wie wir §. 116. Seite 318. angestellt haben, lässt sich leicht schliessen, dass wie auch dort, so auch hier es höchst vortheilhaft ist, besonders Sterne in der Nähe des Zenithes mit dem Polarsterne zu vergleichen.

123. Wir wollen jetzt die Regeln zur Berechnung der Beobachtungen näher erläutern.

Es sei A, das genäherte bekannte Azimuth des Fernrohres, positiv gezählt wenn es nordöstlich, dagegen negativ, wenn es nordwestlich ist, so haben wir mit Beibehaltung der früheren Bezeichnungen:

$$\sin N, = \sin A, \cos \varphi; \quad \sin M, = - tg\, N'\, tg\, \varphi$$

wo N, und M,, wenige Grade betragen werden.

Es sei c der in Zeit ausgedrückte Collimationsfehler, so folgt für den Polarstern:

$$\sigma_{,} = \frac{c}{\cos\delta_{,} \cos N_{,} \cos\left(M_{,} + s_{,}^{0} - \alpha_{,}^{0} - \frac{15}{2}\sigma_{,}\right)}$$

wo $s_{,}^{0}$ die genäherte bekannte Sternzeit der Beobachtung des Polarsternes ist, welche ebenso wie $\alpha_{,}^{0}$ in Graden ausgedrückt ist; c ist positiv wenn der kleinste Kreis, den der Mittelfaden beschreibt, östlich von dem mit ihm parallelen grössten Kreise des Instrumentes absteht.

Die Reduction der Seitenfäden auf den mittleren in Sternzeit beim zweiten Sterne geschieht bequem, vermittelst der folgenden Formel:

$$l = \frac{(f)}{\cos\delta \cos N \cos\left(M + s^{0} - \alpha^{0} - \frac{1}{2}^{p}\, l\right)};$$

wo δ die Declination, und α^{0} die in Grade ausgedrückte gerade Aufsteigung des Sternes zur Sternzeit s bedeutet; s^{0} ist ebenfalls in Graden ausgedrückt. Nehmen wir der Kürze wegen $l = \frac{(f)}{\Theta}$ an, wo (f), der in Zeit ausgedrückte Abstand des Seitenfadens vom Mittelfaden ist, welcher einer-Zeichen mit l hat; so können wir zuerst bei der Berechnung von Θ, den Werth l vernachlässigen, hierauf mit diesem genäherten Werthe von Θ, den genäherten Werth von l suchen, und alsdann leicht Θ und l ganz genau berechnen. Darauf kann man die Reduction l in Sternzeit, leicht in Chronometer-Zeit verwandeln, indem man für l die Grösse $\mu\, l$ setzt, wo $\mu = \frac{24^{h} - \zeta}{24^{h}}$, und ζ die Zahl von Secunden ist, um welche sich das Chronometer in 24^{h} oder in einem Sterntage gegen Sternzeit verspätet.

Wir wollen annehmen, dass das auf den Mittelfaden reducirte arithmetische Mittel der Durchgänge des Sternes an allen Fäden, nach Chronometer-Zeit $= k$ sei, und berechnen alsdann für diesen Stern den Werth $\sigma = \frac{c}{\Theta}$. Es sei k' die Chronometer-Zeit, zu welcher man den Antritt des Polarsternes an den Mittelfaden beobachtete; setzt man alsdann:

$$p' = k' + \sigma,$$
$$p = k + \sigma$$

und bezeichnet durch $k' + u - \Delta u$ und $k + u$, die Sternzeiten, welche den Chronometer-Zeiten k' und k entsprechen, so wird u die Uhrcorrection zur Chronometer-Zeit k, und Δu die Verspätung des Chronometers gegen Sternzeit im Laufe der Zeit $k - k'$ ausdrücken. Bezeichnet man ferner die wahre östliche Entfernung des grössten Kreises des Instrumentes vom Pole des Aequators durch N, und die wahre östliche Entfernung des Culminationspunktes des Aequators von diesem grössten Kreise durch M, so erhält man nach Verwandlung der Zeiten p', p, u und Δu in die entsprechende Zahl von Graden P', P, U und ΔU, mit Hülfe der Gleichung (5) §. 109. Seite 299. die folgenden Relationen:

$$0 = -\sin N \sin \delta - \cos N \cos \delta \sin (M + P + Z_t - \alpha^0) \ldots (a)$$
$$0 = -\sin N \sin \delta, - \cos N \cos \delta, \sin (M + P' + U - \Delta U - \alpha'^0)$$

welche Gleichungen, man folgendermaassen umformen kann:

$$\cot g\, N . \sin (\alpha^0 - P - M - U) = tg\, \delta \ldots\ldots\ldots (b)$$
$$\cot g\, N . \sin (\alpha,^0 - P' + \Delta U - M - U)\, tg\, \delta, \ldots\ldots (c)$$

Setzt man darauf $D = \alpha,^0 - \alpha^0 - (P' - P) + \Delta U \ldots (A)$,

so wird D eine bekannte Grösse sein, und führt man nun die unbekannte $X = \alpha^0 - P - M - U$ in die Gleichungen (b) und (c) ein, so folgt *):

$$\cot g\, N \sin X = tg\, \delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (B)$$

$$\cot g\, N \cos X = \frac{tg\, \delta, - tg\, \delta \cos D}{\sin D} \quad \ldots\ldots\ldots (C)$$

also:

$$tg\, X = \frac{tg\, \delta \sin D . \cos \delta, \cos \beta}{\sin (\delta, - \beta)}, \text{ wo } tg\, \beta = tg\, \delta \cos D \text{ ist.}$$

Sobald man X aus dieser Gleichung berechnet hat, so kann man N aus (B) bestimmen, und da man weiss auf

---

*) Ueberhaupt, wenn man die Gleichungen:

$$a = p \sin (A - P) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$b = p \sin (B - P) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

hat, wo a, b, A und B bekannte, p und P unbekannte Grössen sind, so kann man (2) mit $\cos (B - A)$ multipliciren, und dieses Product von der Gleichung (1) abziehen, alsdann wird:

$$\begin{aligned} b - a \cos (B - A) &= p \left[\sin (B - P) - \cos (B - A) \sin (A - P)\right] \\ &= p \left[\tfrac{1}{2} \sin (B - P) - \tfrac{1}{2} \sin (2A - B - P)\right] \\ &= p \sin (B - A) \cos (A - P) \end{aligned}$$

auf diese Weise erhält man also:

$$p \sin (A - P) = a$$

$$p \cos (A - P) = \frac{b - a \cos (B - A)}{\sin (B - A)}.$$

Hieraus findet man nun $tg\, (A - P)$ und darauf p; weiss man nun ob p seiner Natur nach, entweder positiv oder negativ ist, so wird alsdann $A - P$ ganz unzweideutig, durch die Tangente bestimmt sein. Diese Auflösung so wie viele andere Auflösungen der Gleichungen (1) und (2), findet man in der unsterblichen Theoria motus corporum coelestium §. 78. Seite 83. von Gauss.

welcher Seite des Meridianes die Beobachtungen angestellt wurden, so wird man nicht im geringsten darüber ungewiss sein können, ob der Werth von N positiv oder negativ ist; bezeichnet man darauf durch J die Zahl von Bogen-Secunden, um welche das westliche Ende der Umdrehungs-Achse höher als das östliche liegt, so kann man M durch folgende Formel finden:

$$\sin M = \frac{\sin J}{\cos N \cos \varphi} - tg\, \varphi\, tg\, N,$$

wo J immer einen sehr kleinen Winkel bedeutet.

Am bequemsten, bestimmt man M, wenn man zuerst

$$\sin (M) = - tg\, \varphi . tg\, N$$

berechnet, und darauf:

$$M = (M) + \frac{J}{\cos \varphi \cos N \cos (M)}, \text{ setzt}$$

Aus X und M, finden wir sogleich $U = \alpha^0 - P - \dot{M} - X$.

Verwandelt man alsdann, das in Grade ausgedrückte U, in Zeit $= u$, so wird u den Chronometerfehler gegen Sternzeit, zur Chronometerzeit k bezeichnen, welcher zu k hinzugelegt werden muss um Sternzeit zu erhalten.

124. Wir wollen jetzt untersuchen wie man die Zeit bestimmt, wenn der Collimationsfehler c zwar unbekannt, aber dafür auch die Beobachtungen in beiden Lägen des Instrumentes angestellt wurden. Da $C = 15\, c$ stets eine sehr kleine Grösse ist, so wird es zur Auflösung dieser Aufgabe am einfachsten sein, wenn wir zuerst, in der Annahme $c = o$, nach der eben gezeigten Methode u und u' berechnen; und

darauf den Einfluss dieser Vernachlässigung von c, auf den Uhrfehler u bestimmen. Wenn c unbekannt ist, so muss man nämlich in dem vorhergehenden, statt P und P' die Werthe K und K' gebrauchen, wo K und K' die in Grade ausgedrückten Chronometer-Zeiten k und k' bezeichnen. Nimmt man an dass $C = 15\ c$ eine positive Grösse ist, so hat man alsdann aus Gleichung (5) §. 109. Seite 299.:

$$\sin C = -\sin N \sin\delta - \cos N \cos\delta \sin(M + K + U - \alpha^0);$$
$$\sin C = -\sin N \sin\delta, - \cos N \cos\delta, \sin(M + K + U - \triangle U - \alpha,^0;$$
es sei $X = \alpha^0 - K - M - U$; $X' = \alpha,^0 - K' + \triangle U - M - U$,
$$D = \alpha,^0 - \alpha^0 - (K' - K) + \triangle U = X' - X;$$

wo D ein bekannter Werth, X und X' dagegen die gesuchten Grössen sind. Ebenso wie im vorhergehenden Paragraphen, findet man alsdann:

$$\cot g\, N \sin X = tg\ \delta + \frac{\sin C}{\sin N} \sec\delta$$

$$\cot g\, N \cos X = \frac{tg\,\delta, - tg\,\delta \cos D}{\sin D} + \frac{\sin C}{\sin D \sin N}(\sec\delta, - \sec\delta \cos D)$$

Bezeichnen wir nun die Werthe, welche N, X und X' erhalten, wenn wir $c = 0$ annehmen, durch n, x und x', und nehmen die Summe der Quadrate der beiden vorhergehendon Gleichungen, indem wir $\cot g^2 n$ davon abziehen, und die Glieder die $\sin^2 C$ enthalten, vernachlässigen, wegen ihrer geringen Grösse, so erhalten wir:

$$\cot g^2 N - \cot g^2 n = \frac{2 \sin C}{\sin D \sin N}\left(\frac{tg\,\delta \sin D}{\cos\delta} + \right.$$
$$\left. + \frac{(tg\,\delta, - tg\,\delta \cos D)}{\sin D}.(\sec\delta, - \sec\delta \cos D)\right)$$
$$= \frac{2 \sin C}{\sin D \sin N} \cot g\, n\Big(\sec\delta \sin D \sin x + \cos x'(\sec\delta, - \sec\delta \cos D)\Big);$$

$$\frac{\sin(n-N)\sin(n+N)}{\sin^2 N \sin^2 n} = \frac{2\sin C \operatorname{cotg} n}{\sin D \sin N}\Big(\sec\delta, \cos x - \\ - \sec\delta\cos(x+D)\Big).$$

Aber da n immer sehr nahe an N, so kann man mit Vernachlässigung der Glieder dritter Ordnung, annehmen, dass im ersten Theile der Gleichung $\sin(n+N) = 2\sin n \cos n$, und im zweiten $\sin n = \sin N$; setzt man alsdann statt $\sin C$, C selbst und statt $\sin(n-N)$, den Bogen $n-N$ selbst, so hat man: *)

$$N - n = -C\frac{\sin n}{\sin D}[\sec\delta, \cos x - \sec\delta\cos(x+D)] = \partial n.$$

Zur Bestimmung von $X-x$, können wir die Gleichungen nehmen:

$$\operatorname{cotg} N \sin X = \operatorname{tg}\delta + \frac{\sin C}{\sin N}\sec\delta;$$
$$\operatorname{cotg} n \sin x = \operatorname{tg}\delta;$$

Hieraus:

$$\operatorname{tg} n \sin X - \operatorname{tg} N \sin x = \sin C.\operatorname{tg} n.\sec N.\sec\delta;$$
$$\cos N \sin n \sin X - \cos n \sin N \sin x = \sin C \sin n \sec\delta.$$

Es sei $N = n + \partial n$; $X = x + \partial x$; so kann man wegen der Kleinheit von ∂n, ∂x, und C, das Product des

*) In der Nähe des Meridianes werden n, x und $x+D$ sehr kleine Grössen sein, und daher sehr nahe $\cos x = \cos(x+D) = 1$ und $D = n(\operatorname{tg}\delta, -\operatorname{tg}\delta)$; folglich erhält man alsdann für $N - n = \Delta n$, denselben Ausdruck, welchen wir schon §. 118. Seite 322 gefunden haben.

Sinus des einen mit dem Sinus des anderen vernachlässigen; statt der Cosinusse dieser Bögen die Einheit und statt ihrer Sinusse, die Bögen selbst setzen; alsdann wird:

$$\sin n\,(\cos n - \sin n\,\partial n)\,(\sin x + \cos x\,\partial x) - \\ - \sin x \cos n\,(\sin n + \cos n\,\partial n) = C \sin n \sec \delta$$

$$\text{oder } \partial x = \frac{C}{\cos\delta \cos n \cos x} + \frac{\sin x}{\sin n \cos n \cos x} \cdot \partial n$$

$$\partial x = C \sec\delta \sec n \sec x + tg\,\delta \sec^2 n \sec x . \partial n$$

Bezeichnet man den Werth von M, wenn C vernachlässigt wird, durch m, so wird $M = m + \partial m$, folglich:

$$\sin M = \sin J \sec N \sec\varphi - tg\,\varphi\, tg\, N,$$
$$\sin m = \sin J \sec n \sec\varphi - tg\,\varphi\, tg\, n,$$

Bedenkt man, dass J eine sehr kleine Grösse ist, und dass $\sec N$ sehr wenig von $\sec n$ verschieden ist, so erhält man:

$$\partial m = - tg\,\varphi \sec^2 n \sec m . \partial n.$$

Setzt man nun $U = u + \partial u$, wo u der Werth ist, welchen U annimmt, wenn man $C = o$ setzt, so wird:

$$U = \alpha - K - M - X = \alpha - K - m - x - \partial m - \partial x = u + \partial u$$
$$\text{oder } \ldots\ldots \partial u = - \partial x - \partial m$$
$$\text{folglich: } \partial u = - C \sec\delta \sec n \sec x + \\ + \sec^2 n\,(tg\,\varphi \sec m - tg\,\delta \sec x)\,\partial n.$$

Nun ist aber $\sec m$ sehr wenig verschieden von $\sec x$, und daher mit genügender Genauigkeit:

$$\partial u = - C \sec\delta \sec n \sec x + \sec^2 n \sec x \sec\varphi \sec\delta \sin(\varphi - \delta)\,\partial n.$$

Es sei nun $\cos\delta . \cos n . \cos x = \Theta$, so wird Θ derselbe Werth sein, welchen wir schon bei Berechnung der Fäden-Intervalle gebraucht haben; setzt man nun in den eben gefundenen Ausdruck, den Werth von ∂n ein, so wird:

$$\partial u = -\frac{C}{\Theta}\left(1 + \frac{tg\, n}{\sin D} \sec\varphi \sin(\varphi - \delta).[\sec\delta, \cos x - \right.$$

$$\left. - \sec\delta \cos(x + D)]\right) \ldots . (D)$$

Die Rechnung nach dieser Formel wird immer leicht sein, denn die Logarithmen der Werthe, die darin vorkommen, sind grösstentheils aus der frühren Berechnung von u, in der Annahme $C = 0$, bekannt; man braucht ferner nur 4stellige Logarithmen.

In der zweiten Lage des Instrumentes, erhält C das entgegengesetzte Zeichen; findet man daher, in dieser neuen Lage des Instrumentes, unter der Voraussetzung dass $C = 0$ ist, die Uhrcorrection $= u'$, so wird $\partial u'$ die Verbesserung dieses Werthes unter dieser Annahme bezeichnen; ist alsdann w die Verspätung des Chronometers gegen Sternzeit in dem Zeitraume zwischen den Beobachtungen in der Isten und IIten Lage des Instrumentes und drückt man C, u, u' und w in Zeit aus, so wird:

$$\partial u' - \partial u + w = u' - u. \ldots \ldots \ldots (d)$$

Nun ist $u' - u$ aus der Berechnung von u' und u in der Annahme $C = 0$ bekannt, ebenso auch w, und daher wird C leicht zu bestimmen sein; ferner drückt $u + \partial u$ die genaue Uhrcorrection, mit Rücksicht auf den Collimationsfehler aus.

Wünscht man die tägliche Aberration in Rechnung zu nehmen, so braucht man nur zur geraden Aufsteigung des

Sternes, die Correction $+ 0''.021 \cos\varphi \cos(s - \alpha) \sec\delta$ in Zeit, zu addiren, oder was einerlei ist, eben so viel von dem beobachteten Durchgange des Sternes abzuziehen; bei der Declination muss man die Correction $+ 0''.31 \cos\varphi \sin(s - \alpha) \sin\delta$ in Bogen hinzufügen; s bedeutet hierbei die Sternzeit der Beobachtung in Grade ausgedrückt.

Beispiel. Am 17ten August 1843, wurden zu Kronstadt, folgende Beobachtungen angestellt; (J) ist die unmittelbar am Niveau abgelesene Neigung der Horizontal-Achse, (ξ) die Correction derselben wegen der Ungleichheit der Zapfen, beide in Bogen-Secunden ausgedrückt. Ein Theil des Niveaus war $1''.70$ in Bogen, $\xi = \pm 2''.1$ in Bogen.

I^ste *Lage des Instrumentes, oder Kreisende im Westen.*

	im Osten	im Westen	in Bogen
Neigung der horizontalen Achse am Niveau abgelesen.	*A*. . 12.0	. . . . 27.0	$(J) = +7''.8$
	B. . 17.8	. . . . 21.2	$(\xi) = +2\ .1$
			$J = +9''.9$

Durchgang der Sterne, nach dem Chronometer Haut No. 19, durch die Fäden:

	I	II	III	IV	V
α Ursae minoris	——	—	$17^h\ 23'\ 10''.0$	—	—
β Draconis	$38''.0$	$3''.9$	17 28 35 .0	$1''.4$	$29''.3$

	im Osten	im Westen	in Bogen
Neigung der Umdrehungs-Achse am Niveau abgelesen.	*B*. .18.0	. . . . 21.0	$(J) = +7''.4$
	A. .12.4	. . . . 26.8	$(\xi) = +2\ .1$
			$J = +9''.5$

II^te *Lage des Instrumentes, oder Kreisende im Osten.*

	im Osten	im Westen	in Bogen
Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse am Niveau abgelesen.	*A* . .18.4	. . . . 21.0	$(J) = +3''.5$
	B . .17.4	. . . . 23.1	$(\xi) = -2\ .1$
			$J = +1''.4$

Durchgang der Sterne durch die Fäden:

	I	II	III	IV	V
α Ursae minoris	—	—	$17^h\ 52'\ 45''.5$	—	—
γ Draconis	$8''.1$	$35''.8$	$17\ 55\ 1\ .4$	$31''.6$	$57''.1$

	im Osten	im Westen	in Bogen
Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse am Niveau abgelesen.	*B* .. 16.2	.... 23.6	$(J) = +4''.5$
	A .. 18.3	.... 21.5	$(\xi) = -2\ .1$
			$J = +2\ .4$

Die Verspätung des Chronometers gegen Sternzeit in einem Sterntage $= 1''.72$; also $\mu = \frac{24^h - 1''.72}{24^h}$ beinahe $= 1$.

Die Fädenintervalle waren gleich:

$$+34''.0, +18''.74, -16''.14, -33''.33$$

und beziehen sich auf die obere Culmination und Kreisende West.

Für das Datum der Beobachtungen findet man aus dem Nautical Almanac für 1843, die folgenden scheinbaren Oerter der Sterne:

	AR	Nördliche Declination
α Ursae minoris	$1^h\ 3'\ 45''.70$	$88^\circ\ 28'\ 24''.2$
β Draconis	$17\ 26\ 55\ .73$	$52\ 25\ 25\ .5$
γ Draconis	$17\ 53\ 0\ .35$	$51\ 30\ 51\ .0$

Die genäherte Correction der Chronometer-Angabe war $= +0^h\ 0'.7$, welche man zur Chronometer-Zeit zulegen muss, um die entsprechende Sternzeit zu erhalten. Aus zahlreichen Beobachtungen fand man den Collimationsfehler $c = \pm 0''.33$ in Zeit; wobei (+) sich auf die obere Culmination und Kreisende östlich, dagegen (—) sich auf die obere Culmination und Kreisende westlich, sich bezieht, d. h. im

ersten Falle geht der Stern durch den Mittelfaden früher, aber im zweiten Falle später, als durch den grössten Kreis, welcher senkrecht auf der Umdrehungs-Achse steht. Die nördliche geographische Breite des Beobachtungsortes ist $= 59^{\circ}\ 59'.5 = \varphi$. Mit Hülfe der genäherten Uhr-Correction, findet man, dass die Sternzeit bei der 1sten Beobachtung des Polarsternes $= 17^h\ 23'.8$ war; zu dieser Zeit war das nordöstliche Azimuth des Polarsternes $= 2^{\circ}\ 44'$; bei der zweiten Beobachtung des Polarsternes, war die Sternzeit $= 17^h\ 53'.5$, sein Azimuth $= 2^{\circ}\ 52'$.

Berechnet man nun hiermit N und M genähert, nach den Formeln:

$$\sin N = \cos\varphi \sin A;\ \sin M = -\frac{\sin\varphi}{\cos N}\sin A$$

so findet man für die erste Beobachtung $N = +\ 1^{\circ}\ 22'$; $M = -\ 2^{\circ}\ 21$; für die zweite $N = +\ 1^{\circ}\ 26'$; $M = -\ 2^{\circ}\ 29'$.

Bei der Beobachtung von β *Draconis*, als das Kreisende westlich war, findet man die Wirkung des Collimationsfehlers, oder $\sigma = \frac{c}{\Theta} = -\ 0''.55$; die Reductionen der Seitenfäden auf den Mittelfaden sind $+\ 56''.59$; $+\ 30''.75$; $-\ 26''.50$; $-\ 54''.70$. Daraus erhält man:

Durchgang durch den Mittelfaden:

für β *Draconis*	für α *Ursae minoris*
$17^h\ 28'\ 34''.59$	$k' = 17^h\ 23'\ 10''.0$
34 .65	$\sigma_{,} =\ +\ 26\ .7$
35 .00	tägl. Aberration $= +0\ .2$ $D = -\ 16^h\ 18'\ 12''.74$
34 .90	$p_{,} = 17^h\ 23'\ 36''.9$ $= -\ 244^{\circ}\ 33'\ 11''.1$
34 .60	Die Correction der Declination des Polarsternes
Mittel $k = 17^h\ 28'\ 34''.76$	wegen täglicher Aberration war gleich $= -\ 0''.14$,
$\sigma = -\ 0\ .55$	und daher seine scheinbare Declination $\delta' =$
tägl. Aberration $= -\ 0\ .02$	$88^{\circ}\ 28'\ 24''.06$; die Correction der Declination
$p = 17^h\ 28'\ 34''.19$	des zweiten Sternes ist verschwindend.

$lg\ sin\ D = 9.95568$	$lg\ tg\ \beta = 9.74695_n$	$= lg\ tg\ \delta\ cos\ D$
$lg\ tg\ \delta_, = 0.11382$	$\beta = -\ 29°\ 10'\ 46''$	$M = -\ 2°\ 20'\ 48''.0$
$lg\ cos\ D = 9.63313_n$	$\delta_, = +\ 88\ 28\ 24$	$X = +\ 1\ 45\ 54''.7$
$lg\ sin\ D\ tg\ \delta = 0.06950$	$\delta_, - \beta = 117\ 39\ 10$	$M + X = -\ 0°\ 34'\ 53''.3$
$lg\ cos\ \delta_, = 8.42557$	$lg\ sin\ X = 8.48861$	$= -\ 0^h\ 2'\ 19''.55$
$lg\ cos\ \beta = 9.94106$	$lg\ tg\ \delta = 0.11382$	$\alpha - p = +\ 0\ 1\ 38\ .46$
$lg\ sin(\delta_, - \beta) = 9.94732_n$	$lg\ tg\ N = 8.37479$	$U = +\ 0^h\ 0'\ 41''.09$
$lg\ tg\ X = 8.48881$	$lg\ tg\ \varphi = 0.23841$	
$X = +\ 1°\ 45'\ 54''.7$	$lg\ sin(-M) = 8.61320$	
$N = +\ 1\ 21\ 28\ .0$	$(M) = -\ 2°\ 21'\ 7''.4$	
$J = +\ 0\ 0\ 9\ .7$		

$J\ sec\ \varphi\ sec\ N\ sec\ (M) = +\ 19''.4$

$M = -\ 2°\ 20'\ 48''.0$

Folglich finden wir aus der Beobachtung von β *Draconis* und α *Ursae minoris*, als der Kreis im Westen war, den Chronometer-Fehler $U = +\ 0^h\ 0'\ 41''.09$.

Als der Kreis im Osten war, erhielt man für den Stern γ *Draconis*: $\delta = \frac{c\,\mu}{\Theta} = +\ 0''.54$ in Zeit, die Reductionen der Seitenfäden auf den Mittelfaden sind in diesem Falle:

$$+\ 53''.59;\ +\ 25''.93;\ -\ 30''.13;\ -\ 55''.32.$$

Hieraus erhalten wir die Durchgänge durch den Mittelfaden folgendermassen:

für γ *Draconis*	für α *Ursae minoris*
$17^h\ 55'\ 1''.69$	$17^h\ 52'\ 45''5$
$1\ .73$	$\sigma' \ldots\ldots\ldots\ldots -\ 36\ .1$
$1\ .40$	Tägliche Aberration $+\ 0\ .2$
$1\ .47$	$p' = 17^h\ 52'\ 9''6$
$1\ .78$	
Mittel aus allen $= 17^h\ 55'\ 1''.61$	
$\sigma \ldots\ldots\ldots\ldots +\ 0\ .54$	
Tägliche Aberration $= -\ 0\ .02$	
$p = 17^h\ 55'\ 2''.13$	

Führt man die Rechnung auf ganz ähnliche Weise wie vorher, so erhält man:

$N = +1^{\circ}25'57''.7$; $X = +1^{\circ}48'9''.6$; $J = +1''.9$; $M = -2^{\circ}28'51''.2$; $U' = +0^{h}0'40''.98$ in Zeit.

Da das Chronometer sich gegen Sternzeit um ungefähr $0''.03$ in Zeit, in einer halben Stunde verspätete, so sollte eigentlich u' grösser als u werden; dass es hier aber kleiner wird als u, rührt von einem zufälligen Fehler der Beobachtungen, und von einer Ungenauigkeit in dem angenommenen Werthe von c her. Der wahrscheinliche Fehler des Chronometers war daher um $17^{h}42'$ gleich $+41''.03$ in Zeit.

Wir wollen jetzt die Uhrcorrection in der Annahme berechnen, dass c unbekannt sei, und nur den Einfluss der täglichen Aberration in Betracht ziehen. Für die I^ste^ Lage des Instrumentes, als das Kreisende im Westen war, findet man:

$n = +1^{\circ}21'23''.0$; $x = +1^{\circ}45'48''.3$; $m = -2^{\circ}20'39''.1$
$u = \alpha - K - (m - x) = +40''.37$ in Zeit.

Für die II^te^ Lage des Instrumentes, als das Kreisende im Osten war, wird man finden:

$n = +1^{\circ}26'2''.5$; $x = +1^{\circ}48'16''.1$; $m = -2^{\circ}28'59''.7$
$u' = \alpha - K - (m - x) = +41''.67$ in Zeit.

Hieraus erhellt es, dass der Collimationsfehler c, positiv in der zweiten Lage des Instrumentes sein wird, und nach Formel (D) §. 124. Seite 342. findet man, dass $\partial u = +2.076\,c$, für die I^ste^ Lage des Instrumentes und ebenso dass $\partial u' = -2.084\,c$, für die II^te^ Lage des Instrumentes war, da nun der verstrichene Zeitraum zwischen den Beobachtungen ungefähr $26'$ in Zeit war, so wird die Verspätung des Chronometers gegen Sternzeit $= 0''.03 = w$ sein, folglich kann man nun c selbst, aus folgender Gleichung bestimmen:

$$\partial u - \partial u' + w = u' - u \text{ oder } 4.160.\,c = +1''.27$$

mithin:

$$c = 0''.305 \text{ in Zeit}; \; u + \partial u = +41''.00; \; u' + \partial u' = +41''.03$$

daher war die Uhrcorrection um $17^h\,42'$ gleich $41''.015$, welche sehr nahe mit der früher gefundenen übereinstimmt.

Es versteht sich von selbst, dass man statt des Polarsternes *α Ursae minoris* auch andere dem Pole nahegelegene Sterne beobachten kann, und wenn z. B. jener Stern in seiner grössten Abweichung ist, so kann man sich durch *δ Ursae minoris* helfen.

Allgemeine Bemerkungen, über die bisher angeführten Methoden zur Zeitbestimmung.

125. Obgleich das Durchgangsinstrument in der Ebene des Meridanes oder in der Ebene des Verticales des Polarsternes aufgestellt, ein ganz vorzügliches Mittel zur Zeit-Bestimmung an die Hand giebt, so wird doch die Genauigkeit des Endresultats, gänzlich von der festen Aufstellung des Instrumentes abhängen. Hat daher der Beobachter, keinen gemauerten Pfeiler oder eine sonstige feste Unterlage, zur Aufstellung seines Instrumentes zur Verfügung, und fehlt ihm ferner eine ganz feste Meridianmarke mit Hülfe derer er fortwährend die Veränderungen im Azimuthe des Fernrohres bemerken könnte, so wird er in diesem Falle sich nicht von der Unveränderlichkeit der Aufstellung des Instrumentes überzeugen können, sogar selbst nicht in ganz kurzen Zwischenräumen. Es ist daher alsdann weit zuverlässiger, die Zeitbestimmungen mit Hülfe der Messung der Zenithdistanzen von Sternen in gehöriger Entfernung vom Meridiane an einem Verticalkreise vorzunehmen. Alsdann kann man vermittelst des Niveaus die Veränderungen in der

Lage des Kreises unaufhörlich verbessern und dadurch also alle constanten Fehler, die aus der veränderlichen Lage des Instrumentes entspringen, gänzlich beseitigen.

Besselsche Methode die Polhöhe durch das Durchgangs-Instrument zu bestimmen.

126. Wir haben schon §. 107. Seite 296 gesehen, dass man hierzu das Instrument in der Ebene des ersten Verticales aufstellen muss. Schon zu Anfang des 18ten Jahrhunderts hatte Römer diese Lage des Instrumentes zum Beobachten vorgeschlagen, jedoch zu ganz anderen Zwecken, als wozu man es jetzt anwendet, und die man auch gegenwärtig bequemer auf andere Weise erreichen kann. Bessel war der erste, welcher die Methode angab, wie man das Durchgangs-Instrument im Azimuthe 90° oder 270° *) mit Vortheil gebrauchen könnte, und lehrte damit die Polhöhe zu ermitteln, wenn die Declination des Sternes bekannt ist, oder im allgemeinen die Zenithdistanzen des Sternes während seines Durchganges durch den Meridian zu bestimmen. Eben dadurch erwies Bessel der practischen Astronomie einen sehr grossen Dienst; indem er ein neues und vorzügliches Mittel schuf, um die verschiedenen Untersuchungen durchzuführen, zu welchen früher die sogenannten Zenithsectoren angewandt wurden. Die Unabhängigkeit der Besselschen Methode von der Refraction, von dem Theilungsfehler der Kreise und überhaupt von allen constanten Fehlern des Instrumentes macht sie in höchsten Grade schätzbar. Später beschäftigten sich hiermit einige der berühmtesten Astronomen, aber vorzüglich war es Struve, welcher diese Beobachtungsart, durch

*) Astronomische Nachrichten No. 40.

die Construction dazu geeigneter Messapparate vervollkommnete und zu vielen interessanten Untersuchungen anwandte, welche eine grosse Genauigkeit beanspruchen.

Man denke sich das sphärische Dreieck, welches vom Zenithe, vom Pole des Aequators und von einem Sterne gebildet wird; bezeichnet man alsdann den Stundenwinkel des Sternes durch t, seine Zenithdistanz durch z, seine Declination durch δ und seine gerade Aufsteigung durch α, so wird alsdann beim Durchgange des Sternes durch den ersten Vertical sein Azimuth $= 90^0$ oder 270^0 werden, und wir erhalten daher, in diesem Falle:

$$\cos t = \frac{tg\,\delta}{tg\,\varphi};\ \cos z = \frac{\sin\delta}{\sin\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

$$\sin t = \frac{\sin z}{\cos\delta};\ \sin z = \frac{\sqrt{\sin(\varphi-\delta)\sin(\varphi+\delta)}}{\sin\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ (2)$$

Drücken wir alsdann t und α in Zeit aus, und zählen den Stundenwinkel t von der oberen Culmination des Sternes, nach beiden Seiten des Meridianes von 0 bis zu 12^h, so erhalten wir für die Sternzeit des Durchganges des Sternes durch den ersten Vertical:

$$\alpha - t \text{ im Osten und } \alpha + t \text{ im Westen} \quad \ldots\ldots\ (3)$$

Kennt man nun δ und hat man t aus den Beobachtungen erhalten, so kann man aus diesen beiden Grössen, leicht die Breite φ des Beobachtungsortes finden. Um aber den Einfluss, welchen kleine Ungenauigkeiten in δ und t auf die Bestimmung von φ hervorbringen können, näher in Erwägung ziehen zu können, wollen wir annehmen, dass $\partial\,\delta$ und $\partial\,t$ die in δ und t enthaltenen Fehler seien, und dass die ihnen entsprechende Correction von φ, den Werth $\partial\,\varphi$ habe. Da diese Fehler immer sehr klein sein werden, so kann man

ohne Besorgniss die 2ten und höheren Potenzen von $\partial\,\delta$, $\partial\,t$ und $\partial\,\varphi$ vernachlässigen. Aus der Differenziation der Gleichung $tg\,\varphi = tg\,\delta . sec\,t$, kömmt dann:

$$\partial\,\varphi\, sec^2\varphi = \partial\,\delta . sec^2\delta\, sec\,t + \partial\,t . tg\,\delta\, sin\,t\, sec^2 t;$$

$$\partial\,\varphi = \partial\,\delta . \frac{sin\,2\varphi}{sin\,2\delta} + \frac{\partial\,t}{2} . tg\,t\, sin\,2\varphi;$$

$$\partial\,\varphi = \partial\,\delta . \frac{sin\,2\varphi}{sin\,2\delta} + \partial\,t . sin\,\varphi\, tg\,z \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Hieraus sieht man, dass wenn $\delta = \varphi$; ein Fehler in der Declination, einen ganz gleichen Fehler in der Breite des Ortes hervorbringt. Wenn $\delta < \varphi$ und $\varphi < 45^0$, so wird der Fehler in der Breite grösser, als der Fehler in der Declination sein, und wegen der Ungenauigkeit von t, um so bedeutender werden, je weiter der Stern im ersten Verticale vom Zenithe absteht. Wenn $\varphi > 45^0$ und die Declination des Sternes zwischen den Grenzen φ und $90^0 - \varphi$ enthalten ist, so wird alsdann der Fehler in der Breite, welcher von einer Ungenauigkeit der Declination herrührte, kleiner als dieser Irrthum der Declination sein, und zwar in dem Maasse, als sich δ der Grenze 45^0 nähert. Wenn man diese Methode jedoch nur zur Bestimmung des Breiten-Unterschiedes zweier wenig von einander entlegener Oerter anwendet, so ist es leicht einzusehen, dass ein Fehler in der Declination auf den gesuchten Breiten-Unterschied wenig Einfluss äussert.

Der Fehler in der Breite welcher von einer Ungenauigkeit der Declination herrührt, wird eliminirt werden können, durch die Sternverzeichnisse, welche jetzt auf den berühmtesten Sternwarten angefertigt werden; der Beobachter muss daher vorzüglich die grösste Vorsicht beim Anstellen der Beobachtungen selbst anwenden. Viel nachtheiliger wird der Fehler im Stundenwinkel, welcher weiter nicht zu beseitigen

ist, und daher muss man hauptsächlich nur solche Sterne zur Breitenbestimmung wählen, für welche dieser Fehler den möglichst geringsten Einfluss auf die End-Bestimmung ausübt; d. h. solche, die den ersten Vertical in der Nähe des Zenithes passiren, oder deren Declination sehr wenig von der Breite des Ortes verschieden ist.

Man beobachtet gewöhnlich den Stern an allen Verticalfäden, und reducirt darauf nach §. 113. Seite 312, diese Beobachtungen auf den Mittelfaden; wir wollen daher in allen folgenden Untersuchungen annehmen, dass diese Reduction schon erfolgt sei, und jetzt nur zeigen wie man aus dem Durchgange des Sternes durch den Mittelfaden, den Durchgang des Sternes durch die Ebene des ersten Verticales herleiten kann. Wir nehmen hierbei für unser Instrument die folgenden Bezeichnungen in Bogensecunden ausgedrückt, an:

$C =$ dem Collimationsfehler der Absehenslinie des Fernrohres, welcher positiv gezählt wird, wenn bei der Drehung des Fernrohres um die Horizontal-Achse, die durch den Mittelfaden bestimmte Gesichtslinie an der Himmelskugel einen kleinen Kreis beschreibt, welcher südlich vom grössten, auf der Umdrehungs-Achse senkrecht stehenden Kreise, abweicht.

$J =$ der wahren Neigung der Umdrehungs-Achse des Fernrohres, gegen den Horizont, welche als positiv betrachtet werden soll, wenn das Nordende dieser Achse höher als das südliche liegt. Es sei J' die unmittelbar aus den Niveau-Ablesungen bestimmte Neigung; x der Fehler welcher von der Durchbiegung der Achse, durch die Einwirkung der Schwere, herrührt, und y der Fehler in J', welcher durch die Ungleichheit der Zapfen entsteht, alsdann wird in einer Lage des Instrumentes $J = J' + x \pm y$ werden, dagegen in der anderen Lage des Instrumentes, wenn die Achse umgelegt wird $J = J' - x \mp y$ sein.

$\triangle a =$ dem Azimuth des Südendes der Umdrehungs-Achse, welches wir positiv von Süden gegen Westen zählen wollen, so dass alsdann $90 + \triangle a$, das südwestliche Azimuth derjenigen Ebene sein wird, welche senkrecht auf der Umdrehungs-Achse des Fernrohres steht.

Wenn das Instrument genähert in der Ebene des ersten Verticales aufgestellt ist, und alsdann genähert berichtigt wird, so werden C, J und $\triangle a$ immer kleine Grössen sein, welches wir auch in allen folgenden Entwickelungen annehmen wollen.

Aus §. 114. Seite 313 erhellt es, dass wenn C ein sehr kleiner Bogen ist, alsdann die Sternzeit bei welcher, ein Stern durch den grössten Kreis der Himmelskugel geht, der senkrecht auf der Umdrehungs-Achse steht, dadurch erhalten wird, dass man zur beobachteten Sternzeit des Durchganges dieses Sternes durch den Mittelfaden, den in Secunden ausgedrückten Werth:

$$\pm \frac{C}{15\sqrt{\sin(\varphi + \delta)\sin(\varphi - \delta)}} = \pm \frac{C}{15 \sin\varphi \sin z}$$

hinzugelegt, wobei man bei einem positiven C, das obere Zeichen $+$ zu nehmen hat, wenn der Stern im Westen ist, dagegen das untere $-$, wenn er im Osten ist.

In §. 61. Seite 142. ist erwiesen worden, dass die Neigung J der Umdrehungs-Achse gegen den Horizont, die Sternzeit des Durchganges durch den Mittelfaden um einen Werth ändert der $= \frac{J}{15} \cos z \sec\delta \sec q$ ist, wo q den parallactischen Winkel des Sternes bezeichnet. Im ersten Verticale wird $\cos\delta \cos q = \sin\varphi \sin z$; will man daher den beobachteten Durchgang des Sternes auf diejenige Lage des Instrumentes zurückführen, für welche $J = o$ ist, so muss man zum beobachteten Durchgange durch den Mittelfaden, den Werth

$$\pm \frac{J}{\sin \varphi \, tg \, z}$$

in Secunden ausgedrückt, hinzulegen. Wenn der Stern im Westen ist, braucht man (+), dagegen (−), wenn er im Osten ist, und zwar in beiden Fällen bei einem positiven J.

Bezeichnet man das südwestliche Azimuth durch a, den entsprechenden Stundenwinkel durch t, so wird:

$$tg \, a = \frac{\sin t}{\sin \varphi \cos t - tg \, \delta \cos \varphi}.$$

Es sei $a = 90 + \triangle a$, und τ der Stundenwinkel wenn $a = 90°$; ist alsdann $\triangle a$ ein sehr kleiner Bogen, so wird man leicht $t - \tau = \partial t$, durch die Differenziation der obigen Gleichung in Bezug auf a und t bestimmen können; setzt man nun $\partial a = \triangle a$, und differenzirt, so erhält man nach einer leichten Reduction:

$$\triangle a = (cotg \, t . \sin a \cos a + \sin \varphi \sin^2 a) \, \partial t.$$

Setzt man hierin, $a = \pm 90°$ und $\partial t = 15 \triangle \tau$, so wird in beiden Fällen:

$$\triangle \tau = \frac{\triangle a}{15 \sin \varphi};$$

zieht man also $\triangle \tau$ von der beobachteten Sternzeit des Durchganges des Sternes durch die Ostseite sowohl als die Westseite desjenigen Verticales ab, dessen südwestliches Azimuth $= 90 + \triangle a$ ist, so erhält man seinen Durchgang durch den ersten Vertical.

127. Eine der einfachsten und genausten Methoden die Breite eines Ortes zu finden besteht nun darin, dass man

einen Stern in der Nähe des Zenithes wählt, und ihn auf der Ostseite und Westseite einer Ebene, die dem ersten Verticale möglichst nahe ist, beobachtet; indem man zwischen diesen Beobachtungen die horizontale Umdrehungs-Achse des Fernrohres so umlegt, dass das Ende welches vorher nach Süden gerichtet war, alsdann nach Norden weist. Man kann nun dadurch, auf zweierlei Weise die Breite des Ortes finden.

a) Wir wollen annehmen, dass die Chronometer-Zeit als der Stern den Mittelfaden im Osten in der Nähe des ersten Verticales passirte $= T$ sei, und es sei U die Correction, welche man zu T hinzulegen muss, um die entsprechende Sternzeit zu erhalten; für den Durchgang des Sternes im Westen mögen T' und U' dieselbe Bedeutung haben. Wenn wir nun annehmen, dass bei den östlichen Beobachtungen, welche in der I^ten Lage des Instrumentes angestellt wurden, die Werthe C, x und y positiv waren, so werden sie bei den westlichen Beobachtungen, in der II^ten Lage des Instrumentes, nach der Umlegung der Horizontal-Achse, negativ gezählt werden müssen. Drückt man jetzt durch J' und J'' die beobachteten Erhöhungen des nördlichen Endes der Umdrehungs-Achse über dem Südende der Achse, in der I^ten und II^ten Lage des Instrumentes aus, und bezeichnet durch S und S' die Sternzeiten der Durchgänge des Sternes durch den ersten Vertical im Osten und Westen, so erhalten wir aus §. 126. Seite 353. und 354. folgende Gleichungen:

$$S = T + U - \frac{C}{15 \sin\varphi \sin z} - \frac{(J' + x + y)}{15 \sin\varphi \operatorname{tg} z} - \frac{\triangle a}{15 \sin\varphi}$$

$$S' = T' + U' - \frac{C}{15 \sin\varphi \sin z} + \frac{(J'' - x - y)}{15 \sin\varphi \operatorname{tg} z} - \frac{\triangle a}{15 \sin\varphi}.$$

Bezeichnet man den Stundenwinkel im ersten Verticale durch z, und drückt $U' - U$ durch $\triangle U$ aus, so findet man dass:

$$\tfrac{1}{15}\,\tau = \tfrac{1}{2}\,(S' - S) = \tfrac{1}{2}\,(T' - T + \Delta\, U) + \frac{\tfrac{1}{2}\,(J'' + J')}{15\,\sin\varphi\,\mathrm{tg}\,z};$$

hier bezeichnet $\Delta\ U$ die Verspätung des Chronometers gegen Sternzeit im Laufe des Zeitraumes $T' - T$. Aus dem obigen ersieht man, dass τ nicht von den Werthen von U, U', C, x und y abhängt, sondern nur von der Neigung der Umdrehungs-Achse gegen den Horizont und von dem täglichen Gange des Chronometers.

Hat man auf diese Weise τ gefunden, so folgt φ aus der Gleichung:

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \mathrm{tg}\,\delta\,\sec\tau \ldots\ldots\ldots\ldots (a);$$

oder wenn $\varphi - \delta$ eine kleine Grösse ist; z. B. nicht mehr als 1^0 oder 2^0, so kann man φ noch bequemer aus folgender Gleichung berechnen:

$$\sin(\varphi - \delta) = \sin\varphi\,\cos\delta . 2\sin^2\tfrac{1}{2}\,\tau \ldots\ldots\ldots (b);$$

Hierbei kann man die früher mehrmals erwähnten Schumacherschen Tafeln benutzen, welche $\log \sin^2 \frac{1}{2}\,\tau$, mit τ (in Zeit ausgedrückt) als Argument geben, ferner kann man statt der wahren Breite φ in zweiten Theile der Gleichung (b), die vorläufig bekannte genäherte Breite des Ortes annehmen; wenn sie aber mehr als $1'$ oder $2'$ von der Wahrheit abweicht, so muss man die Rechnung nochmals wiederholen.

b) Noch bequemer kann man φ bestimmen, wenn man, ohne erst S und S' zu suchen, sogleich $\frac{1}{15}\,t = \frac{1}{2}\,(T' - T + \Delta U)$ setzt, und φ' nach einer der beiden Formeln:

$$\mathrm{tg}\,\varphi' = \mathrm{tg}\,\delta\,\sec t,$$
$$\sin(\varphi' - \delta) = \sin\varphi .\cos\delta . 2\sin^2\tfrac{1}{2}\,t;$$

berechnet, wo φ nur insofern von φ' verschieden sein wird, als wir den Einfluss der Neigung der Umdrehungs-Achse gegen den Horizont vernachlässigt haben. Dieser Einfluss ruft in dem Stundenwinkel eine Aenderung $\partial t = \frac{1}{2}\frac{(J'+J')}{\sin\varphi\, tg\, z}$ hervor, aber aus der Gleichung (4) §. 126. Seite 351. folgt unmittelbar, dass ein Fehler im Stundenwinkel $= \partial t$, auf die Breite einen Fehler $= \partial\varphi = \partial t.\ \sin\varphi.\ tg\, z$ hervorbringt, folglich wird in diesem Falle $\partial\varphi = \frac{1}{2}(J'' + J')$, und daher die wahre Breite des Beobachtungsortes:

$$\varphi = \varphi' + \tfrac{1}{2}(J'' + J').$$

Wenn der Beobachter nicht recht gewiss ist, dass das Azimuth seines Fernrohrs sehr nahe an 90°, so muss er alsdann den Einfluss des Azimuths so genau als möglich in Rechnung ziehen. Es sei das Azimuth des Fernrohres von 90° um die Grösse Δa verschieden; bezeichnet man die gerade Aufsteigung des Sternes durch α und nimmt man an, dass die Sternzeiten bei den Beobachtungen im Osten und Westen Θ und Θ' waren, so wird der Stundenwinkel im Osten $= \Theta - \alpha$ im Westen aber $= \Theta' - \alpha$ werden, verwandelt man alsdann Θ', Θ und α aus Zeit, in Gradmaass, so erhält man:

$$cotg\,(270^0 + \Delta a) = -tg\,\Delta a = \frac{\cos(\Theta-\alpha)\sin\varphi - tg\,\delta\cos\varphi}{\sin(\Theta-\alpha)}$$

$$cotg\,(90^0 + \Delta a) = -tg\,\Delta a = \frac{\cos(\Theta'-\alpha)\sin\varphi - tg\,\delta\cos\varphi}{\sin(\Theta'-\alpha)}$$

folglich $tg\,\varphi = tg\,\delta.\cos[\frac{1}{2}(\Theta'+\Theta) - \alpha]\sec\frac{1}{2}(\Theta'-\Theta)$,

$$tg\,\Delta a = \sin\varphi.\ tg[\tfrac{1}{2}(\Theta'+\Theta) - \alpha]$$

Setzt man nun $\frac{\Theta'+\Theta}{2} - \alpha = y$, und nimmt man an,

dass φ die wahre, dagegen $\varphi_,$ die ungenaue Breite des Ortes sei, welche in der Annahme $y = o$ berechnet ist, so hat man:

$$tg\,\varphi_, = tg\,\delta . sec\,\tfrac{1}{2}(\Theta' - \Theta),$$
$$tg\,\varphi_, - tg\,\varphi = tg\,\varphi_,(1 - cos\,y)$$

oder weil y sehr klein ist, so hat man in Bogensecunden ausgedrückt:

$$\varphi - \varphi_, = -\tfrac{1}{2}\,sin\,2\,\varphi_, . \frac{2\,sin^2\tfrac{1}{2}y}{sin\,1''}.$$

Hieraus sieht man, dass $\varphi' > \varphi$, oder dass $\varphi - \varphi_,$ stets negativ ist; den obigen Ausdruck kann man leicht vermöge derselben Tafeln berechnen, welche wir schon zur Bestimmung von $\varphi - \delta$ gebrauchten.

Wenn während des Zeitraumes zwischen den Beobachtungen das Azimuth des Fernrohres sich um den Werth ∂a ändert, so wird im doppelten Stundenwinkel $2t$, welcher auf dem Unterschiede der Beobachtungszeiten beruht, ein Fehler, der gleich $\frac{\partial a}{sin\,\varphi}$ ist, enthalten sein, folglich wird der Fehler der in t selbst stattfindet, nämlich $\partial t = \frac{1}{2}\frac{\partial a}{sin\,\varphi}$ sein, und die Breite des Ortes wird hierfür, folgende Correction $\partial\,\varphi = sin\,\varphi\,tg\,z . \partial\,t = \frac{1}{2}\,\partial\,a . tg\,z$ erfahren müssen; diese Correction wird aber um so kleiner sein, je näher der beobachtete Stern am Zenithe ist; wenn z. B. $z = 6°$, und $\partial\,a = 20''$, so ist der Fehler in der Breite, der hierdurch entsteht sehr nahe $= 1''$. Hieraus sieht man, dass grosse Vorsicht bei der Aufstellung des Instrumentes nöthig ist, und besonders wird es gut sein im ersten Verticale eine feste Marke aufzustellen, nach welcher man dann bei Tage und bei Nacht sich von

der Unveränderlichkeit des Instrumentes in Beziehung auf Azimuth versichern kann.

128. Die eben auseinandergesetzte Methode die Breite zu bestimmen, ist besonders dadurch bemerkenswerth, dass sie von der Refraction und von allen constanten Fehlern des Instrumentes vollkommen unabhängig ist. Wenn die Absehenslinie des Fernrohres einen Collimationsfehler hat, und die cylindrischen Zapfen der horizontalen Umdrehungs-Achse verschiedene Durchmesser haben, wenn ferner diese Achse selbst, dem Einflusse der Durchbiegung, durch die Schwere unterworfen ist; und wenn endlich das Azimuth des Fernrohres ein wenig von 90° abweicht, so werden wir, wenn auch alle diese Fehler unbekannt sind, dennoch die Breite des Beobachtungsortes, nach der vorhergehenden Methode, ganz genau bestimmen können. Das Endresultat, hängt nur von der Genauigkeit der angenommenen Declination des Sternes, von der festen Aufstellung des Instrumentes, von der Genauigkeit, in dem angenommenen Gange des Chronometers, von der optischen Stärke des Fernrohres und von der unmittelbaren Bestimmung der Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse, vermittelst des Niveaus ab.

Wenn der beobachtete Stern dem Zenithe recht nahe ist, wie dieses gewöhnlich der Fall sein wird, so wird ein Fehler von 1″ in Zeit, in der Bestimmung des täglichen Ganges der Uhr, keinen merklichen Einfluss hervorbringen. Die Neigung der Achse muss aber möglichst scharf bestimmt werden, weil die Genauigkeit der Resultate ganz vorzüglich davon abhängt.

Die constanten Fehler des Instrumentes können auch dadurch eliminirt werden, dass man zuerst einen Stern im Osten und Westen in der ersten Lage des Instrumentes beobachtet; alsdann die horizontale Umdrehungs-Achse umlegt, und darauf wieder denselben, oder auch einen anderen Stern

in der zweiten Lage des Instrumentes sowohl im Osten als im Westen beobachtet. Je näher die beiden beobachteten Sterne dem Zenithe gelegen sind, desto genauer wird das Endresultat sein.

Aus §. 126. Seite 353. erhellt es, dass bei Vernachlässigung des Collimationsfehlers C, wir in der Bestimmung des Stundenwinkels t einen Fehler $= \partial t = \frac{C}{\sin \varphi \sin z}$ begehen werden, aber aus der Gleichung $\partial \varphi = \partial t \sin \varphi \operatorname{tg} z$ sehen wir, dass der dadurch hervorgebrachte Fehler in der Breite, nämlich $\partial \varphi = C \sec z = \frac{C \sin \varphi}{\sin \delta}$ sein wird. Wenn wir daher einen Stern im Osten und Westen beobachten, ohne das Instrument umzulegen, aber den Collimationsfehler und die Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse J' und J'', bei der Herleitung der Breite vernachlässigen, und die so hergeleitete Breite φ' nennen; wenn ferner die Umdrehungs-Achse umgelegt wird, und φ'' die ähnlich abgeleitete Breite aus den Beobachtungen eines zweiten Sternes im Osten und Westen, in der 2ten Lage der Achse bezeichnet, für welchen die Niveau-Ablesungen in Secunden ausgedrückt $J'_,$, $J''_,$, waren; so haben wir zur Bestimmung der wahren Breite des Ortes $= \varphi$, die folgenden beiden Gleichungen:

$$\varphi = \varphi' + \tfrac{1}{2}(J' + J'') + C.\sec z'; \quad \varphi = \varphi'' + \tfrac{1}{2}(J'_, + J''_,) - C.\sec z''$$

wo z' und z'' die Zenithdistanzen des ersten und zweiten Sternes im ersten Verticale bezeichnen. Nimmt man nun der Kürze wegen an, dass:

$$\varphi' + \tfrac{1}{2}(J' + J'') = \psi', \varphi'' + \tfrac{1}{2}(J'_, + J''_,) = \psi'',$$

so erhalten wir:

$$\psi'' - \psi' = C(\sec z' + \sec z''),$$

oder auch:

$$C = \frac{\psi'' - \psi}{\sec z' + \sec z''};$$

berechnet man hieraus C, so kann man φ bestimmen.

Obgleich die eben erläuterte Methode die Breite eines Ortes zu finden, sehr befriedigende Resultate liefert und auch viel angewandt wird, so stellt sie doch Reisenden, die sich mit geographischen Ortsbestimmungen beschäftigen, wie schon Struve sehr richtig bemerkt hat, besondere Schwierigkeiten in den Weg; und namentlich trifft es sich oft, dass der Beobachter wenig helle Sterne in der Nähe des Zenithes findet, und folglich sich mit Sternen, die 15° und noch mehr vom Zenithe abstehen, behelfen muss. In diesem Falle geht zwischen den Durchgängen des Sternes auf der Ost- und Westseite des ersten Verticales viel Zeit verloren, ferner ist die Unveränderlichkeit des Azimuthes des Fernrohres in dem grossen Zeitraume zwischen den Beobachtungen eine, bei den, dem Beobachter zu Gebote stehenden Mitteln, sehr schwer zu erfüllende Bedingung und endlich in sehr hohen Breiten, wird die Kürze der Sommernächte, die Operationen des Beobachters bedeutend beschränken. Um nun diese Schwierigkeiten zu vermindern, schlägt Struve vor, dass man 4 Sterne in der Nähe des Zenithes wählen soll, von denen man einen auf der Ostseite und einen zweiten bald nachher auf der Westseite des ersten Verticales beobachten kann, wobei man aber das Instrument in derselben Lage stehen lässt. Legt man darauf das Instrument um, so muss man ganz in der vorhergehenden Ordnung die zwei anderen Sterne, den einen im Osten, den andern im Westen beobachten. Sind nun die geraden Aufsteigungen und Abweichungen der 4 angenommenen Sterne bekannt, so kann man aus diesen Beobachtungen die Breite des Ortes und den Collimationsfehler des

Fernrohres sogleich bestimmen; wenn aber auch noch die Sternzeiten der Beobachtungen genau bekannt sind, so kann ferner die Abweichung des Azimuthes des Fernrohres von 90° ableiten.

Wir wollen nun annehmen, dass T', T'', T''' und T^{IV} die auf den Mittelfaden reducirten Chronometerzeiten bei den Beobachtungen dieser 4 Sterne bezeichnen; ferner seien U', U'', U''' und U^{IV} diejenigen Grössen, welche man zu diesen Chronometerzeiten hinzulegen muss, um sie in Sternzeit zu verwandeln; es seien J', J'', J''' und J^{IV} die Erhöhungen des Nordendes der horizontalen Umdrehungs-Achse und endlich seien z', z'', z''' und z^{IV} die Zenithdistanzen der Sterne zur Zeit ihrer Beobachtung. Alsdann werden die Stundenwinkel dieser 4 Sterne: $T' + U' - \alpha'$; $T'' + U'' - \alpha''$ u. s. w. sein, wo α', α'' u. s. w. die Rectascensionen des 1sten, 2ten u. s. w. Sternes bezeichnen. Sind nun φ', φ'', φ''', φ^{IV} die Breiten des Beobachtungsortes, wie sie aus der Berechnung dieser vier Beobachtungen, ohne Rücksicht auf die Neigungen J', J'' u. s. w. auf den Collimationsfehler C, und auf die Abweichung $\triangle a$ des südwestlichen Azimuthes des Fernrohres, $90° + \triangle a$, von 90° folgen, bekannt, und man nimmt an, dass auch der Gang des Chronometers bekannt sei, dass aber sein Stand gegen Sternzeit einen kleinen Fehler ∂U enthalte, so wird man finden:

1stens aus den Beobachtungen in der Isten Lage des Instrumentes, wenn der Stern

im Osten $\varphi = \varphi' + J' + C \sec z' - (\partial U . \sin \varphi - \triangle a) \operatorname{tg} z'$,

im Westen $\varphi = \varphi'' + J'' + C \sec z'' + (\partial U . \sin \varphi - \triangle a) \operatorname{tg} z''$,

nach der Umlegung:

2tens aus den Beobachtungen in der IIten Lage des Instrumentes, wenn der Stern

im Osten $\varphi = \varphi'' + J''' - C \sec z''' - (\partial U \sin \varphi - \triangle a) \operatorname{tg} z'''$,

im Westen $\varphi = \varphi^{IV} + J^{IV} - C \sec z^{IV} + (\partial U \sin \varphi - \triangle a) \operatorname{tg} z^{IV}$.

Aus diesen Gleichungen kann man nun φ, C und $(\partial\, U\, stn\, \varphi - \triangle\, a)$ bestimmen, war der Stand des Chronometers gegen Sternzeit genau bekannt, so ist ferner $\partial\, U = o$, und dann kann man $\triangle\, a$ selbst finden.

Wenn man an einem Abende die Durchgänge vieler Sterne im Osten und Westen durch den ersten Vertical beobachtet hat, so kann man für jeden Stern eine Bedingungsgleichung zur Bestimmung der Breite φ bilden, wie wir oben erklärt haben. Auf diese Weise bekommt man mehr Gleichungen als nöthig sind um die unbekannten Grössen zu finden; man kann sie aber zur Ausgleichung der Beobachtungsfehler benutzen. Dazu multiplicirt man jede Gleichung mit der Zahl der Fäden, an denen die Antritte des entsprechenden Sternes beobachtet wurden, und dann bestimmt man die unbekannten Grössen nach der Methode der kleinsten Quadrate.

129. Wenn die Fadendistanzen unbekannt sind, so kann die Polhöhe nach den zwei folgenden Beobachtungsmethoden gefunden werden:

1stens Man beobachtet, in einer Lage des Instrumentes die Durchgänge des Sternes durch alle Fäden im Ostverticale; dann wird die Umdrehungsachse des Fernrohres umgelegt, und in dieser zweiten Lage des Instrumentes werden ähnliche Beobachtungen im Westverticale wiederholt. Es seien α und δ die AR und die Declination des Sternes, φ die Polhöhe, Θ und Θ' die Sternzeiten der östlichen und westlichen Durchgänge des Sternes durch denselben Seitenfaden, bei der ersten und zweiten Lage des Instrumentes, J und J' die entsprechenden Neigungen der Umdrehungsachse, positiv wenn das Nordende das höhere ist; alsdann berechnet man:

$$s = \frac{\Theta' + \Theta}{2} - \alpha;\ u = \frac{\Theta' - \Theta}{2};$$

$$tg\, \varphi' = tg\, \delta .\, sec\, s .\, sec\, u$$

und es wird:

$$\varphi = \varphi' + \frac{J + J'}{2} + (90^0 - A).\, tg\, s.\, cos\, \varphi'$$

sein; wo A das nordöstliche Azimuth des grössten Kreises bedeutet, welcher senkrecht auf der Umdrehungsachse steht *). Das letzte Glied: $(90^0 - A)\, tg\, s\, cos\, \varphi'$ kann vernachlässigt werden, da es für einen Faden positiv, für den anderen cor-

---

* Diese Formeln lassen sich leicht aus der Gleichungen 1, 2, 3, 4, 5 des §. 109. Seite 299. ableiten. Ist F, die Entfernung des Fadens vom genannten grössten Kreise und wird dann F, als positiv in der ersten Lage des Instrumentes betrachtet, so muss, nach der Umlegung der Achse, die Entfernung dieses Fadens negativ werden. Behalten wir also alle Bezeichnungen des §. 109. Seite 299. bei, so ist:

$+ sin\, F, = - sin\, \delta\, sin\, N - cos\, \delta\, cos\, N.\, sin\, (M + \Theta - \alpha)$

$- sin\, F, = - sin\, \delta\, sin\, N - cos\, \delta\, cos\, N\ sin\, (M + \Theta' - \alpha)$

wobei wir der Kürze halber annehmen wollen, dass die Neigung der Achse $= J$ und das Azimuth des Fernrohres $= A$ in beiden Lagen des Instruments unveränderlich dieselben bleiben. Dividiren wir die Summe der beiden vorhergehenden Gleichungen mit $cos\, \delta$, und setzen wir:

$$s = \frac{\Theta' + \Theta}{2} - \alpha;\ u = \frac{\Theta' - \Theta}{2},\ \text{so kömmt:}$$

$tg\, \delta.\, sin N = - cos N.\, sin M.\, cos\, s.\, cos\, u - cos N.\, cos M\, sin\, s.\, cos\, u$

Wenn das Fernrohr sehr nahezu im ersten Verticale aufgestellt ist, so muss A wenig von 90^0 verschieden und J sehr klein sein; setzt man daher $cos\, J = 1$, $sin\, A = 1$, so kömmt:

$$\frac{tg\, \delta}{cos\, s.\, cos\, u}\Big\}1 + J.\, sin\, 1''.\, tg\, \varphi\Big\} =$$

$$= tg\, \varphi - sin\, 1''\, (J + (90^0 - A).\frac{tg\, s}{cos\, \varphi}\Big\}$$

oder $tg\, \delta.\, sec\, s.\, sec\, u = tg\, \varphi'$, nun wird aber φ' dem φ sehr nahe sein, so dass man also ohne merklicher Fehler haben wird: $\varphi = \varphi' + J + (90^0 - A).\, tg\, s.\, cos\, \varphi$.

respondirenden Fäden aber negativ und sehr nahezu ebenso gross wird, also im Mittel verschwindet. Bei dieser Polhöhenbestimmung muss man die Sternzeit oder die Uhrcorrection annährend kennen, doch ein Fehler in der Uhrcorrection bis auf ein paar Secunden in Zeit, hat keinen erheblichen Einfluss.

2tens Herr v. Struve hat ein Verfahren vorgeschlagen, welches von der Uhrcorrection beinahe ganz unabhängig ist und nur die Kenntniss des Uhrganges voraussetzt. Man beobachtet nämlich vor dem östlichen Durchgange des Sternes durch den ersten Vertical die Antrittsmomente desselben an 2 oder 3 Vertical-Fäden und nach der, unmittelbar darnach, vorgenommenen Umlegung der Horizontal-Achse, beobachtet man noch einmal die Antrittsmomente des Sternes an dieselben Fäden, welche früher nördlich, nach der Umlegung der Achse aber südlich vom ersten Verticale liegen und vom Sterne, bald nach dem Durchgange desselben durch den Ostvertical getroffen werden, falls das Fernrohr auf die richtige Zenithdistanz eingestellt wird. Nun wartet man ab bis der Stern in der Nähe des ersten Westverticales kommt; alsdann bemerkt man die Durchgangszeiten des Sternes durch die 2 oder 3 ersten Fäden; legt die Horizontal-Achse zum zweiten Male um und beobachtet die Antrittsmomente an die Fäden, an welche der Stern nach seinem westlichen Durchgange durch den ersten Vertical gelangt; man kommt also am Schlusse der Beobachtungen in die erste oder ursprüngliche Lage des Instrumentes zurück. Es versteht sich übrigens von selbst, dass die Neigungen der Achse hier, so wie immer, möglichst genau bestimmt werden müssen.

Zur Polhöhenberechnung dienen in diesem Falle ähnliche Formeln wie vorher; wenn aber das Instrument sehr nahezu im ersten Verticale eingestellt ist, so lassen sich die Stundenwinkel unmittelbar aus den Beobachtungen ableiten. Es seien: Θ', Θ'', Θ''', Θ^{IV} die Sternzeiten der 1sten, 2ten, 3ten und 4ten Durchgänge des Sternes durch denselben Seitenfaden; α die

AR des Sternes, t' und t'' die östlichen Stundenwinkel zu den Zeiten Θ' und Θ''; t''' und t^{IV} die westlichen Stundenwinkel zu den Zeiten Θ''' und Θ^{IV}. Wenn die Umdrehungs-Achse des Fernrohres im Meridiane liegt und vollkommen horizontal ist, so muss der Seitenfaden bei der 1sten und 4ten Beobachtung nördlich, bei der 2ten und 3ten aber südlich von der Ebene des ersten Verticales, gleich weit von letzterem abliegen. Folglich muss, der Grösse des Winkels nach, $t' = t^{IV}$ und $t'' = t'''$ sein. Es ist also $t' = \alpha - \Theta' = \Theta^{IV} - \alpha$ und $t'' = \alpha - \Theta'' = \Theta''' - \alpha$, oder $t = \frac{\Theta^{IV} - \Theta'}{2}$ und $t'' = \frac{\Theta''' - \Theta''}{2}$;

d. h. die Stundenwinkel werden respective durch die halbe Zwischenzeit zwischen dem 4ten und 1sten, und zwischen dem 3ten und 2ten Durchgange des Sternes durch denselben Seitenfaden gegeben; es müssen nur diese Zwischenzeiten nach dem bekannten Uhrgange in entsprechende Sternzeit-Intervalle verwandelt werden. Mit diesem Stundenwinkel wird die genäherte Polhöhe φ' berechnet; addirt man darauf zu diesem φ' das arithmetische Mittel aus den beobachteten Neigungen der Umdrehungs-Achse, mit gehörigem Zeichen hinzu, so bekömmt man alsdann die richtige Polhöhe φ.

Setzten wir also $s = \frac{t' + t''}{2}$, und $u = \frac{t'' - t'}{2}$ und nennen wir T', T'', T''', T^{IV} die Uhrzeiten, welche bei den 1sten, 2ten, 3ten und 4ten Durchgängen des Sternes durch denselben Faden bemerkt wurden; J', J'', J''', J^{IV} die entsprechenden Neigungen der Achse, $\triangle$ und $\triangle'$ die Retardationen der Uhr gegen Sternzeit im Laufe der Zeitintervalle $T^{IV} - T'$ und $T''' - T''$, so findet man:

$$s = \tfrac{1}{2}[(T^{IV} - T' + \triangle) + (T''' - T'' + \triangle')];$$
$$u = \tfrac{1}{2}[(T^{IV} - T' + \triangle) - (T''' - T'' + \triangle')];$$
$$tg\,\varphi' = tg\,\delta . sec\,s . sec\,u;$$
$$\varphi = \varphi' + \tfrac{1}{2}(J' + J'' + J''' + J^{IV}).$$

Practische Regeln.

130. 1^{stens} Muss das Fernrohr sehr nahezu, nach den Regeln, die wir in §. §. 54. und 55. Seite 114—125. erklärt haben, im Azimuthe $= 90^{\circ}$ eingestellt werden.

2^{tens} Hängt die Genauigkeit der Polhöhenbestimmung mit Hülfe des Durchgangs-Instrumentes wesentlich davon ab, dass die Neigung der Umdrehungs-Achse des Fernrohres genau erkannt werde. Daher ist es nöthig bei jeder Umlegung der Achse, am Anfange und am Schlusse der Beobachtungen, im Osten und Westen, die Neigung der Achse vermittelst des Niveaus sorgfältig zu bestimmen.

Der Einfluss der ungleichen Dicke der Zapfen der Umdrehungs-Achse und des Fehlers der Absehenslinie (oder des Collimationsfehlers), wird durch die Umlegung der Achse eliminirt, indem man entweder den Durchgang im Ostverticale und im Westverticale in entgegengesetzten Lagen der Achse beobachtet, oder indem man die Achse sowohl bei den östlichen, als auch bei den westlichen Durchgängen umlegt, oder indem man den einen Stern in beiden Verticalen in derselben Lage der Achse und einen anderen nachher in entgegengesetzter Lage derselben wiederum in beiden Verticalen beobachtet.

3^{tens} Die Lichtstärke des Fernrohres bei den von uns beschriebenen Instrumenten, gestattet die bequeme Beobachtung der Sterne bis zur 5ten oder 6ten Grösse. Aus den Sternverzeichnissen sind daher vorzüglich diejenigen helleren Sterne auszuwählen, deren Declination δ wenig kleiner ist als die Polhöhe φ; es ist wenigstens vortheilhaft solche Sterne zu benutzen, für welche $\varphi - \delta$ nicht mehr als 10° beträgt, oder noch kleiner ist. Man wird die Auswahl der Sterne so treffen, dass diese Sterne zu bequemen Nachtstunden durch die beiden Theile des ersten Verticales passiren. Den Stun-

denwinkel des Sternes, für den Durchgang durch den ersten Vertical $= t$ in Zeit ausgedrückt, so wie die Zenithdistanz z beim Durchgange, findet man nach den Formeln:

$$\cos 15\, t = \frac{tg\, \delta}{tg\, \varphi};\ \cos z = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi},$$

ist nun α die gerade Aufsteigung, so ist $\alpha - t$ die Sternzeit des Durchganges des Sternes durch den Ostvertical, und $\alpha + t$ die Sternzeit des Durchganges durch den Westvertical.

Die Durchschneidung der Verticalfäden muss genau in der Mitte der Horizontalfäden geschehen, und diesem gemäss muss der Beobachter die Zenithdistanz des Fernrohres für jeden Faden ändern. Geht der Stern nicht an der gehörigen Stelle durch, so werden die Zeitmomente wegen der Abweichung der Fäden von der genauen, senkrechten Richtung zur Umdrehungs-Achse, fehlerhaft. Es ist daher vortheilhaft die genäherten Momente der Uhr und die Zenithdistanzen bei dem Durchgange für jeden Faden vorauszuberechnen, um sicher und bequem beobachten zu können. Für den Mittelfaden gelten unmittelbar die oben angeführten Formeln.

Bei dieser Vorausberechnung wird es genügend sein, die Polhöhe des Beobachtungsortes bis auf ein Paar Minuten zu kennen. Die entsprechende Chronometer-Zeit kann man alsdann leicht vermittelst des bekannten Standes des Chronometers finden. Bezeichnet man durch f den Abstand des Mittelfadens vom Seitenfaden in Zeit-Secunden, durch T die Zeit des Antrittes des Sternes an den Mittelfaden, durch z die Zenithdistanz des Sternes, durch $T + \partial T$ die Zeit des Antrittes des Sternes an den Seitenfaden und durch $z + \partial z$ endlich die entsprechende Zenithdistanz am Seitenfaden, so hat man alsdann genähert:

$$\partial T = \pm \frac{f}{\sin \varphi \sin z};\ \partial z = \pm 15 \cos \varphi\, \partial T.$$

Um die richtigen Zeichen zu nehmen, muss man bemerken, dass nach dem Durchgange des Sternes durch den östlichen ersten Vertical die Zenithdistanzen abnehmen; dagegen nach dem Durchgange durch den westlichen zunehmen.

3tens Muss man die Beobachtungen in beiden Lagen des Instrumentes, sowohl im Osten als auch im Westen, wie wir es oben erläutert haben, anstellen.

4tens Muss man besonders darauf achten, die Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse, vermittelst des Niveaus, so genau als möglich zu bestimmen. Da hiervon vorzugsweise die Genauigkeit des Endresultates abhängt, so muss man vor und nach der Beobachtung jedes Sternes im Osten oder Westen, diese Neigung sorgfältig bestimmen.

5tens Muss man hinreichend genau den täglichen Gang des Chronometers gegen Sternzeit kennen.

6tens Ist es unumgänglich nöthig, sich von der unveränderlichen Lage des Instrumentes in Beziehung auf Azimuth zu versichern, und demnach muss man in dem ersten Verticale eine feste, zweckmässige Marke aufstellen, um darnach das Azimuth des Fernrohres berichtigen zu können.

1stes Beispiel. Zur Bestimmung der Breite von Kronstadt, wurden die Sterne γ und δ *Cassiopeae* in dem ersten Verticale beobachtet; das hierbei gebrauchte Chronometer und Durchgangs-Instrument waren dieselben, mit welchen die Beobachtungen zur Zeitbestimmung angestellt wurden; folglich wird alles, was sich auf die Fäden-Intervalle, und auf den Werth eines Niveautheiles u. s. w. bezieht, ganz so wie in dem früheren Beispiel (§. 121. Seite 326.) bleiben; am Beobachtungstage verspätete sich das Chronometer täglich um $0''.90$ gegen Sternzeit. Die Buchstaben A und B beziehen sich auf die Umlegung des Niveaus.

Datum der Beobachtung: 1843 am 9ten August.

Iste *Lage. Höhen-Kreis im Süden.*

			Enden der Blase Nördlich	Südlich
Neigung der horizont. Umdrehungs-Achse gegen den Horizont, am Niveau abgelesen, ein Theil des Niveaus war = 1″.70 in Bogen	Objectiv nach Ostengerichtet	*A*	24.0	18.6 Theile
		B	25.0	17.4 - -
	nach Westen gerichtet	*B*	24.8	17.6 - -
		A	23.2	18.0 - -

$J' = +5''.36$ in Bogen

Durchgang der Sterne im Osten durch die Fäden:

	I	II	III	IV	V	Reducirter Mittelfaden
	h ′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	h ′ ″
γ *Cassiopeae*	0 13 23	17 46	24 6	31 32	—	0 24 6 .6
δ *Cassiopeae*	0 20 32	23 6	26 21	29 19	32 44	0 26 20 .9

Gleich darauf, wurde aus Niveau-Beobachtungen, die Neigung $J' = 5''.56$ in Bogen gefunden.

Nachdem dieses geschehen war, wurde die Umdrehungs-Achse des Fernrohres umgelegt, und dadurch das Instrument versetzt in die

IIte *Lage. Höhenkreis im Norden.*

Ehe man die Beobachtungen anfing, bestimmte man die Neigung $J'' = -2''.10$ in Bogen.

Durchgang der Sterne im Westen durch die Fäden:

	I	II	III	IV	V	Reducirter Mittelfaden
	h ′ ″	h ′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	h ′ ″
γ *Cassiopeae*	——	1 1 2	9 55	15 26	20 21	1 9 55 .4
δ *Cassiopeae*	1 57 36	2 0 45	4 11	7 0	9 50	2 4 11 .7

Bald nach der Beobachtung von γ *Cassiopeae* bestimmte man

die Neigung $J'' = -2''.08$ in Bogen.

Vor der Beobachtung von δ *Cassiopeae* fand man

die Neigung $J'' = -1''.50$ in Bogen.

Sogleich nach der Beendigung aller Beobachtungen, wurde gefunden

die Neigung $J'' = -1''.10$ in Bogen.

Fadendistanzen in der Ordnung wie ein Stern in Osten, bei Höhenkreis im Süden, oder in Westen bei Höhenkreis im Norden, den ersten Vertical passirt:

I	II	IV	V
$f = +34''.40$	$+18''.74$	$-16''.14$	$-33''.33$ in Zeit.

Aus dem Pondschen Cataloge findet man, für den 1sten Januar 1830 die mittlere gerade Aufsteigung von γ *Cassiopeae* $= 0^h\,46'\,30''.77$, für δ *Cassiopeae* dagegen $1^h\,14'\,45''.77$; die mittlere nördliche Declination des Sternes γ *Cassiopeae* $= 59°\,47'\,39''.3$. Aus den Beobachtungen, welche zu Pulkowa angestellt wurden, findet man für den Anfang des Jahres 1841 die mittlere nördliche Declination von δ *Cassiopeae* $= 59°\,24'\,22''.0$. Hieraus kann man mit Hülfe der jährlichen Präcession den mittleren Ort dieser beiden Sterne für den Anfang des Jahres 1843 finden, und alsdann mit Hülfe der Nautical Almanacs für 1843, ihren scheinbaren Ort für den 9ten August 1843 bestimmen, wie folgt:

	Scheinbare gerade Aufsteigung	Scheinbare nördl. Declin.
für γ *Cassiopeae*	$0^h\,47'\,21''.49 = \alpha$	$59°\,52'\,2''.3 = \delta$
δ *Cassiopeae*	$1\;\;15\;\;40\;\;.38\ldots$	$59\;\;25\;\;6\;\;.2\ldots$

Die genäherte nördliche Breite des Beobachtungsortes = $\varphi = 59^{\circ}\,59'.5$.

Für erste müssen wir, die an den Seitenfäden gemachten Beobachtungen auf den Mittelfaden reduciren; aus Beispiel hierzu wollen wir die Reduction des IV^{ten} Fadens auf den Mittelfaden, bei der Beobachtung vor γ *Cassiopeae* im Osten in *extenso* hersetzen, als der Verticalkreis im Süden war. Die Entfernung dieses Seitenfadens vom mittleren war = $f = 16''.14$ in Zeit, oder $F = 0^{\circ}\,4'\,2''.13$ in Bogen.

Aus den Formeln (1) und (2); §. 126. Seite 350 findet man, dass der östliche Stundenwinkel, des Sternes γ *Cassiopeae*, im ersten Verticale, oder am Mittelfaden = $t = 5^{\circ}\,43'\,48''$ war; wobei zugleich aus den Beobachtungen selbst folgt, dass dieser Stern um $7'\,26''$ früher an den Mittelfaden als an den IV^{ten} Faden trat. Diese $7'\,26''$ in Zeit oder $1^{\circ}\,51'\,30''$ in Bogen, drücken also genähert die Reduction des Seitenfadens auf den Mittelfaden aus, und die Ungenauigkeit dieser Reduction hängt von Fehler der Beobachtungen ab. Der Stundenwinkel des Sternes bei seinem Durchgange durch den Seitenfaden, ist daher sehr nahe $= t' = t - 1^{\circ}\,51'\,30'' = 3^{\circ}\,52'\,18''$. Aber auf Seite 312. §. 113. haben wir erwähnt, dass wenn man die in Chronometerzeit ausgedrückte Reduction durch l, bezeichnet, und die tägliche Verspätung des Chronometers gegen Sternzeit = r setzt, alsdann:

$$\sin \tfrac{1}{2}^{1.5}\, l, = \mu \sin \tfrac{1}{2}(t - t') = \frac{\mu \sin F}{2 \cos \delta \sin \varphi \sin \tfrac{1}{2}(t + t')};$$

$$\text{wo } \mu = \frac{86400}{86400 + r} \text{ ist.}$$

Hier ist $F = 0^{\circ}\,4'\,2''.13$; $\delta = 59^{\circ}52'\,2''$ $\varphi = 59^{\circ}\,59'\,30''$, $\frac{1}{2}(t+t')$ sehr nahe $= 4^{\circ}\,48'\,3''$; $r = 0''.9$ in Zeit und μ daher beinahe $= 1$. Die *logarithmische Differenz* bei *log sin* $\frac{1}{2}(t + t')$ für $+ 1''$ findet man aus den Tafeln $+ 0.000026$, und bei

$\log \sin \frac{1}{2}(t-t')$. . . + 0,000130; oder respective $2{,}6 = \beta$ und $13 = \alpha$ die fünfte Decimalstelle als Einheit genommen. Nun ist aber:

$\log\left(\frac{\mu \sin F}{2 \cos \delta \sin \varphi}\right)$	$= 7.13036$
$\log \sin \frac{1}{2}(t+t')$	$= 8.92269$
$\log \mu \sin \frac{1}{2}(t-t')$	$= 8.20767$
Correction.	$= -17.5 \times 2.6 = -44$
I. $\log \mu \sin \frac{1}{2}(t-t')$	$= 8.20723$
Correction	$= -3.5 \times 2.6 = -9$
II $\log \mu \sin \frac{1}{2}(t-t')$	$= 8.20714$
Correction	$= -0.5 \times 2.6 = -1$
III. $\log \mu \sin \frac{1}{2}(t-t')$	$= 8.20713$

hieraus $\mu \frac{1}{2}(t+t') = 0^{\circ}\ 55''\ 27''.5$
wir haben aber angenommen $0\ \ 55\ \ 45\ .0$

folglich ist der Fehler in $\frac{t'}{2}$ oder in $\frac{1}{2}(t+t') = \ldots\ldots\ldots + 17''.5$

nach einer zweiten Berechnung $\mu \frac{1}{2}(t-t') = 0^{\circ}\ 55'\ 24''$; der Fehler in $\frac{t'}{2} = \ldots\ldots + 3''.5 = \frac{\beta}{\alpha}.17''.5$

nach der dritten Berechnung $\mu \frac{1}{2}(t-t') = 0^{\circ}\ 55'\ 23''.5$; oder Fehler in dem angenommenen $\frac{t'}{2} = 0''.7 = \frac{\beta}{\alpha}.3''.5$

Eine vierte Rechnung hätte die Correction $0''.7 \times \frac{\beta}{\alpha} = 0''.14$ gegeben; u. s. w. Also die ganze Correction des ursprünglich angenommenen Werthes von $\mu\left(\frac{t-t'}{2}\right)$, oder von $0^{\circ}55'45''$, wird der Summe

$$17''.5 + 3''.5 + 0''.7 + 0''.14 + \ldots = 17''.5\left(1 + \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\beta^2}{\alpha^2} + \frac{\beta^3}{\alpha^3} + \ldots\right)$$

$$= 17''.5.\ \frac{1}{\left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right)}$$

gleich sein. In unseren Fall ist $\frac{\beta}{\alpha} = 0''.2$ und die gesammte Correction $= 17''.5.\ \frac{1}{0{,}8} = 21''.9$ ist; folglich $\mu\left(\frac{t-t'}{2}\right) = 0^{\circ}\ 55'\ 45'' - 21''.9$, oder $\mu(t-t') = 1^{\circ}\ 50'\ 46''.2 = 0^{h}\ 7'\ 23''.1$ in Zeit. Man sieht hieraus, wie die Reduction der Seitenfäden auf den Mittelfaden zu berechnen ist; hat man vorläu-

fig $\mu\left(\frac{t-t'}{2}\right) = A$ angenommen, und hat man nach der ersten Rechnung $\mu\left(\frac{t-t'}{2}\right) = B$ gefunden, so ist die ganze Correction von A durch die Formel:

$$(B-A).\frac{1}{\left(1-\frac{\beta}{\alpha}\right)}, \text{ oder } (B-A).\ \frac{\alpha}{\alpha-\beta}$$

vollständig ausgedrückt und auf einmal berechnet, wo α und β respective die Aenderungen der *log sin* $\frac{1}{2}(t-t')$ und *log sin* $\frac{1}{2}(t+t')$ für $+1''$ bedeuten.

Auf diese Weise sind folgende Reductionen gefunden worden:

Kr. Südγ Cassiopeae im Osten: $+10'\,42''.0; +6'\,19''.5; -7'\,23''.1, --'--''.$
Kr. Nord. . . . . . im Westen: $+ - - \ .\ ; +8\ 55\ .9; -5\ 32\ .0; -10\ 26''.3.$

Werden diese Zahlen zu den Durchgangszeiten des Sternes durch die entsprechenden Verticalfäden zugelegt, so hat man die Antrittsmomente an den Mittelfaden, wie sie einzeln aus den verschiedenen Beobachtungen folgen, und man bekommt für γ *Cassiopeae*:

Oestlicher Durchgang bei	*Westlicher Durchgang bei*
Kreis Süd. . . $0^h\,24'\,6''.0$	*Kreis Nord* . . $1^h\,9'\,57''.9$
$5\ .5$	$55\ .0$
$6\ .0$	$54\ .0$
$9\ .0$	$54\ .7$
im Mittel $= 0^h\,24'\,6''.6 = T'$	$1^h\,9'\,55''.4 = T'$
Neig. der Achse $= +5.46 = J$	$-2.09 = J'$

Also $T' - T = 0^h\,45'\,48''.80$; die Verspätung der Uhr gegen Sternzeit im Laufe von $0^h\,45'\,48''.8$ ist hier $= 0''.03$

$= \triangle u$; folglich $2t = T' - T + \triangle u = 0^h\ 45'\ 48''.83$; $t = 0^h\ 22'\ 54''.41$.

$log\ sin^2 \frac{1}{2} t = 7.39714$	$\varphi' - \delta = 0^\circ\ 7'\ 27''.5$
$log\ (2\ sin\ \varphi\ cos\ \delta) = 9.93923$	$\delta = 59\ \ 52\ \ 2\ .3$
Summe $= 7.33637$	$\frac{1}{2}(J + J') = \ldots + 1\ .7$
$= log\ sin\ (\varphi' - \delta)$	Summe $= \varphi = 59^\circ\ 59'\ 31''.5$

Die Beobachtungen von δ *Cassiopeae* auf dieselbe Weise berechnet, geben $\varphi = 59^\circ\ 59'\ 30''.8$ also im Mittel $\varphi = 59^\circ\ 59'\ 31''.1$. Der Beobachtungsort lag $7''.1$ nördlicher als die Sternwarte des Steuermannscorps zu Kronstadt; folglich ist die Polhöhe dieser Sternwarte $= 59^\circ\ 59'\ 24''.0$.

Um den Collimationsfehler c zu berechnen, muss man auf die ungleiche Dicke der Zapfen der Horizontal-Achse Rücksicht nehmen. Bei unserem Instrumente war der Zapfen, auf welchen der Höhenkreis sass, der dünnere und die Correction der Niveau-Ablesungen x, betrug $2''.1$. Folglich ist die Correction der abgelesenen Neigung $= -2''.1$ bei *Kr. Süd*, und $+2''.1$ bei *Kr. Nord*; also wird die verbesserte Neigung der Achse $= +5''.46 - 2''.10 = i$ bei *Kr. Süd*, und $= -2''.09 + 2''.10 = i'$ bei *Kr. Nord* sein. Die *AR* des Sternes ist hier $= 0^h\ 47'\ 21''.49 = \alpha$; die Uhrcorrection gegen Sternzeit, aus den Meridianbeobachtungen am 9ten und 10ten August abgeleitet, war $= +30''.20 = u$ um $0^h\ 24'$, und $= +30''.21 = u'$ um $1^h\ 10'$ Sternzeit. Wenn wir daher die Neigung i, i', und den Collimationsfehler vernachlässigen, so ist der:

östl. Stund. Winkel $= \alpha - T - u = 0^h\ 22'\ 44''.69 = t$; damit $\varphi' = 59^\circ 59'\ 23''.5$
west. Stund. Winkel $= T' + u' - \alpha = 0\ \ 23\ \ 4\ .12 \ldots\ldots\ldots \varphi'' = 59\ 59\ 36\ .1.$
Die Polhöhe $\varphi = \varphi' + i + c\ sec\ z = \varphi'' + i' - c.\ sec\ z$; $i = +3''.36$; $i' = +0''.01$
oder $59^\circ\ 59'\ 26''.86 + c\ sec\ z = 59^\circ\ 59'\ 36''.11 - c.\ sec\ z$,

wo z die Zenithdistanz des Sternes im ersten Verticale bedeutet; im vorliegenden Falle ist $z = 2^0\,52'.3$; $\sec z = 1.0013$; folglich $c = +\,4''.62$; $\varphi = 59^0\,59'\,31''.48$; die durch den Mittelfaden gehende Gesichtslinie weicht daher um $4''.62$ von der senkrechten zur Umdrehungs-Achse ab, nach der Seite zu, auf welcher der Höhenkreis sitzt. Die Bestimmung des Collimationsfehlers ist noch etwas ungenau, wegen der kleinen Abweichung des Azimuthes der Visirlinie des Fernrohres von 90^0.

Wünscht man das Azimuth zu bestimmen, so ist es vortheilhaft zu dieser Bestimmung einen mehr vom Zenithe entfernten Stern, im vorliegenden Falle δ *Cassiopeae*, zu benutzen. Nehmen wir den Collimationsfehler $c = 4''.50$ in Bogen an, wie er aus den Meridianbeobachtungen folgt, so erhält man aus den angeführten Beobachtungen:

Bei Kreis Süd.

Oestlicher Durchgang um	$0^h\,26'\,20''.9 = T$
Uhr-Correction	$+\,30\,.2 = u$
Abgelesene Neigung $i = +\,5''.46$ / Correction . . . . . $x = -\,2\,.10$ / $\frac{i+x}{15 \sin\varphi \operatorname{tg} z}$	$= -\,2\,.3$
Zenithdistanz $z = 6^0\,11'.3$. . . / $c = +\,4''.5$ in Bogen . . . . . / $\frac{c}{15 \sin\varphi \sin z}$	$= -\,3\,.0$
Summe $= S$	$= 0^h\,26'\,45''.8$

Bei Kreis Nord.

Westlicher Durchgang um	$2^h\,4'\,11''.7 = T'$
Uhr-Correction	$+\,30\,.2 = u'$
Abgelesene Neigung $i' = -\,1''.30$ / Correction . . . . . $x = +\,2\,.10$ / $\frac{i'+x}{15 \sin\varphi \operatorname{tg} z}$	$= +\,0\,.6$
Zenithdistanz $z = 6^0\,11'.3$. . . / $c = -\,4''.5$ in Bogen . . . . . / $\frac{c}{15 \sin\varphi \sin z}$	$= -\,3\,.0$
Summe $= S'$	$= 2^h\,4'\,39''.6$

Wenn das Fernrohr genau im ersten Verticale wäre, so würde die gerade Aufsteigung $\alpha = \frac{1}{2}(S + S')$ sein; für δ *Casstopeae* ist aber am 9ten August 1843; $\alpha = 1^h\ 15'\ 40''.38$; im vorliegenden Falle also, wird $y = \frac{1}{2}(S + S') - \alpha = 2''.32$ in Zeit, oder $= 34''.8$ in Bogen sein. Es sei $\triangle a$ die Abweichung des Azimuthes des Fernrohres von 90°; alsdann ist $tg\ \triangle a = stn\ \varphi.\ tg\ y$. Hier ist $\varphi = 59°\ 59'.5$; $y = 34''.8$; folglich $\triangle a = 30''.1$, und das südwestliche Azimuth des Fernrohres $= 90°\ 0'\ 30''.1$. Der Fehler in der Polhöhen-Bestimmung, der von dieser Abweichung $= a$ herrührt, ist gleich $0''.01$.

Wenn im ersten Verticale eine Marke aufgestellt ist, so ist es zweckmässig, ausser den nahen am Zenithe gelegenen Sternen, die für die Polhöhen-Bestimmung benutzt werden, noch die Sterne mitzunehmen, welche den ersten Vertical weit vom Zenithe passiren, um mit deren Hülfe das Azimuth der Marke schärfer zu ermitteln.

2tes Beispiel. Wir wollen sehen wie man die Polhöhe bestimmt ohne Faden-Distanzen zu kennen. Am 16ten August 1843 wurden in Kronstadt folgende Beobachtungen der Durchgänge von δ *Casstopeae* gemacht; J, J', J'', J''' bedeuten die unmittelbar am Niveau abgelesenen Neigungen der Horizontal-Achse.

		$J = +1''.7$			$J'' = +1''.2$
Ost-Vertical	*Faden*	*Durchgang*	*West-Vertical*	*Faden*	*Durchgang*
Kr. Süd.	*A*	$T = 0^h\ 20'\ 18''.5$	*Kr. Süd.*	*A*	$2^h\ 9'\ 50''.5 = T''$
	B	0 22 56		*B*	7 16 .0
	C	0 26 9		*C*	———
Kr. Nord.	*C*	———	*Kr. Nord.*	*C*	$2^h\ 4'\ 0''$
	B	$0^h\ 29'\ 38''$		*B*	2 0 32
	A	$T' = 0\ 32\ 45$		*A*	$1\ 57\ 24 = T'''$
		$J' = -2''.7$			$J''' = -1''.6$

Das Chronometer verspätete sich täglich um $1''.74$ gegen Sternzeit; die Uhrcorrection war am 16ten August um $1^h\ 15'$ in Bezug auf Sternzeit $= +\ 40''.1$. Man hat also:

Für den Faden *A*.

$T'' - T \ldots = 1^h\ 49'\ 32''.0$ $\quad T''' - T' \ldots = 1^h\ 24'\ 39''.0$

Gang der Uhr $\ldots\ldots + 0\ .2$ $\qquad + 0\ .1$

$2\,t' \ldots\ldots = 1^h\ 49'\ 32''.2$ $\quad 2\,t \ldots\ldots = 1^h\ 24'\ 39''.1$

$\frac{1}{2}(t + t') = 0^h\ 48'\ 32''.\ 8 = 12^\circ\ \ 8'\ 12''.\ 0 = s$

$\frac{1}{2}(t' - t) = 0\ \ 6\ 13\ .25 = \ 1\ \ 33\ \ 18\ .\ 7 = u$

Declination des Sternes $= \delta = 59\ \ 25\ \ 7\ .75.$

$$log\ tg\ \delta = 0.2284455$$
$$log\ sec\ s = 0.0098174$$
$$log\ sec\ u = 0.0001600$$
$$log\ tg\ \varphi' = 0.2384229$$
$$\varphi' = 59^\circ\ 59'\ 31''.6$$
$$\frac{J + J' + J'' + J'''}{4} = \ldots\ldots - 0\ .6$$
$$\varphi = 59^\circ\ 59'\ 31''.0$$

Für den Faden *B*.

$T'' - T \ldots = 1^h\ 44'\ 20''.0$ $\quad T''' - T' \ldots = 1^h\ 30'\ 54''.0$

Gang der Uhr. $\ldots\ldots + 0\ .1$ $\qquad + 0\ .1$

$2\,t' \ldots\ldots = 1^h\ 24'\ 20''.1$ $\quad 2\,t \ldots\ldots = 1^h\ 30'\ 54''.1$

$\frac{1}{2}(t' + t) = 0^h\ 48'\ 48''.55 = 12^\circ\ 12'\ \ 8''.2 = s$

$\frac{1}{2}(t' - t) = 0\ \ 3\ 21\ .50 = \ 0\ \ 50\ 17\ .5 = u.$

$$log\ tg\ \delta = 0.2284455$$
$$log\ sec\ s = 0.0099244$$
$$log\ sec\ u = 0.0000465$$
$$log\ tg\ \varphi' = 0.2384164$$
$$\varphi' = 59^\circ\ 59'\ 30''.5$$
$$\frac{J + J' + J'' + J'''}{4} = \ldots\ldots - 0''.6$$
$$\varphi = 59^\circ\ 59'\ 29''.9$$

Für den Faden C (Mittelfaden), bekommt man die halbe Zwischenzeit der beiden Durchgänge + Gang der Uhr $= 0^h\,48'\,55''.6 = t$; oder in Bogen $t = 12^\circ\,13'\,54''$;

$$\begin{array}{ll} & \varphi' = 59^\circ\,59'\,30''.6 \\ log\ tg\ \delta = 0.2284455 & \frac{J + J'''}{2} \ldots . + 0\ .0 \\ log\ sec\ t = 0.0099725 & \\ \hline log\ tg\ \varphi' = 0.2384180 & \varphi = 59^\circ\,59'\,30''.6 \end{array}$$

Da an jedem Seitenfaden doppelt so viele Beobachtungen gemacht wurden, als am Mittelfaden, so ist das Gewicht der letzteren Bestimmung nur halb so gross, als das Gewicht der beiden anderen Bestimmungen, und damit die wahrscheinlichste Polhöhe des Beobachtungsortes $= 59^\circ\,59'\,30''.5$.

Anhang.

Die Besselsche Methode die Polhöhe durch das Passagen-Instrument zu bestimmen, wird vorzüglich bei den Breitengradmessungen angewandt; wenn die letzteren aber, eine bedeutende Ausdehnung haben, so werden die Sterne, welche nahe am Zenithe eines Ortes durch den ersten Vertical passiren, weit vom Scheitel des anderen Ortes durchgehen; zugleich werden auch die Zeit-Intervalle, zwischen den östlichen und westlichen Durchgängen sehr rasch zunehmen. Will man nicht dieselben Sterne an beiden Orten beobachten, so bleiben die Polhöhenunterschiede mit dem Fehler der angenommenen Declinationen der Sterne, vermischt. Es scheint uns vortheilhafter einen Stern zu wählen, dessen Declination nahezu der Halbsumme, der Polhöhen beider Endpunkte der Gradmessung gleich ist, und in einem (weiter vom Aequator liegenden) Orte, den Stern im ersten Verticale, am zweiten Orte aber, den Stern in der Nähe der grössten Ausweichung vom Meridiane

zu beobachten. Im letzteren Falle kann man folgendermaassen verfahren, um den Einfluss der Fehler des Instrumentes möglichst zu beseitigen. Man stellt das Instrument in einem östlichen Azimuthe fest, welches etwas kleiner als das grösste Azimuth ist, bis zu welchem der Stern gelangen kann, und zwar um so viel als nöthig ist, damit der Stern kurz vor seiner Digression, oder grössten Ausweichung, durch 3 oder 5 Verticalfäden passiren kann. Dann werden die Durchgangszeiten beobachtet; erstens vor der östlichen Digression und zweitens bald nach dieser Digression. Nun wird die Horizontal-Achse umgelegt und das Instrument in einem eben so grossen westlichen Azimuthe festgestellt, welches dem früheren östlichen Azimuthe nahezu gleich sein muss; in dieser Lage beobachtet man wieder die Antrittsmomente des Sternes an den Verticalfaden sowohl vor, als nach der grössten westlichen Digression des Sternes. Es versteht sich von selbst, dass die Neigung der Horizontal-Achse jedesmal sorgfältig durch das Niveau bestimmt werden muss. Der Einfluss der Fehler des Instrumentes kann auch eliminirt werden, wenn man das Instrument im Osten und Westen in beiden Lagen benutzt, nur muss man im Westen die Beobachtungen bei derselben Lage der Achse anfangen, bei welcher man im Osten die Beobachtungen beendigt hatte.

Es seien t und t' die östlichen Stundenwinkel zur Zeit der beiden Durchgänge des Sternes durch denselben Verticalkreis dessen Azimuth von Norden gerechnet $= A$ ist, δ sei die Declination des Sternes und φ die Polhöhe, so kömmt:

$$\operatorname{cotg} A = \frac{\operatorname{tg}\delta \cos\varphi - \sin\varphi \cos t}{\sin t} = \frac{\operatorname{tg}\delta \cos\varphi - \sin\varphi \cos t'}{\sin t'}$$

woraus:

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\delta . \frac{\cos\frac{1}{2}(t+t')}{\cos\frac{1}{2}(t-t')}$$

Ein ähnlicher Ausdruck folgt auch aus den westlichen Beobachtungen. Da der östliche Stundenwinkel $= \alpha - s$ der westliche aber $= s - \alpha$ ist, wo s die Sternzeit der Beobachtungen und α die *AR* des Sternes bedeuten; so sieht man, dass das arithmetische Mittel aus beiden Polhöhenbestimmungen, unabhängig von den kleinen constanten Fehlern der Uhrcorrection wird.

Wie man sich zur Beobachtung vorbereitet und wie man die Rechnung zu führen hat, wird das folgende Beispiel zeigen. Am 18ten August 1849 wurde α *Cephei* in Pulkowa im Osten und Westen, weit vom Meridiane mit einem kleinen Ertelschen Passageninstrumente beobachtet. Die Polhöhe in Pulkowa ist $\varphi = 59^\circ\ 46'\ 18''$; am 18ten August 1849 war nach dem Nautical Almanac die scheinbare *AR* von α *Cephei* $= \alpha = 21^h\ 15'\ 2''.4$ und die Declination $\delta = 61^\circ\ 57'\ 7''$. Benennen wir durch N die Entfernung des Verticalkreises vom Pole, und durch A und τ das Azimuth und den Stundenwinkel zur Zeit der grössten Ausweichung des Sternes vom Meridiane, so kömmt: $N = 90^\circ - \delta$;

$$\sin A = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi};\ \cos \tau = \frac{tg\ \varphi}{tg\ \delta}.$$

Im vorliegenden Fall ist $A = 69^\circ\ 8'\ 5$; $\tau = 23^\circ\ 52'\ 5 = 1^h\ 35'\ 30''$. Aus der strengen Besselschen Formel für die Fadenreduction (§. 111. Seite 307.) finden wir, dass für $N = 90^\circ - \delta$; $\sin \frac{1}{2}(s - s') = \sqrt{\frac{\sin F}{\sin 2\delta}}$ sein wird, wo F die Fadendistanz, in Bogen; und $s - s'$ der in Bogen ausgedrückte Unterschied der Sternzeiten der Durchgänge durch den Mittel- und Seitenfaden ist. Setzen wir $F = 0^\circ\ 10'\ 40''$, wie es bei uns nahezu der Fall war, so kömmt $s - s' = 7^\circ\ 0'\ 40'' = 0^h\ 28'\ 2''.7$. Die *AR* von α *Cephei* $= 21^h\ 15'\ 2''.4$; folglich ist die Sternzeit der östlichen Digression $= 19^h\ 39'\ 32''.4$;

die Sternzeit der westlichen $= 22^h\ 50'\ 32''$; also muss man die Beobachtungen im Osten ungefähr um $19^h\ 31'$; im Westen um $22^h\ 22'$ Sternzeit, oder etwas früher anfangen; die entsprechende Zenithdistanzen sind $z = 15^\circ\ 6'$ und $z = 8^\circ\ 16'$.

Der Ort des Meridianes wurde durch den Polarstern *α Ursae Minoris* gefunden und das Instrument war im Azimuthe $= 68^\circ\ 50'.5$ eingestellt. Die Uhrcorrection gegen Sternzeit wurde durch die Vergleichung des Chronometers mit der Normaluhr der Sternwarte $= -2'\ 27''.0$ gefunden; da aber die Sterne *δ Ursae Min.* und *α Lyrae* um $18\frac{1}{2}$, die Sterne *α Cephei*, *β Cephei* und *ε Pegasi* dagegen, zwischen $21^h\ 15'$ und $21^h\ 37'$ culminiren, so wäre es leicht gewesen die Uhrcorrection beim Anfange der Beobachtungen in einer Lage des Instrumentes, und in der Zwischenzeit, zwischen den östlichen und westlichen Durchgängen in der andern Lage des Instrumentes, zu bestimmen.

Aus vielen Meridianbeobachtungen wurde gefunden, dass in der oberen Culmination bei Kreis Ost die Fadendistanzen vom Mittelfaden waren:

I	II	IV	V
$+10'\ 37''$	$+5'\ 26''$	$-5'\ 5''.5$	$-10'\ 41''$ in Bogen.

Dieselbe Reihefolge der Fäden gilt bei Kreis Nordost vor der westlichen Digression, oder bei Kreis Süd Ost, nach der östlichen Digression.

Ein Theil des Niveaus war $= 4''.1$. Die tägliche Acceleration des Chronometers $= 0''.6$ gegen Sternzeit.

Der Kürze halber wollen wir nur die westlichen Beobachtungen anführen und berechnen. Das südwestliche Ende der Umdrehungsachse des Fernrohres war jedesmal das höhere. Der Faden III ist der Mittelfaden.

Datum der Beobachtung: 1849 am 18ten August.

Neigung der Achse = 10″.4

Kreis Nordost	*Faden*	*Sternzeit des Durchgangs*	*Stundenwinkel*
α Cephei im Westen	I	22ʰ 20′ 17″.0	16° 18′ 39″.0
	II	27 10 .5	18 2 1 .5
	III	37 40 .5	20 39 31 .5

Neigung der Achse = 11″.6

Neigung der Achse = 9″.1

Kreis Südwest	*Faden*	*Sternzeit des Durchgangs*	*Stundenwinkel*
α Cephei im Westen	III	23ʰ 5′ 57″.0	27° 43′ 39″.0
	IV	15 38 .0	30 8 54 .0
	V	23 2 .0	31 59 54 .0

Neigung der Achse = 9″.9.

Aus diesen Beobachtungen lässt sich erstens der Collimationsfehler C der Absehenslinie ableiten. Berechnet man das nordwestliche Azimuth A für die Sternzeiten der Durchgänge durch den Mittelfaden (III), so findet man $A = 68° 51′ 6″$ bei Kr. N. O., oder zur Sternzeit 22ʰ 37′ 40″.5, und $A = 68° 50′ 5″$ bei Kr. S. W., oder zur Sternzeit 23ʰ 5′ 58″.0. Da aber das Azimuth des Fernrohres unverändert blieb, so kann der Unterschied in den berechneten Azimuthen nur von dem Collimationsfehler C und von der Neigung der Achse herrühren. Im Mittel ist die Neigung der Achse = 11″.0 bei Kr. N. O und = 9″.5 bei Kr. S. W.; und beidemal war das südwestliche Ende der Achse das höhere; um 22ʰ 37′ 40″.5 und 23ʰ 5′ 58 Sternzeit waren die Zenithdistanzen von *α Cephei* = 10° 15′ und 13° 34′; man bekömmt also die Bedingungsgleichung (§. 71. Seite 183.):

$$68° 51′ 6″ + \frac{11″}{tg\ 10° 15′} - \frac{C}{sin\ 10° 15′}$$

$$= 68° 50′ 5″ + \frac{9″.5}{tg\ 13° 34′} + \frac{C}{sin\ 13° 34′}$$

woraus $C = 8''.2$ in Bogen folgt, und die Abschenslinie neigt sich also von der senkrechten Linie zur Umdrehungs-Achse nach der Seite des Ocularendes der Achse hin. Folglich ist das nordwestliche Azimuth des Fernrohres $= 68^0\,51'\,23''$. In den Formeln (1) bis (5) des §. 109. Seite 299. bedeutet A das Azimuth von Norden nach Osten gerechnet; und J den Abstand, des auf der Umdrehungsachse senkrecht stehenden grössten Kreises, vom Zenithe; positiv wenn das westliche Ende der Achse das höhere ist; im vorliegenden Falle wird also $A = -68^0\,51'\,23''$ und $J = +11''$ bei Kr. N. O., $J = +9''.5$ bei Kr. S. W. Berechnen wir:

$$\sin N, = \cos\varphi \sin A;\ \operatorname{tg} M, = -\sin\varphi . \operatorname{tg} A;$$
$$N = N, + \frac{J . \sin\varphi}{\cos N,};\quad M = M, + \frac{J . \cos\varphi \cos M,}{\cos N,}$$

so kömmt $N = -28^0\,0'.3$; $M = +65^0\,53'\,10''$. Damit bestimmt man die Fädenreductionen nach der Formel:

$$\sin\tfrac{1}{2}(t, - t) = \frac{\sin F}{2\cos\delta \cos N \cos\left(M + \frac{t + t,}{2}\right)}$$

Wo F den Fadenabstand bezeichnet, und t und t, die westliche Stundenwinkel bei den Antritten des Sternes an den Mittel- und Seitenfaden bedeuten; bei der Berechnung verfährt man so wie wir oben (§. 130. Seite 373.) erklärt haben. Auf diese Weise bekommen wir die Reductionen:

bei Kr. N. O. . . . $-17'\,23''.0 - 10'\,29''.9$;
bei Kr. S. W. . . . $+\ 9'\,45''.3;\ +17'\,9''.7$.

Damit findet man den Durchgang des Sternes durch den Mittelfaden:

bei Kreis Nordost	*bei Kreis Südwest*
$20^h\ 37'\ 40''.0$ St Zeit	$23^h\ 5'\ 57''.0$ St. Zeit
40 .4	52 .7
40 .5	51 .3
in Mittel $= 20^h\ 37'\ 40''.3$	im Mittel $= 23^h\ 5'\ 53''.67$

Der parallactische Winkel q, wird nach der Formel $\sin q = \frac{\sin A \cos \varphi}{\cos \delta}$ berechnet, wo statt A sein numerischer Werth zu setzen ist, im ersten Fall wird $q = 93^\circ\ 2'$, im zweiten $q = 86^\circ\ 58$ sein. Die Correction des Durchganges, welche von der Neigung der Umdrehungsachse abhängt, ist $= \frac{-J.\cos z}{15 \cos \delta \cos q}$, wenn das westliche Ende das höhere ist, und z die Zenithdistanz bedeutet (§. 61. Seite 142.); der parallactische Winkel q ist ein stumpfer Winkel zwischen der oberen Culmination des Sternes und seiner grössten östlichen oder westlichen Ausweichung vom Meridiane.

Die Correction wegen des Collimationsfehlers C, wird ebenso wie die Fadenreduction berechnet, wenn man $F = C$ setzt; da die Reduction eines Fadens, welcher $0^\circ\ 5'\ 5''.5$ vom Mittelfaden absteht $0^h\ 9'\ 45''.3$ beträgt, so muss der Einfluss des Collimationsfehlers $C = 8''.2$ ungefähr $0'\ 0'\ 15''.7$ oder nahezu $4'$ im Bogen ausmachen; in unserem Falle muss daher die genannte Correction:

$$= \frac{\pm 8''.5}{15 \cos \delta \cos N \cos (M + t \pm 0^\circ 2')}$$

sein, wo t der westliche Stundenwinkel des Sternes beim Durchgange durch den Mittelfaden bedeutet.

Es findet sich darnach:

Durchg. durch den Mittelf.:	bei Kr. N. O.	bei Kr. S. W.
	$22^h\ 37'\ 40''.3$	$23^h\ 5'\ 53''.7$ St. Zeit
Correction wegen des Collimationsfehlers	$-21\ .4$	$-20\ .6$
Correction wegen der Neigung der Achse	$+28\ .8$	$-24\ .5$
	$22^h\ 37'\ 47''.7$	$23^h\ 5'\ 8''.6$
Scheinb. *AR* α *Cephei*	$21\ 15\ 2\ .4$	$21\ 15\ 2\ .4$
Stundenwinkel	$1^h\ 22'\ 45''.3$	$1^h\ 50'\ 6''.2$

Stundenwinkel ..... $20^\circ\ 41'\ 19''.5 = t$; $27^\circ\ 31'\ 33''.0 = t'$

$$s = \frac{t + t'}{2} = 24^\circ\ 6'\ 26''.5 \quad log\ cos = 9{,}960367$$

$$\frac{t' - t}{2} = 3\ 25\ \ 6\ .7 \quad C\ log\ sec = 0{,}000774$$

$$\delta = 61\ 57\ \ 6\ .7 \quad log\ tg\ \delta = 0{,}273445$$

$$\varphi = 59\ 46\ \ 21\ .0 \quad log\ tg\ \varphi = 0{,}234586$$

Der Beobachtungsort lag ungefähr 2″ nördlich von der Mitte der Sternwarte; folglich die Polhöhe der Sternwarte $= 59^\circ\ 46'\ 19''$, welche Bestimmung nur um 1″ von der wahren Polhöhe abweicht.

Vierter Abschnitt.

VON DER BESTIMMUNG DES AZIMUTHES EINES GEGEBENEN IRDISCHEN GEGENSTANDES.

131. Oft wird es nöthig werden den Winkel zu bestimmen, welchen der Meridian mit derjenigen Vertical-Ebene bildet, die durch den Ort des Beobachters und einen gegebenen Gegenstand geht; dieser Winkel heisst das Azimuth und misst den Bogen auf dem Horizonte, welcher zwischen dem Meridiane und der eben erwähnten Ebene liegt.

Wenn der Gegenstand dem Meridiane selbst sehr nahe liegt, so kann man sein Azimuth dadurch sehr scharf finden, dass man das Fernrohr des Instrumentes genau auf diesen Gegenstand richtet, und alsdann in beiden Lagen der Umdrehungs-Achse eben solche Beobachtungen anstellt, wie wir schon mit Hülfe des Durchgangs-Instrumentes bei der Zeit- und Azimuth-Bestimmung abgehandelt haben.

Auch kann man sehr scharf das Azimuth des Gegenstandes bestimmen, wenn er in irgend einer Vertical-Ebene liegt, die von einem in der Nähe des Welt-Poles befindlichen Sternes bei seiner täglichen scheinbaren Bahn passirt wird; denn in diesem Falle kann man die Zeit und auch das Azimuth gerade so finden, wie wir es in §. 122. und 123. Seite 331. bis 338. gezeigt haben.

Hat endlich der Gegenstand eine ganz beliebige Lage, so kann man sehr nahe dem Meridiane selbst ein Abzeichen aufstellen, und darauf das Azimuth dieses Abzeichens nach dem oben Gesagten bestimmen. Man misst darauf den horizontalen Winkel, welcher zwischen diesem Abzeichen und dem gegebenen Gegenstande eingeschlossen ist, und addirt darauf zu diesem Winkel das obige gefundene Azimuth mit seinem gehörigen Zeichen hinzu; auf diese Weise erhält man das gesuchte Azimuth des Gegenstandes.

Uebrigens genügt es in den meisten Fällen einen passenden Stern zu wählen; und zu einer beliebigen Zeit seinen Durchgang durch den verticalen Mittelfaden, zugleich aber die Niveau-Angaben zu bemerken und die Verniere an dem Horizontalkreise eines Theodoliten oder eines Universal-Instrumentes abzulesen. Es bleibt nur alsdann übrig das Azimuth des Sternes zu berechnen und den horizontalen Winkel zwischen dem gegebenen Gegenstande und dem bekannten Gestirne zu messen; die bei dieser Messung zu befolgenden Vorschriften haben wir schon früher in §. 69.—§. 72. Seite 174. bis 185. erläutert. Wenn die Sternzeit der Beobachtung $= s$, die Breite des Ortes $= \varphi$, die gerade Aufsteigung des Gestirnes $= \alpha$, und seine Declination $= \delta$ bekannt sind, so kann man leicht das Azimuth des Gestirnes $= A$ von Norden nach Osten gezählt, wenn die Polhöhe des Beobachtungsortes eine nördliche ist, oder von Süden nach Osten gezählt, wenn die Polhöhe eine südliche ist, berechnen, indem:

$$tg\ A = \frac{sin\ t}{cos\ \varphi\ tg\ \delta - sin\ \varphi\ cos\ t}, \text{ wo } t = \alpha - s \text{ ist} \quad \ldots\ldots (1).$$

Hier bezeichnet s die Sternzeit der Beobachtung ebenso wie α in Grade ausgedrückt; man braucht diese Formel vorzüglich dann, wenn A einen kleinen Werth hat. In anderen

Fällen bedient man sich statt der vorhergehenden Formel, bequemer der folgenden:

$$\left.\begin{aligned} tg\,\tfrac{1}{2}(A+q) &= \frac{cotg\,\frac{1}{2}t.\,cos\,\frac{1}{2}(\varphi-\delta)}{sin\,\frac{1}{2}(\varphi+\delta)} \\ tg\,\tfrac{1}{2}(A-q) &= \frac{cotg\,\frac{1}{2}t.\,sin\,\frac{1}{2}(\varphi-\delta)}{cos\,\frac{1}{2}(\varphi+\delta)} \end{aligned}\right\} \ldots (2).$$

worin auch das Azimuth von Norden nach Osten gezählt wird, wenn der sichtbare Weltpol der nördliche ist.

Wenn wir die Sonne beobachtet hätten, so würde t oder der östliche Stundenwinkel der Sonne gleich dem Supplemente der wahren Zeit in Graden ausgedrückt zu 360° werden, wobei vorausgesetzt ist, dass die wahre Zeit vom wahren Mittage an bis zum folgenden Mittage ununterbrochen fortgezählt wird. In unseren obigen Formeln (2) bestimmt man die gesuchten Bögen vermittelst ihrer Tangenten, und daher wenn in beiden Gleichungen, die Zähler und Nenner positiv sind, so liegen die Bögen im ersten Quadraten, wenn der Zähler positiv, der zugehörige Nenner aber negativ ist, so wird der entsprechende Bogen zwischen 90° und 180° liegen; wenn der Zähler aber negativ, und sein zugehöriger Nenner auch negativ ist, so liegt der Bogen zwischen 180° und 270°, und wenn endlich der Zähler negativ, der Nenner aber positiv ist, so liegt der Bogen zwischen 270° und 360°.

Hat man nun A gefunden, und legt es mit seinem zugehörigen Zeichen zum gemessenen horizontalen Winkel hinzu, so erhält man das gesuchte Azimuth des terrestrischen Gegenstandes.

132. Wir wollen jetzt zusehen, unter welchen Umständen man die genaueste Azimuth-Bestimmung zu erwarten hat.

Wir wollen annehmen, dass t, δ und φ kleine Fehler ∂t, $\partial \delta$ und $\partial \varphi$ enthielten, welche in A einen Fehler $= \partial A$ hervor-

bringen würden, und haben alsdann durch die Differenziation der Formel *cotg A* aus (1), die folgende Relation:

$$\partial A = \frac{\sin^2 A}{\sin^2 t}(\cos t \cos\varphi \operatorname{tg}\delta - \sin\varphi).\partial t - \frac{\cos\varphi}{\sin t}.\frac{\sin^2 A}{\cos^2\delta}.\partial\delta + \frac{\sin^2 A}{\sin t}(\sin\varphi \operatorname{tg}\delta + \cos\varphi \cos t).\partial\varphi;$$

oder auch:

$$\partial A = -\frac{\cos\delta}{\sin z}\cos q\ \partial t - \frac{\cos\varphi.\sin t}{\sin^2 z}.\partial\delta + \frac{\sin A}{\operatorname{tg} z}.\partial\varphi \ldots (3).$$

wo z die wahre Zenithdistanz des Gestirnes, und q der Winkel ist, welcher zwischen dem Höhenkreise und Declinationskreise enthalten ist. Hieraus sieht man im Allgemeinen, dass unter sonst gleichen Umständen, der Fehler in der Bestimmung des Azimuthes, mit der Abnahme der Zenithdistanzen wächst.

Für solche Sterne die dem Pole des Aequators sehr nahe sind, ist $\cos\delta$ immer eine sehr kleine Grösse, und wenn man die Beobachtungen in Gegenden anstellt, deren Breite nahmhaft von 90° verschieden ist, so wird alsdann für die eben erwähnten Sterne $\sin A$ sehr klein in Vergleich zu $\sin z$ sein; folglich sehen wir aus der Gleichung (3), dass ein kleiner Fehler im Stundenwinkel und ein kleiner Fehler in der Breite des Ortes, in solchen Fällen, wenig Einfluss auf die Azimuthbestimmung haben wird. Bei der grössten Abweichung eines Circumpolarsternes vom Meridiane, wird der Höhenkreis den täglichen Parallel des Sternes berühren, und folglich mit dem Declinationskreise einen rechten Winkel bilden; alsdann wird also $q = 90°$, und das Glied welches in (3) vom Fehler des Stundenwinkels herrührt, daher verschwinden; die Glieder dagegen, welche von dem Fehler in der Declination und in

der Breite berrühren, erreichen um diese Zeit beinahe ihre allergrössten Werthe. Es ist übrigens leicht einzusehen, dass wenn die Beobachtungen zur Zeit der grössten östlichen, sowohl als grösstem westlichen Abweichung des Sternes vom Meridiane angestellt werden, alsdann auch der Einfluss der Fehler $\partial\,\delta$ und $\partial\,\varphi$ im mittleren Resultate bei dem gesuchten Azimuthe verschwinden werden. Ebenso heben sich überhaupt diese Fehler im mittleren Resultate, welches aus Beobachtungen bei gleichen und entgegengesetzten Azimuthen abgeleitet wird, gegenseitig in jedem Falle auf; nur der eine Fehler, welcher von einer Ungenauigkeit der Sternzeit s herrührt, wird hierbei nicht weggeschaft werden können, es sei denn, dass der Stern sich in beiden Fällen in seiner grössten Abweichung befunden hätte. Im Meridiane erreicht nun dieses Glied das Maximum seines Werthes, in allen anderen Fällen wird es kleiner sein; und um so kleiner werden, je mehr die Breite des Ortes abnimmt.

Also fällt im Allgemeinen die günstigste Beobachtungszeit für einen Stern, welcher zwischen Pol und Zenith culminirt, oder dessen Declination δ grösser als die Polhöhe φ ist, mit seiner grössten Abweichung vom Meridiane, zusammen; d. h. also wenn der Stundenwinkel t durch die Gleichung;

$$\cos t = \frac{tg\,\varphi}{tg\,\delta}$$

bestimmt wird.

Wir gehen jetzt zur Betrachtung eines Gestirnes über, dessen Declination kleiner als die Polhöhe ist, und wir wollen auch in diesem Fall untersuchen, zu welcher Tageszeit ein Fehler in dem Stundenwinkel den kleinsten Einfluss auf die Azimuthalbestimmung äussert.

Es ist klar, dass dieses dann stattfinden muss, wenn die Azimuthänderung nach der Zeit ein Minimum sein wird; dieses

analytisch ausgedrückt, heisst aber so viel, als dass die numerische Grösse vom $\frac{dA}{dt}$ ein Minimum werden soll, und man weiss nach den Grundsätzen des Differenzialcalcüls, dass alsdann $\frac{d^2A}{dt^2} = 0$ sein muss *). Es ist aber $\frac{dA}{dt} = -\frac{\cos\delta}{\sin z}\cos q$, und wenn wir $z = 90 - h$ setzen, wo h die Höhe des Gestirnes bedeutet, so wird nach §. 6. Seite 15:

$$\cos q = \frac{\sin\varphi - \sin\delta\sin h}{\cos h\cos\delta};\quad \cos h\,\frac{dh}{dt} = -\sin t.\cos\varphi\cos\delta;$$

folglich:
$$\frac{dA}{dt} = -\frac{(\sin\varphi - \sin\delta\sin h)}{\cos^2 h}$$

$$\frac{d^2A}{dt^2} = -\frac{(2\sin\varphi\sin h - \sin\delta - \sin\delta\sin^2 h)}{\cos^4 h}.\cos h.\frac{dh}{dt}$$

---

*) Es ist weit allgemeiner, die Bedingung des Minimums durch die Gleichung: $\frac{d\left(\frac{dA}{dt}\right)^2}{dt} = 0$ auszudrücken; diese Gleichung ist gleichbedeutend mit $\frac{dA}{dt}.\frac{d^2A}{dt^2} = 0$ und zerfällt also in zwei andere: $\frac{dA}{dt} = 0$ und $\frac{d^2A}{dt^2} = 0$; die erste gilt für diejenigen Sterne, welche zwischen Pol und Zenith culminiren und da $\frac{dA}{dt} = -\frac{\cos\delta}{\sin z}\cos q$, so ist die günstigste Zeit für die Azimuthbestimmung dann, wenn $q = 90^0$, oder wenn $\cos t = tg\,\varphi\,cotg\,\delta$; t wird hier imaginär wenn $\delta < \varphi$ ist; in solchen Fällen wird die Bedingung des Minimums durch die Gleichung $\frac{d^2A}{dt^2}$ ausgedrückt, welche im Texte weiter entwickelt ist. Diese Bemerkung verdanken wir dem Hr. Knorre.

$$\frac{d^2 A}{dt^2} = -\frac{(2 \sin\varphi \sin h - \sin\delta - \sin\delta \sin^2 h) \sin t \cos\varphi \cos\delta}{\cos^4 h}$$

Die Bedingung: $\frac{d^2 A}{dt^2} = 0$, schliesst sowohl ein Maximum als auch ein Minimum des Werthes $\frac{dA}{dt}$ in sich; wir wissen, aber dass $\frac{dA}{dt}$ ein Maximum im Meridian wird, d. h. wenn also $\sin t = 0$ ist; folglich haben wir als Bedingung eines Minimums, die nachfolgende Gleichung:

$$2 \sin\varphi \sin h - \sin\delta - \sin\delta \sin^2 h = 0, \text{ oder auch:}$$

$$\sin h = \frac{\sin\varphi}{\sin\delta}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\sin^2\delta}{\sin^2\varphi}}\right);$$

wir dürfen das positive Zeichen (+) bei der Quadratwurzel nicht brauchen, weil $\sin h < 1$ sein muss; ferner muss noch die Declination gleichnahmig mit der Breite sein, denn im entgegengesetzten Falle würde h negativ und daher $\frac{dA}{dt}$ kein Minimum werden können. Wenn aber die Höhe des Gestirnes im ersten Vertical $= h'$ ist, so wissen wir, dass alsdann $\sin h' = \frac{\sin\delta}{\sin\varphi}$, folglich werden wir erhalten:

$$\sin h = \frac{1 - \cos h'}{\sin h'}, \text{ oder } \sin h = tg \tfrac{1}{2} h',$$

d. h. die Azimuthänderung eines Gestirnes ist alsdann ein Minimum in Beziehung auf die Zeit, wenn der Sinus der Höhe des Gestirnes gleich der Tangente der halben Höhe des Gestirnes im ersten Verticale sein wird, und alsdann verursacht also ein

kleiner Fehler im Stundenwinkel, den allerkleinsten Einfluss auf die Azimuthbestimmung.

133. Die Art und Weise wie man die Beobachtungen anstellen muss, wurde umständlich in §§. 65 bis 70. Seite 162 bis 180. erörtert. Wenn man einen Stern, der dem Pole des Aequators sehr nahe ist, beobachtet, so muss man, um nicht viel Zeit zu verlieren nur seinen Durchgang durch den Mittelverticalfaden beobachten; bei der Beobachtung eines anderen Sternes dagegen, kann man seine Durchgänge durch alle Fäden bemerken, und diese alsdann auf den Mittelfaden reduciren; übrigens kann man auch in diesem Falle sich meistens mit der Beobachtung des Antrittes an den Mittelfaden begnügen, denn in den meisten Winkelmess-Instrumenten ist die Genauigkeit der Gradtheilung und die Ablesung der Verniere lange nicht so genau, wie die Beobachtung der Zeit des Durchganges, eines nur einigermaassen vom Pole entfernten Sternes, auch wenn man nur den Antritt an einen Verticalfaden beobachtet.

Aus dem eben gesagten, kann man nun folgende allgemeine Vorschriften ableiten, die man stets bei der Bestimmung des Azimuthes im Auge behalten muss:

1stens Muss man vorzugsweise solche Sterne beobachten, deren Polardistanz klein ist, und sollte die Zeit nicht sehr genau bestimmt sein, so muss man, wenn es thunlich ist, diese Sterne in der Gegend ihrer allergrössten Abweichung von Meridiane beobachten, denn alsdann wird ein Fehler im Stande des Chronometers von 2″ und noch mehr, beinahe gar keinen Einfluss haben. Die Sterne α, δ im kleinen Bären sind diejenigen, welche man auf unserer nördlichen Halbkugel hierzu gewöhnlich, benutzt.

2tens Wenn man einen vom Pole des Aequators entfernten Stern oder auch die Sonne beobachtet, und diese Gestirne positive Declination haben, so ist es am besten, die Beobach-

tungen vor ihrem östlichen oder nach ihrem westlichen Durchgange durch den ersten Vertical anzustellen, nämlich zu der Zeit, wenn die Azimuthänderung nach der Zeit ein Minimum ist; aber sollte alsdann das Gestirn in der Nähe des Zenithes sein, so muss man eine andere passendere Zeit zum Beobachten wählen, wenn die Höhe des Gestirnes kleiner geworden ist, denn mit der Zunahme der Höhe vergrössert sich auch der Fehler des Azimuthes; man muss auch eben so vermeiden, das Gestirn zu nahe am Horizonte zu beobachten, weil alsdann das Bild des Sternes im Fernrohre, undeutlich und unruhig erscheinen wird. Wenn das Gestirn eine negative Declination hat, so ist es ebenfalls vortheilhaft, dieses Gestirn je nach den Umständen, in einiger Entfernung vom Meridiane zu beobachten, jedoch wird in diesem Falle der Unterschied der Genauigkeit nicht sehr gross sein.

3tens Um den Einfluss der Ungenauigkeit in der Declination und der Breite des Ortes, auf die Azimuthbestimmung zu vernichten, muss man die Beobachtungen bei gleichen und entgegengesetzten Azimuthen anstellen.

4tens Die Angaben der Verniere am Horizontalkreise, muss man vorher vom Einflusse des Collimationsfehlers, den man durch die Beobachtung eines irdischen Gegenstandes herleitet, und ebenso vom Einflusse der Neigung der horizontalen Umdrehungs-Achse gegen den Horizont $= J$, befreien. Aus §. 66. Seite 165. erhellt es, dass wenn die Theilung auf dem Horizontalkreise von links nach rechts zunimmt, so muss man $J \cot g z$ zur Vernier-Ablesung zulegen, sobald man einen Polarstern beobachtet, und das Westende der Achse (oder das linke) höher als das Ostende liegt; dagegen wird für einen südlichen Stern diese Correction $J \cot g z$ auf der nördlichen Halbkugel positiv, wenn das Ostende höher als das Westende liegt.

Beispiel. In dem folgenden Paragraphen (§. 134. Seite 402.) werden wir ein sehr belehrendes Beispiel zur Bestim-

mung des Azimuthes eines terrestrischen Gegenstandes vermittelst des Polarsternes geben, und wollen daher hier nur ganz kurz ein Beispiel anführen, um zu zeigen, wie man das Azimuth eines Objectes, durch Beobachtungen der Sonne bestimmen kann.

Am 25sten August 1837, wurde in der Nähe von Ekatherinograd, das Azimuth des Kasbeks, eines Berges im Kaukasus, durch Beobachtungen der Sonne an einem Universal-Instrumente, bestimmt.

Die östliche Länge des Beobachtungsortes von Greenwich, kann man $= 2^h\ 57'\ 12'$, in Zeit annehmen, und aus den gemessenen Höhen der Sonne und mehrerer Sterne, wurde die Breite dieses Ortes $= \varphi = 45^0\ 45'\ 47''.2$ gefunden. Am 25sten August 1837 um $6^h\ 4'\ 44''.80$ mittlere Zeit zu Ekatherinograd, zeigte das Chronometer $5^h\ 46'\ 0''$, und die tägliche Voreilung des Chronometers, um diese Epoche herum, gegen mittlere Zeit betrug $7''.2$. Ein Theil des Niveaus an der horizontalen Umdrehungs-Achse war $= 4''.46$ in Bogen, und der Kasbek befand sich ungefähr in einer Entfernung von 16 Meilen vom Beobachtungsorte.

Die Beobachtungen wurden in beiden Lagen des Instrumentes und an beiden Rändern der Sonne angestellt; die Antritte wurden nur am Mittelfaden beobachtet, und nach der Beobachtung des Isten Randes der Sonne, wurden sogleich die Angaben des Niveaus, an der horizontalen Umdrehungs-Achse befindlich, und auch die Angaben der Verniere am Horizontalkreise abgelesen, denn dieses musste geschehen, ehe noch der IIte Rand der Sonne den Mittelfaden erreichte, welcher alsdann bei unveränderter Lage des Instrumentes beobachtet wurde; aber vor der Beobachtung dieses Durchganges, wurde das Niveau, auf der horizontalen Umdrehungs-Achse umgestellt, so dass also auf diese Weise eine Ablesung der Verniere am Horizontalkreise, beiden Beobachtungen der Sonnenränder, und beiden Niveau-Ablesungen entspricht.

Vor jeder Beobachtung der Sonne und des irdischen Gegenstandes, versicherte man sich mit Hülfe des Versicherungs-Fernrohres, dass das Instrument auch seine Lage nicht geändert hatte und ausserdem ist noch zu bemerken, dass alle Theile des Instrumentes, mit Ausnahme des Fernrohres, sich im Schatten befanden.

Vertical-Kreis	Object	Chronometer-Zeit	Niveau-Ablesung links	Niveau-Ablesung rechts	Mittel der Ablesungen am Horizont. Kreis	Genäherte Zenithdistanz = z
Rechts	Gipfel des Kasbeks	.....	.....	.....	156° 58′ 30″ — — 34	88° 8′.0
			Theile			
	I Rand ⊙	5ʰ 38′ 27″.5	0.0	5.6	264 47 22	81 39 .7
	II Rand ⊙	5 41 35 .5	2.1	3.6		82 12 .3
			$J = -7''.2$			
Links	I Rand ⊙	5ʰ 44′ 34″.0	1.5	2.2	85° 49′ 8″	82° 43′.3
	II Rand ⊙	5 47 41 .5	3.2	1.4		83 15.7
	Gipfel des Kasbeks	....	$J = +1''.2$		336 58 16 — — 18	88 8.0

Aus den Beobachtungen des terrestrischen Gegenstandes, wurde der Collimationsfehler $= C = 7''.5\ sin\ 88° 8'$ oder beinahe $= 7''.5$ gefunden; er ist positiv wenn der Verticalkreis nach links umgelegt ist.

Aus der angenommenen Länge des Ortes der Beobachtung und dem oben angegebenen Stande und Gange des Chronometers, wurden für die Zeiten, die den Mitten der Sonnenbeobachtungen entsprechen, d. h. für 5ʰ 40′ 1″.5 und 5ʰ 46′ 7″.7 Chronometerzeit, die zugehörigen mittleren Greenwicher Zeiten 3ʰ 1′ 56″.5 und 3ʰ 7′ 42″.5 gefunden; hierfür findet man nun aus dem Nautical Almanac für 1837; die Declinationen der Sonne: $\delta = +10° 43' 31''.8$ und $\delta = +10° 43' 26''.2$; den Sonnenhalbmesser $= 15' 51''.2 = 951''.2$ und die Zeitgleichung $= 1' 50''.71$, welche von mittlerer Zeit abzuziehen ist, um sie in wahre Sonnenzeit zu verwandeln. Auf diese

Weise haben wir daher aus den Beobachtungen in beiden Lagen des Instrumentes:

	Verticalkreis rechts	*Verticalkreis links*	
Durch-gang	I Rand ⊙ um $5^h\ 38'\ 27''.5$	$5^h\ 44'\ 34''.0$	Chrono-meterzeit
	II Rand ⊙ um $5\ 41\ 35.5$	$5\ 47\ 41.5$	
Mittel	$5^h\ 40'\ 1''.50$	$5^h\ 46'\ 7''.75$	
Chronometerfehler	$+\ 18\ 44\ .83$	$+\ 18\ 44\ .80$	
Zeit-Gleichung	$-\ 1\ 50\ .71$	$-\ 1\ 50\ .71$	
Wahre Zeit	$= 5\ 56'\ 55''.62 = -t;$	$6^h\ 3'\ 1''.84 = -t;$	

$$\tfrac{1}{2}t = -44^\circ\ 36'\ 57''.2 \qquad \tfrac{1}{2}t = -45^\circ\ 22'\ 43''.8$$
$$\delta = +10\ \ 43\ \ 31\ .8 \qquad \delta = +10\ \ 43\ \ 26\ .2$$

$\varphi = 45^\circ\ 45'\ 47''.2$; folglich haben wir nach Formel (2) §. 131. Seite 389.; zur Bestimmung des Azimuthes A:

$$\tfrac{1}{2}(A+q) = 295^\circ\ 13'\ 36''.2 \ldots\ 295^\circ\ 49'\ 10''.5$$
$$\tfrac{1}{2}(A-q) = 342\ \ 2\ 28\ .4 \ldots\ 342^\circ\ 29\ \ 1\ .5$$
$$A = 277^\circ\ 16'\ 4''.6 \ldots\ 278^\circ\ 18'\ 12''.0$$

Für die Sonnenbeobachtungen fand man folgende Vernier-Ablesungen am Horizontalkreise:

I^ste Lage des Instrumentes		II^te Lage des Instrumentes
	$264^\circ\ 47'\ 22''.0$	$85^\circ\ 49'\ 8''.0$
$-\frac{951''.2}{\sin 81^\circ 39'.7} + \frac{951''.2}{\sin 82^\circ 12''.3}$	$= -1\ .3$	$\ldots\ldots = -1\ .1$
$J\ cotg\ 82^\circ 56'\ \ldots\ldots$	$= -1\ .1$	$J\ cotg\ 83^\circ 0'\ \ldots = +0\ .1$
$C = \mp 7.5;\ \frac{C}{\sin 81^\circ 51'}\ \ldots$	$= -7\ .6$	$\frac{C}{\sin 83^\circ 0'}\ \ldots = +7\ .6$
Verbesserte Ablesung	$360^\circ + 264^\circ 47' 12''.0$	$360^\circ + 85^\circ 49' 14''.6$
Nordöstliches Azimuth ⊙	$= 277^\circ 16'\ 4''.6$	$278\ 18\ 12\ .0$
Nordpunkt des Horizont.	$= 347^\circ 31'\ 7''.4$	$167^\circ 31'\ 2''.6$
Kasbek $+\frac{C}{\sin 88^\circ 8'}$	$= 360^\circ + 156\ 58\ 24\ .5$	$336\ 58\ 24\ .5$
Azimuth des Kasbeks	$\ldots\ 169^\circ 27' 17''.1$	$169^\circ 27' 21''.9$

Hieraus folgt für das Nordöstliche Azimuth des Kasbeks, vom Beobachtungsorte aus gezählt, aus dem Mittel beider gefundenen Werthe:

$$169^0\ 27'\ 19''.5 - 0.68\ \partial t + 0.73\ \partial\delta + 0.13\ \partial\varphi,$$

wo ∂t, $\partial\delta$ und $\partial\varphi$ die Fehler bedeuten, welche in den angenommenen Werthen von t, δ und φ enthalten sein können; setzt man $\partial t = \pm 15''$ in Bogen oder $\pm 1''$ in Zeit, so würde der dadurch entstehende Fehler im Azimuthe $= \mp 10''.2$ werden, und folglich müsste in diesem Falle die Zeit sehr genau bestimmt gewesen sein, um das Azimuth des Kasbeks mit genügender Genauigkeit zu finden.

Bestimmung der Zeit und des Azimuthes, aus den gemessenen Azimuth-Unterschieden von Gestirnen.

134. Wir haben gesehen, dass ein Stern sein Azimuth am schnellsten in der Nähe des Meridianes ändert, wenn aber die Polardistanz des Sternes gross ist, so wird selbst noch bei einer bedeutender Abweichung des Sternes vom Meridiane, diese Veränderung sehr merklich sein. So wird sich zum Beispiel das Azimuth eines Sternes im ersten Verticale sich in einer Zeitsecunde um $15'' \sin\varphi$ in Bogen ändern; und folglich kann man an allen Orten, deren Breite $= \varphi$ gross ist, den Durchgang dieses Sternes durch die verschiedenen Vertical-Ebenen zwischen dem Meridiane und dem ersten Verticale, mit hinreichender Genauigkeit beobachten. Hierauf gründet sich nun die Methode, welche Struve zur Zeit- und Azimuthbestimmung vorgeschlagen hat *).

*) Breiten-Gradmessung in den Ostsee-Provinzen Russlands. T. I. Seite 104, 317—519.

Um mit dem einfachsten Falle zuerst anzufangen, wollen wir annehmen, dass das Azimuth irgend eines terrestrischen Gegenstandes genau bekannt sei, und dass wir den horizontalen Winkel, welcher zwischen diesem Gegenstande und einem bekannten Gestirne eingeschlossen ist, gemessen, und dabei die entsprechende Angabe des Chronometers beobachtet hätten; legt man alsdann mit dem zugehörigen Zeichen des Azimuth des Gegenstandes zum gemessenen Winkel hinzu, so erhält man das Azimuth des Gestirnes. Es sei nun dieses Azimuth von Süden nach Westen gezählt $= a$, die Breite des Orts sei $= \varphi$, die scheinbare gerade Aufsteigung und Abweichung des Gestirnes sei α und δ, und der westliche Stundenwinkel des Gestirnes $= t$, so erhalten wir alsdann:

$$\sin q = \cos \varphi \sec \delta \sin a,$$

$$tg \tfrac{1}{2} t = \frac{\cos \frac{1}{2}(\varphi - \delta)}{\sin \frac{1}{2}(\varphi + \delta)} tg \tfrac{1}{2}(a - q),$$

$$\text{oder } tg \tfrac{1}{2} t = \frac{\sin \frac{1}{2}(\varphi - \delta)}{\cos \frac{1}{2}(\varphi + \delta)} tg \tfrac{1}{2}(a + q);$$

drückt man darauf α und t in Zeit aus, so findet man, dass die Sternzeit der Beobachtung $s = \alpha + t$.

Hierbei hängt die Genauigkeit der Zeitbestimmung von der genauen Bestimmung des angenommenen Azimuthes des terrestrischen Gegenstandes ab; aber um so näher der beobachtete Stern am Meridiane, und um so kleiner seine Zenithdistanz ist, desto geringer wird der Einfluss eines Fehlers im angenommenen Azimuthe, auf die Zeitbestimmung sein.

Wenn aber das Azimuth eines beliebigen terrestrischen Gegenstandes unbekannt sein sollte, so muss man den horizontalen Winkel messen, welcher zwischen zwei Sternen enthalten ist, von denen der eine nahe dem Pole des Aequators, der andere aber eine bedeutende Polardistanz haben muss; gewöhnlich kann man hierzu den Polarstern mit einem nicht weit vom Zenithe entfernten Stern verbinden oder mit

einem Sterne, dessen Declination nicht viel kleiner als die Breite des Ortes ist und der sich alsdann nicht allzuweit vom Meridiane befindet.

Man kann stets annehmen, dass die Sternzeit der Beobachtung bis auf 2 oder 3 Minuten in Zeit bekannt ist, und in §. 54. Seite 118. haben wir gesehen, dass es sehr leicht ist, die genäherte Zeit der Beobachtung noch genauer zu bestimmen. Man sucht nun zuerst das Azimuth des Polarsternes, welches der genäherten Zeit entspricht. Wegen der sehr langsamen scheinbaren täglichen Bewegung dieses Sternes, wird jedoch ein Fehler in der Zeitbestimmung, keinen sehr merklichen Einfluss auf sein Azimuth hervorbringen. Dieses gefundene Azimuth legt man zum horizontalen gemessenen Winkel zwischen den beiden Sternen, mit gehörigem Zeichen hinzu, und erhält auf diese Weise das genäherte Azimuth des vom Pole entfernteren Sternes. Hieraus findet man nun die Zeit der Beobachtung mit grösserer Genauigkeit, als bei der früheren Annahme; und wenn man darauf wiederum das Azimuth des Polarsternes berechnet, und alle Rechnungen wiederholt, so wird man selten drei Aproximationen nöthig haben, um die Zeit so genau als möglich zu bestimmen. Beinahe immer genügt es, mittelst Proportional-Theile die, den Aenderungen des Azimuthes, entsprechenden Zeitänderungen zu bestimmen.

Beispiel. Wir nehmen hierzu einige Beobachtungen, die Struve auf der Insel Hogland am 15ten August 1826 angestellt hat.

Zuerst wurde mittelst der Sonne die Zeit und der Ort des Meridianes auf dem Horizontalkreise bestimmt, damit man bei Tage noch, die zu beobachtenden Sterne auffinden konnte. Zwischen den beiden Sternen *α Bootis* (Arcturus) und *α Ursae minoris* (Polaris), welche zu den Beobachtungen gewählt wurden, und einem entfernten irdischen Signale, mass man hierauf mehrere horizontale Winkel an einem Instrumente, dessen Fernrohr auf der Mitte der horizontalen Umdrehungsachse befestigt war. Beim Niveau, welches zur

Bestimmung der Neigung dieser Achse diente, war der Nullpunkt der Theilung am Ende der glässernen Röhre, und daher müssen wir die Vorschriften befolgen die in §. 48. Seite 99. auseinandergesetzt wurden; ein Niveautheil = 2″.66 in Bogen.

Das benutzte Chronometer verspätete sich täglich gegen Sternzeit um 3′ 51″.45 in Zeit, und um 6ʰ 27′ Chronometer-Zeit kann man die ungefähre Sternzeit = 16ʰ 20′ annehmen. Die Breite des Beobachtungsortes = φ = 60° 4′ 27″.

	Scheinbare gerade Aufsteigung	Scheinbare nördliche Declination
Polaris	0ʰ 59′ 20″.91	88° 22′ 52″.1
Arcturus	14 7 45 .71	20 5 29 .0

Die folgende Tabelle enthält die Beobachtungen selbst:

Höhen-Kreis	Object	Chronometer-Zeit	Ablesung am Horizontalkreis	Niveau-Ablesung	Genäherte Zenithdistanz = z
Rechts	Arcturus	4ʰ 9′35″.6	22°19′59″.3	im Westen von 26.0 bis 57.0	40° 3′
,,	,,	12 21 .2	23 20 45 .3	im Osten von 21.4 bis 52.0	40 2
,,	Signal	. . . . .	179 58 51 .5	oder östlich	. . . .
,,	,,	. . . . .	47 .0	J = 6″.4	. . . .
Links	Signal	. . . . .	359°57′44″.0	im Osten von 23.0 bis 53.6	. . . .
,,	,,	. . . . .	45 .0	im Westen	. . . .
,,	Arcturus	4ʰ 34′26″.2	211 23 33 .0	von 23.3 bis 54.4	40° 7′
,,	,,	39 14 .4	213 8 12 .0	oder östlich J = 0″.7	40 13
Links	Signal	. . . . .	359°57′43″.0	im Osten von 22.5 bis 56.3	. . . .
,,	,,	. . . . .	46 .0	im Westen	. . . .
,,	Polaris	6ʰ 23′ 0″.8	26 23 47 .0	von 21.6 bis 55.7	31° 1′
,,	,,	26 50 .0	26 26 0 .8	oder östlich J = 1″.7	31 0
Rechts	Polaris	6ʰ 33′45″.6	206°31′39″.8	im Westen von 25.8 bis 60.4	30° 58′
,,	,,	36 56 .2	206 33 21 .0	im Osten	30 57
,,	Signal	. . . . .	179 58 51 .3	von 16 4 bis 51.0	. . . .
,,	,,	. . . . .	51 .8	oder westlich J = 10″.5	. . . .

Es wird nun verlangt aus diesen Beobachtungen die genaue Uhrcorrection gegen Sternzeit und das Azimuth des Signales herzuleiten. Zuerst findet man, dass als man nach dem Signale visirte, und der Höhenkreis nach rechts umgelegt war, die Ablesung auf dem Horizontalkreise $= 179^{\circ}\,58'\,50''.4$ war, dagegen war bei der Umlegung nach links diese Ablesung $= 359^{\circ}\,57'\,44''.5$. Da nun das Fernrohr auf der Mitte der horizontalen Umdrehungs-Achse befestigt war, so folgt offenbar, dass der doppelte Collimationsfehler $= 2\,C = 65''.9$ oder $C = 32''.95$ ist, und bei Höhenkreis rechts negativ zu nehmen ist; nun fand ihn aber Struve durch die Beobachtung eines anderen irdischen Abzeichens etwas grösser, und die Mittelzahl beider Bestimmungen giebt dafür $C = 34''.15$ in Bogen.

Mit dem genäherten Chronometerfehler, berechnet man nun das Azimuth des *Polaris*, und findet daraus alsdann, dass das nordöstliche Azimuth des Signales ungefähr $= 335^{\circ}\,56'\,2''.3$ war; dadurch bestimmt man das Azimuth von *Arcturus*, und mit Hülfe dieses letzteren Azimuthes die ihm entsprechende Sternzeit; nach einer leichten Rechnung findet man alsdann, dass um $6^{h}\,26'\,50''.8$ Chronometerzeit, die Sternzeit $= 16^{h}\,20'\,40''.5$, oder dass die Uhrcorrection $= +\,9^{h}\,53'\,49''.7$ war; bei der ersten Berechnung haben wir aber dafür $9^{h}\,53'$ angenommen, und folglich bei dieser Annahme, einen Fehler $= 49''.7$ begangen. Berechnet man nun nochmals das Azimuth des Polarsternes, so findet man das entsprechende nordöstliche Azimuth des Signales $= 335^{\circ}\,56'\,30''.1$, oder um $27''.8$ grösser als vorher. Diese Aenderung im Azimuthe entspricht eine Aenderung im Stundenwinkel des *Arcturus* von sehr nahe $1''.3$ in Zeit, und daher wird alsdann die Uhrcorrection $= +\,9^{h}\,53'\,51''.0$ werden, welche aber schon so nahe an den dafür bei der zweiten Berechnung angenommenen Werth liegt, dass wir den noch jetzt übrig bleibenden Fehler, leicht durch proportionale Theile finden können, denn da einer Aenderung von

49″.7 in der Uhrcorrection eine Aenderung = 27″.8 im Azimuthe des Polarsternes entspricht, so wird ein Fehler in der Zeit = 1″.3, eine Aenderung des Azimuthes = 0″.7 zur Folge haben, und daher endlich das genaue Azimuth des Signals = 335° 56′ 30″8 werden.

Die ganze Anordnung der Rechnung legen wir hier in Gestalt einer Tafel vor; hierbei nehmen wir die Breite des Ortes und die scheinbare Lage der Sterne zur Zeit der Beobachtung so an, wie sie oben angegeben sind. Ferner wollen wir annehmen, dass um $6^h\,26'\,50''.8$ Chronometerzeit, die Uhrcorrection $= +\,9^h\,58'\,50''.65$ gegen die Sternzeit s war, und dass jede Chronometer-Stunde $= 1^h + 9''.65$ in Sternzeit, bezeichnen wir alsdann den Stundenwinkel $\alpha - s$ durch t, so finden wir für den Polarstern nach Formel (1). §. 131. Seite 388:

$t = \alpha - s$	Nordöstliches Azimuth	Höhen-Kreis	Ablesung am Horizon.-Kr.	$\frac{J}{tg\,z}$	$\frac{C}{\sin z}$	Verbesserte Ablesung
h ′ ″	° ′ ″		° ′ ″	″	′ ″	° ′ ″
−15 17 30.0	2 23 9.1	Links	26 23 47 0	− 2.8	+1 6.3	26 24 50.5
−15 21 20 6	2 25 17.0	Links	26 26 0.8	− 2 8	+1 6.4	26 27 4.3
−15 28 16 5	2 29 1 2	Rechts	206 31 39.8	+17.5	−1 6.4	206 30 50.9
−15 31 27 6	2 30 41 8	Rechts	206 33 21 0	+17 5	−1 6.4	206 32 32.1

Hieraus findet man, dass der entsprechende Nordpunkt auf dem Horizontalkreise der Vernier-Ablesung = 24° 1′ 44″.4 alsdann entspricht, wenn der Höhenkreis links, und dass diese Ablesung = 204° 1′ 50″.0 sein wird, wenn der Höhenkreis rechts ist; aber wenn man die Kreisablesungen, als das Fernrohr auf das Signal gerichtet war für den Collimationsfehler verbessert, so findet man bei Höhenkreis links 359° 58′ 18″.6 und bei Höhenkreis rechts 179° 58′ 17″.4, folglich wird das nordöstliche Azimuth des Signales = 335° 56′ 30″.8 werden. Aus einigen anderen Beobachtungen fand Struve dieses Azimuth etwas kleiner, und das Mittel aller Bestimmungen

$= 335^{\circ}\ 56'\ 28''.5$. Diesen Werth wollen wir für die Berechnung des Azimuthes des *Arcturus* beibehalten; und die Resultate der Rechnung in folgender Tafel zusammenstellen.

Höhen-Kreis	Horizontal-Kreis-Ablesung	$\frac{J}{tg\,z}$	$\frac{C}{\sin z}$	Verbesserte Ablesung	Ort des Südpunkts	Südwestliches Azimuth *Arcturs* $= a$
	° ′ ″	″	″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
Rechts	22 19 59.3	− 7 4	−53.1	22 18 58.8	24 1 48.3	− 1 42 49.5
	23 20 45.3	− 7.4	−53.1	23 19 44.8		− 0 42 3 5
Links	211 23 38.0	− 0 9	+52.9	211 24 25.0	204 1 48.3	+ 7 22 36.7
	213 8 12 0	− 0.9	+52.8	213 9 3.9		+ 9 7 15.6

Mit diesen Azimuthen wurden nun nach den oben angegebenen Formeln §. 134. Seite 400. die Stundenwinkel $= t$ berechnet, von Süden nach Westen gezählt. Legt man hierauf zu diesen Stundenwinkeln die gerade Aufsteigung von *Arcturus* $= \alpha$ hinzu, so erhält man die Sternzeiten s, und vergleicht man alsdann die beobachteten Chronometerzeiten mit diesen Sternzeiten, so erhält man dadurch den Stand des Chronometers gegen Sternzeit, wie in folgender Tafel zu sehen ist:

Westlicher Stunden-Winkel in Zeit $= t$	Sternzeit $= \alpha + t$	Chronom. Zeit	Uhrcorrection des Chronometers gegen Sternzeit
h ′ ″	h ′ ″	h ′ ″	h ′ ″
−0 4 41.43	14 3 4.28	1 9 35 6	+9 53 28.68
−0 1 55.10	14 3 50.61	12 21.2	29.41
+0 20 13.63	14 27 59.34	34 26.2	33.14
+0 25 2 10	14 32 47.44	39 14.4	33 41

Hieraus findet man für das Mittel der Chronometerzeiten $4^h\ 23'\ 54''.35$, den entsprechenden Stand des Chronometers $= + 9^h\ 53'\ 31''.16$.

Um nun die Genauigkeit der Zeitbestimmung beurtheilen zu können, muss man vermittelst des bekannten Ganges des Chronometers, jeden einzelnen der gefundenen Chronometerfehler auf eine feste Epoche reduciren, wozu wir das Mittel aus den Chronometerzeiten $= 4^h\ 23'\ 54''.35$ annehmen können; berechnet man also auf diese Weise jede einzelne Beobachtung des *Arcturus*, so findet man folgende Chronometerfehler:

	Abweichung vom Mittel
$+9^h\ 53'\ 30''.98$	$-0''.18$
31 .26	$+0$ .10
31 .45	$+0$ .29
30 .95	-0 .21

Mittel $= +9^h\ 53'\ 31''.16$ für $4^h\ 23'\ 54''.35$ Chronometerzeit

Der Werth des mittleren zufälligen Fehlers einer Beobachtung übersteigt in diesem Falle nicht $0''.19$ in Zeit; wenn aber die Beobachtungen in beiden Lagen des Instrumentes angestellt werden, so werden die Einflüsse aller constanten Fehler des Instrumentes sich gegenseitig aufheben, und nur ein Fehler in dem angenommenen Werthe des Azimuthes des Signals, wird einen bleibenden Fehler in der Zeitbestimmung verursachen. Bei der Untersuchung des mittleren zufälligen Fehlers, welchem man bei der Zeitbestimmung aus Azimuthbeobachtungen unterworfen ist, hat Struve gefunden, dass in Gegenden, deren Breite gross ist, wie zum Beispiel $= 60°$; eine einzige Azimuthbeobachtung eben so viel Genauigkeit, als die Messung von 8 Zenithdistanzen eines Sternes im ersten Verticale gewährt. Aber Struve hat zugleich bemerkt, dass selbst an Orten die eine kleinere Breite haben, und sogar noch unter dem Aequator, man diese Methode aus gemessenen Azimuthen die Zeit zu bestimmen, noch mit Vortheil anwenden kann. In diesem letzteren Falle aber, werden die am Pole gelegenen Sterne sich immer am Horizonte befinden, und desshalb schwer zu beobachten sein, jedoch macht diess nichts aus, denn unter dem Aequator, wird das Azimuth der Sterne, deren Declinationen klein sind, sich sehr langsam ändern, so dass man einen solchen Stern statt des Polarsternes bei der Azimuthbestimmung brauchen kann; verbindet man alsdann mit diesem Sterne, einen anderen, dessen Declination bedeutend grösser sein muss, so wird man immer die Zeitbestimmung mit einer genügenden Genauigkeit machen können.

Anmerkung über den Einfluss der täglichen Aberration.

135. Wenn α die gerade Aufsteigung und δ die Declination eines Sternes bezeichnen, so ist es bekannt, dass die tägliche Aberration die gerade Aufsteigung des Sternes um den kleinen Bogen:

$$\partial\alpha = 0''.31 \cos\varphi \sec\delta \cos(s-\alpha);$$

und die Declination um den kleinen Bogen:

$$\partial\delta = 0''.31 \cos\varphi \sin\delta \sin(s-\alpha)$$

vergrössert, wo s die in Graden ausgedrückte Sternzeit der Beobachtung ist. Häufig vernachlässigt man diese Correction wegen ihrer Kleinheit; um aber ihren Einfluss auf das Azimuth A und die Zenithdistanz z zu bestimmen, wollen wir $s-\alpha = t$ setzen, und die Azimuthe vom Norden nach Osten von 0^0 bis 360^0 zählen, dann hat durch die Differenziation der Gleichungen (2) und (3) §. 6. Seite 15. nach z, A, t und δ, die folgenden Ausdrücke:

$$\sin A \cos z\,\partial z + \cos A \sin z\,\partial A = -\cos\delta\cos t\,\partial t + \sin\delta\sin t\,\partial\delta$$

$$\cos A\cos z\,\partial z - \sin A\sin z\,\partial A = +\cos\delta\cos\varphi\,\partial\delta + \sin\varphi\cos t\sin\delta\,\partial\delta + \sin\varphi\cos\delta\sin t\,\partial t.$$

Es sei der Kürze wegen $0''.31\cos\varphi = \lambda$, setzt man dann statt $\partial\alpha$ und $\partial\delta$ ihre obigen Werthe, so erhält man, indem man zugleich $\partial t = -\partial\alpha$ setzt:

$$\sin A \cos z\, \partial z + \cos A \sin z\, \partial A = \lambda - \lambda \cos^2 \delta \sin^2 t$$
$$= \lambda - \lambda \sin^2 z \sin^2 A$$
$$\cos A \cos z\, \partial z - \sin A \sin z\, \partial A =$$
$$= + \lambda \sin t \cos \delta (\cos \varphi \sin \delta \quad \sin \varphi \cos t \cos \delta ;$$
$$\cos A \cos z\, \partial z - \sin A \sin z\, \partial A = \lambda \sin t \cos \delta \sin z \cos A$$
$$= - \lambda \sin^2 z \cos A \sin A.$$

Aus diesen Gleichungen findet man leicht:

$$\partial z = \lambda \cos z \sin A; \text{ und } \sin z\, \partial A = \lambda \cos A.$$

Hieraus erhellt es, dass die Correction des Azimuthes, welche vom Einflusse der täglichen Aberration herrührt, bei $A = 90^0$ oder 270^0 verschwindet; und eben so sieht man auch, dass in diesem letzteren Falle die Zeit des Durchganges durch die Vertical-Ebene im Osten und Westen, auf ganz gleiche Weise von der täglichen Aberration afficirt wird, so dass der Unterschied der Durchgangszeiten eines Sternes im Osten und Westen durch den ersten Vertical ganz unabhängig von der täglichen Aberration sein wird. Es ist daher bei der Berechnung der Breite eines Ortes, aus dem Unterschiede der Durchgänge eines Sternes durch den ersten Vertical nicht nöthig auf den Einfluss der täglichen Aberration Rücksicht zu nehmen. Bei nordöstlichen Azimuthen beträgt die Correction wegen täglicher Aberration:

$$+ \lambda \frac{\cos A}{\sin z}, \text{ wo } \lambda = 0''.31 \cos \varphi,$$

welche alsdann hinzuzulegen ist.

Im Meridian selbst, äussert die tägliche Aberration keine Einwirkung auf die Zenithdistanz des Sternes, aber vor und nach dem Durchgange durch diese Ebene, bringt sie gleiche aber entgegengesetzte Wirkung auf die Zenithdistanz hervor;

wenn man daher die Breite aus circummeridian Höhen bestimmt, so ist diese frei von täglicher Aberration; man kann sie sogar auch noch bei der Herleitunng der Breite aus Polarstern-Beobachtungen vernachlässigen, denn für diesen Stern wird $\sin A$ immer sehr klein sein, und folglich die Correction ∂z einen beinahe verschwindenden Werth haben.

Wenn man aber aus der beobachteten Zenithdistanz eines Sternes in der Nähe des ersten Verticales $= z$, die Zeit bestimmen will, so muss man zu dieser Zenithdistanz z stets den kleinen Bogen $+ \lambda \cos z \sin A$ hinzulegen.

Ende des ersten Bandes.

J. B. Appel's Buchdruckerei.

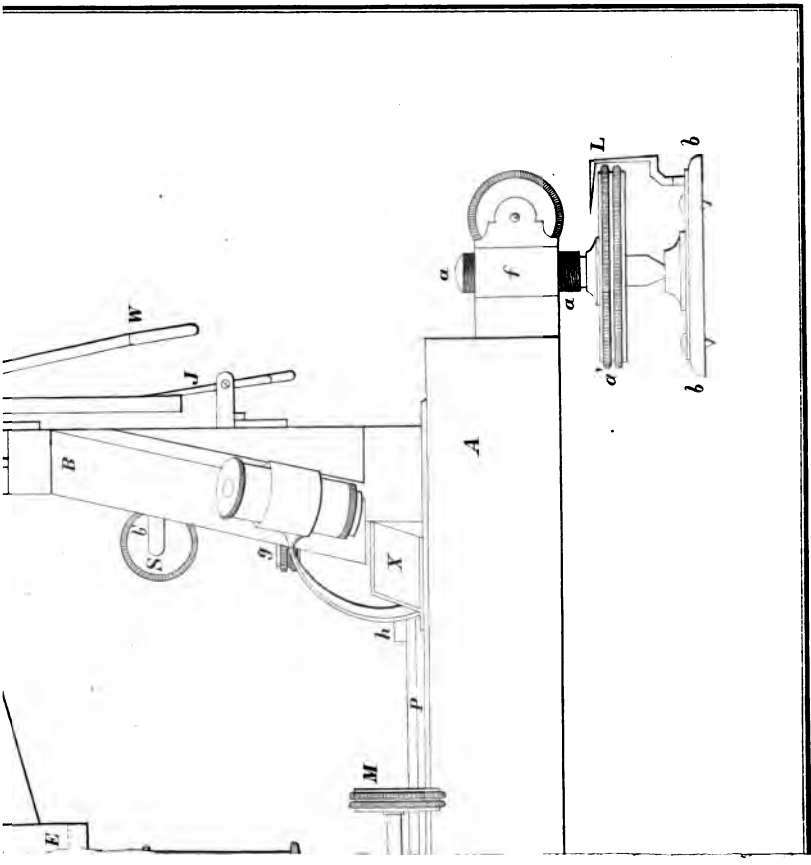

W
J
B
S
g
X
A
a
f
a
L
b
a'
b
h
P
M
E

Fig. I.

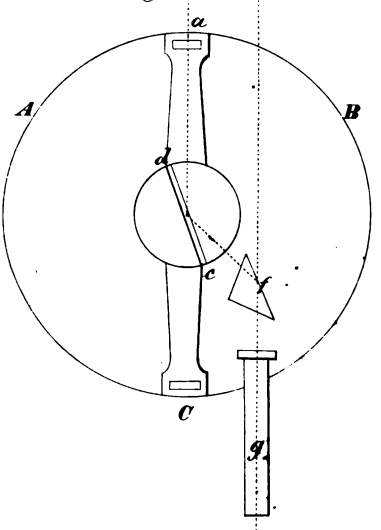


Fig. II.

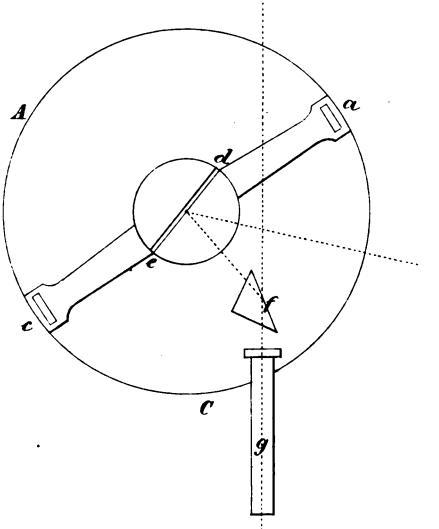


Fig. III.

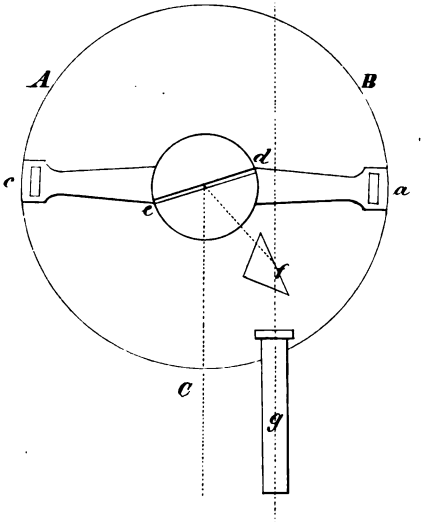
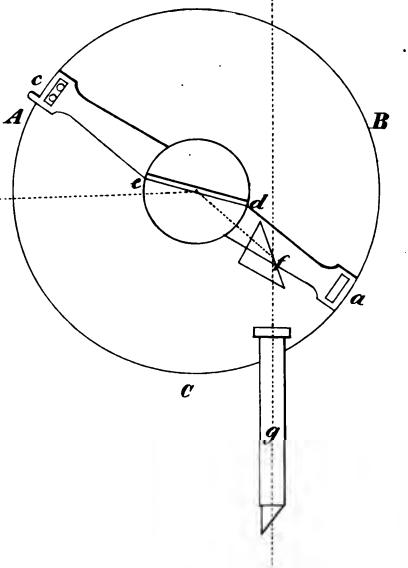
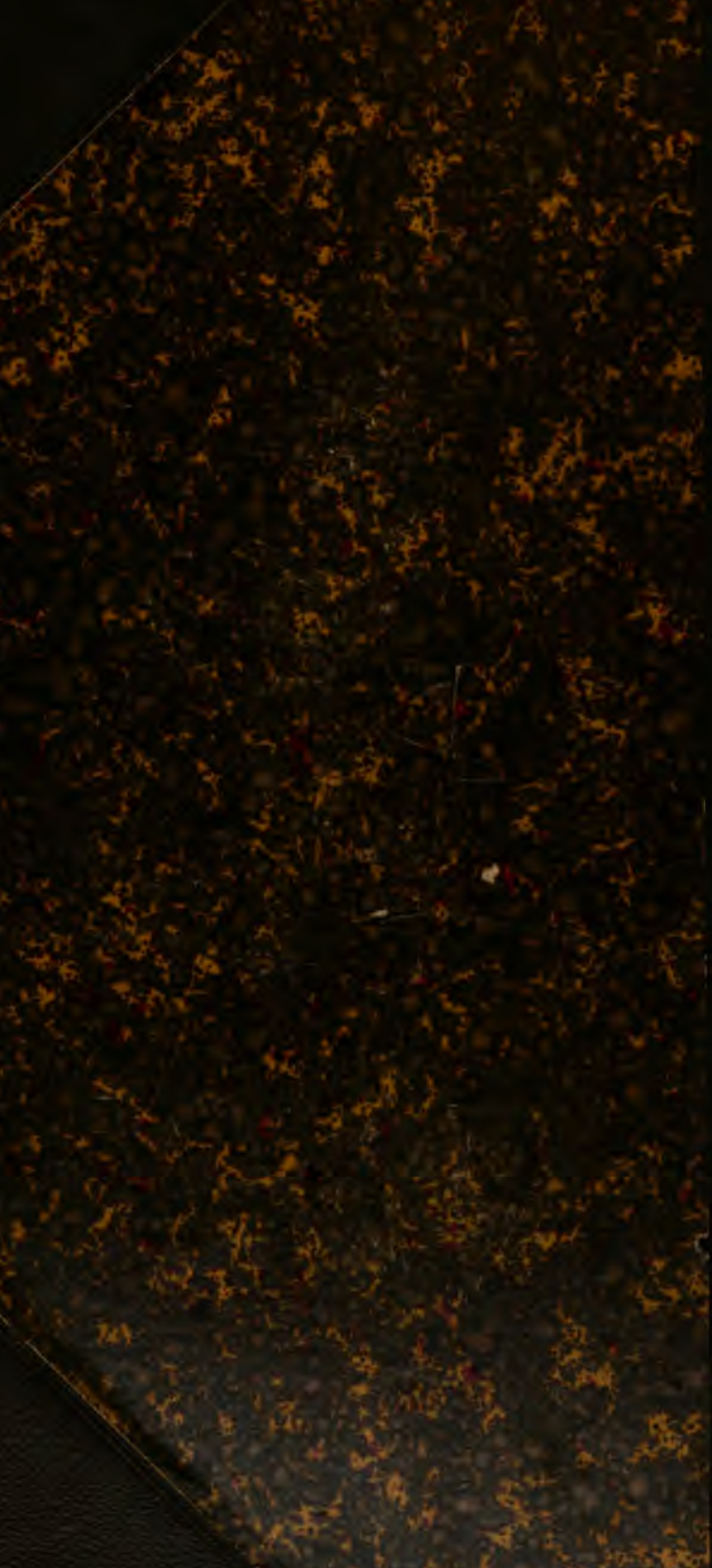


Fig. IV.



Joh. Bernh. Appel's Buchdruckerei.